

Г. В. ФИЛИППОВ

## К РАСЧЕТУ ИЗМЕНЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ГАЗА В СОСУДАХ ПРИ ИСТЕЧЕНИИ

Рассмотрим систему  $n$  переменных объемов, произвольным образом сообщающихся между собой и внешней средой. Выделим один из элементов этой системы (рис. 1).

При рассмотрении газообмена в цилиндре четырехтактного двигателя Г. Ю. Степановым на основании первого закона термодинамики было получено уравнение адиабатического процесса в дифференциальной форме [1]

$$pdV + \frac{1}{k} V dp = R (T^+ dG^+ - T^- dG^-), \quad (1)$$

где  $p$  — давление газа в цилиндре;

$V$  — объем цилиндра;

$dG$  — вес газа, поступившего в цилиндр (или вытекшего из него) за элементарный промежуток времени;

$k$  — показатель адиабаты.

Нетрудно обобщить уравнение (1) на случай произвольного теплообмена между газом, заключенным в рассматриваемом объеме, и стенками сосуда при наличии нескольких подводящих и отводящих патрубков

$$p_i dV_i + \frac{1}{k} V_i dp_i = R (\sum dG_j^+ T_j^+ - \sum dG_j^- T_j^-) + \frac{dQ_i R}{c_p}.$$

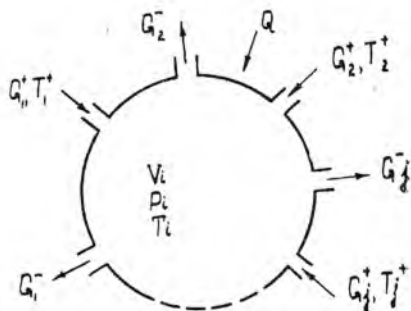


Рис. 1.

Введем показатель процесса [2]

$$\kappa_i = \left( \frac{1}{k} - \frac{dQ_i}{dp_i} \cdot \frac{R}{c_p V_i} \right)^{-1},$$

тогда уравнение (1) запишется в виде

$$p_i dV_i + \frac{1}{\kappa_i} V_i dp_i = R \left( \sum dG_j T_j^+ - \sum dG_j^- T_i \right). \quad (2)$$

Следующее уравнение получим на основании закона сохранения массы. Вес газа в сосуде

$$q_i = V_i \gamma_i = \frac{V_i p_i}{RT_i}.$$

Изменение его за элементарный промежуток времени

$$dq_i = \frac{1}{RT_i^2} (T_i V_i dp_i + T_i p_i dV_i - V_i p_i dT_i).$$

С другой стороны,

$$dq_i = \sum dG_j^+ - \sum dG_j^-.$$

Приравняв правые части, находим

$$p_i dV_i + V_i dp_i - \frac{V_i p_i}{T_i} dT_i = RT_i (\sum dG_j^+ - \sum dG_j^-). \quad (3)$$

Элементарное изменение веса газа выразим через секундный расход

$$dG_j = G_j d\tau. \quad (4)$$

Подставляя (4) в (3) и (2), деля полученные уравнения на  $d\tau$ , после несложных алгебраических преобразований получим систему двух обыкновенных дифференциальных первого порядка и одного алгебраического (если законы  $\frac{dQ_i}{d\tau}$  и  $\frac{dV_i}{d\tau}$  заданы) уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dp_i}{d\tau} &= \frac{\kappa_i}{V_i} \left[ R \left( \sum G_j^+ T_j^+ - \sum G_j^- T_i \right) - p_i \frac{dV_i}{d\tau} \right] \\ \frac{dT_i}{d\tau} &= \frac{T_i}{V_i} \left\{ \frac{R}{p_i} \left[ \sum G_j^+ (\kappa_i T_j - T_i) - \sum G_j^- T_i (\kappa_i - 1) \right] - (\kappa_i - 1) \frac{dV_i}{d\tau} \right\}; \\ \kappa_i &= k \left\{ 1 + \frac{dQ_i}{d\tau} \cdot \frac{k-1}{k} \cdot \frac{1}{A \left[ R \left( \sum G_j^+ T_j^+ - \sum G_j^- T_i \right) - p_i \frac{dV_i}{d\tau} \right]} \right\} \end{aligned} \right\}; \quad (5)$$

Система (5) может быть получена также как частный случай общих уравнений термодинамики тела переменной массы. Записанная в приведенной форме эта система весьма удобна для непосредственного применения к решению широкого класса задач, связанных с газообменом.

Процесс газообмена для произвольной схемы, состоящей из  $n$  элементов, очевидно, будет описываться системой  $3n$  уравнений, ко-

торая в общем случае может быть проинтегрирована только численно. Не представляет затруднений решение системы (5) на любой электронно-вычислительной цифровой машине, так как ее персонал всегда располагает соответствующей стандартной программой (методом Эйлера, Рунге-Кутты и т. п.).

Для нахождения аналитического решения, естественно, в ряде работ упрощается постановка задачи. Так, в [1] анализируется процесс газообмена в цилиндре двигателя внутреннего сгорания при отсутствии теплообмена; в [4, 5, 6, 7, 8] рассматривается задача об истечении газа во внешнюю среду из последовательно соединенных сосудов и о выравнивании давления в сообщающихся сосудах при наличии теплового потока, обеспечивающего либо постоянство температуры, либо формальное сохранение адиабатического закона расширения газа для обоих сосудов; в [9, 10, 4, 11] и др.] исследуется истечение газа из сосуда постоянного объема в различных частных случаях и т. д.

Последующее изложение также ограничено рассмотрением простейших конструктивных схем, для которых возможно аналитическое решение. Цель, поставленная автором, — некоторая систематизация и уточнение существующих решений, а также приведение последних к удобной для инженерных расчетов форме.

### Истечение газа из сосуда фиксированного объема в среду с постоянными параметрами

Процесс расширения газа предполагаем политропическим с постоянным показателем политропы  $\kappa = \kappa_{\text{ср}} = n$ . Метод расчета  $n$  указан в [12, 13].

Система уравнений (5) применительно к поставленной задаче имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dp}{d\tau} &= -\frac{nRT}{V} G \\ \frac{dT}{d\tau} &= -\frac{RT^2}{pV} (n-1) G \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Откуда, естественно, вытекает уравнение политропы

$$T = T_0 \left( \frac{p}{p_0} \right)^{\frac{n-1}{n}} \quad (7)$$

Решение первого уравнения системы (6) при закритическом истечении общеизвестно и идентично у различных авторов [4, 9, 10, 11, 12 и др.]

$$\tau = \frac{2V}{(n-1)F\mu\psi\sqrt{RT_0}} \left[ \left( \frac{p}{p_0} \right)^{\frac{n-1}{2n}} - 1 \right], \quad (8)$$

где

$$\psi = \sqrt{2g \frac{k}{k+1} \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{2}{k-1}}}$$

Продолжительность закритической фазы

$$\tau_{\text{закр}} = \frac{2V}{(n-1)F\mu\psi\sqrt{RT_0}} \left[ \left( \varepsilon_* \frac{p_0}{p_n} \right)^{\frac{n-1}{2n}} - 1 \right], \quad (9)$$

где  $\varepsilon_*$  — критическое отношение давлений.

Что же касается решения уравнения (6) при докритическом режиме истечения, то здесь предложено несколько способов взятия квадратуры.

Наиболее общим и удобным с инженерной точки зрения следует признать метод, указанный в [10]. Однако формула П. В. Тарасова, на основании которой строится расчет, аппроксимирует формулу Сен-Венана только при  $k=1,4$ . В ряде же случаев представляет интерес задача об истечении газов с иными теплофизическими характеристиками. Воспользуемся аппроксимацией, указанной Ю. П. Еловских, дающей вполне удовлетворительное совпадение с формулой Сен-Венана при произвольных реальных значениях  $k$  [14]:

$$G_{\text{докр}} = \frac{F\mu q}{\sqrt{RT}} \sqrt{p^2 \varphi_1}, \quad (10)$$

Таблица 1

$k$	$b = \varepsilon_*$	$a$	$\varphi_*$	$B$	$A$
5/3	0,4868	0,2634	0,1034	0,1093	0,0542
7/5	0,5282	0,2226	0,0669	0,2022	0,8932
9/7	0,5483	0,2070	0,0492	0,3214	0,8238

Таблица 2

Показатель политропы, $n$	Коэффициент		
	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$
1,01	0,0025	0,0099	1,0074
1,05	0,0122	0,0482	1,0360
1,1	0,024	0,0928	1,0691
1,15	0,0347	0,135	1,099
1,2	0,045	0,173	1,128
1,25	0,055	0,207	1,155
9/7	0,0618	0,235	1,178
1,35	0,0732	0,276	1,203
7/5	0,082	0,306	1,224
1,45	0,0895	0,3345	1,234
1,95	0,0052	0,362	1,270
1,55	0,105	0,386	1,281
1,6	0,112	0,411	1,300
5/3	0,120	0,9440	1,320

где

$$\begin{aligned} & \| q \sqrt{2g \frac{k}{k-1}}, \\ \varphi_1 &= N [a - (\varepsilon - b)^2], \\ \varepsilon &= \frac{p_n}{p}, \end{aligned}$$

$N$ ,  $a$ ,  $b$  — постоянные для каждого  $k$  коэффициенты:

$$N = \frac{\varphi_*}{a}, \quad a = (1 - \varepsilon_*)^2, \quad b = \varepsilon_*, \quad \varphi_* = \varepsilon_*^{\frac{2}{k}} - \varepsilon_*^{\frac{k+1}{k}},$$

$\varepsilon_* = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}}$  — критическое отношение давлений.

Значения  $\varepsilon_*$ ,  $a$ ,  $\varphi_*$  для ряда значений  $k$  приведены в табл. 1. В развернутой форме уравнение (10) примет вид

$$G_{\text{докр}} = \frac{F \mu q \sqrt{N}}{\sqrt{RT}} \sqrt{(a-b^2)p^2 + 2bp_n p - p_n^2}. \quad (11)$$

Подставляя (11) в первое уравнение системы (6) и имея в виду уравнение политропы (7), установим закон изменения давления во времени.

$$\tau = \frac{V}{n \mu F q \sqrt{RT_* N}} \int_p^1 \frac{\frac{1-n}{p^{2n}} d\bar{p}}{\sqrt{(a-b^2)p^2 + 2b\bar{p}_n p - \bar{p}_n^2}}, \quad (12)$$

где давление  $p$  отнесено к критическому давлению в сосуде.

Функция  $\frac{1-n}{p^{2n}}$  с точностью до 1% аппроксимируется полиномом [10]

$$\frac{1-n}{p^{2n}} = \alpha \bar{p}^2 - \beta \bar{p} + \gamma, \quad (13)$$

где

$$\begin{aligned} \alpha &= 0,5\delta(1 + \delta); \\ \beta &= \delta(2 + \delta); \\ \gamma &= (1 + \delta)(1 + 0,5\delta); \\ \delta &= \frac{n-1}{2n}. \end{aligned}$$

Значения коэффициентов  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  для некоторых  $n$  приведены в таблице 2.

Подставляя (13) в (12) и выполняя квадратуру, находим

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{V}{\mu F q \sqrt{RT_*}} \cdot \frac{\alpha A}{n \sqrt{\varphi_*} B} \left[ (\bar{p} + C) \sqrt{2\bar{p} - 1 - B\bar{p}^2} - (1 + C)A + \right. \\ & \left. + D \left( \arcsin \frac{1 - B\bar{p}}{A} - \arcsin A \right) \right], \quad (14) \end{aligned}$$

где  $A = \frac{1 - \beta_*}{\beta_*}$ ;  $B = |1 - A^2|$ ;  $C = \frac{3}{B} - \frac{2\beta}{\alpha}$ ;

$$D = \frac{1}{\sqrt{B}} \left( \frac{2\gamma}{\alpha} B - \frac{2\beta}{\alpha} - 1 - \frac{3}{B} \right).$$

Продолжительность докритической фазы определяется из условия  $\bar{p} = \bar{p}_n = \epsilon_*$

$$\tau_{\text{докр}} = \frac{V}{\mu F q \sqrt{RT_*}} \cdot \frac{\alpha A}{n B \sqrt{\varphi_*}} (D \arcsin \sqrt{B} - A(1+C)). \quad (15)$$

Полное время опорожнения резервуара  $\tau_{\text{полн}} = \tau_{\text{закр}} + \tau_{\text{докр}}$ .

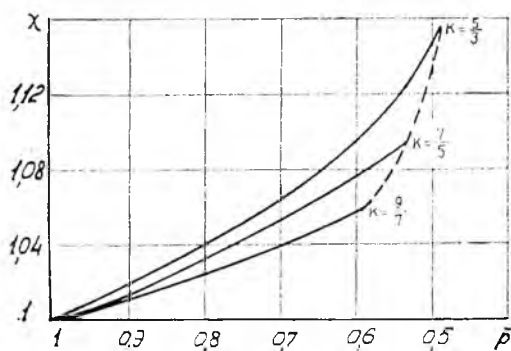


Рис. 2.

Уравнение (14) из-за громоздкости неудобно для практических расчетов. Попробуем взять квадратуру в уравнении (12) приближенно. Как видно из графика (рис. 2), изменение функции  $\chi(\bar{p}, n) = \frac{1-n}{\bar{p}^{2n}}$  в рассматриваемом диапазоне  $\bar{p}$  невелико. Будем полагать  $\chi = \text{const}$ , равной ее среднеарифметическому (ввиду слабо выраженной нелинейности) значению на интервале интегрирования

$$\chi_{\text{ср}} = \frac{\chi_{\text{нач}} + \chi_{\text{кон}}}{2}. \quad (16)$$

Значения  $\chi_{\text{нач}}$  и  $\chi_{\text{кон}}$  определяются по рис. 2. В частности, при адиабатическом изменении давления в резервуаре от  $p_*$  до  $p_n$  для  $k = 1,667; 1,4; 1,286$  следует принимать соответственно:  $\chi_{\text{ср}} = 1,076; 1,048; 1,035$ .

Тогда, выполняя квадратуру в уравнении (12), получим

$$\tau = \frac{V}{\mu F q \sqrt{RT_*}} \chi_{\text{ср}} \frac{A}{n \sqrt{B \varphi_*}} \left( \arcsin \frac{1 - B \bar{p}}{A} - \arcsin A \right). \quad (17)$$

Продолжительность докритической фазы

$$\tau_{\text{докр}} = \frac{V}{\mu F q \sqrt{RT_*}} \chi_{\text{ср}} \frac{A}{n \sqrt{B \varphi_*}} \arcsin \sqrt{B}. \quad (18)$$

Уравнения (14), (15), (17), (18) справедливы при  $k < 1,58$ . При  $k > 1,58$  им соответствуют:

$$\tau = \frac{V}{\mu F q \sqrt{RT_*}} \cdot \frac{\alpha A}{n B \sqrt{\varphi_*}} \times$$

$$\times \left[ (\bar{p}+C) \sqrt{2\bar{p}-1+B\bar{p}^2} - (1+C)A + D \frac{A(\sqrt{B}+A)}{\sqrt{B}\sqrt{2\bar{p}-1+B\bar{p}^2}-B\bar{p}+1}} \right]; \quad (14a)$$

$$\tau_{\text{докр}} = \frac{V}{\mu F q \sqrt{RT_*}} \cdot \frac{\alpha A}{n B \sqrt{\varphi_*}} [D \ln(\sqrt{B}+A) - A(1+C)]; \quad (15a)$$

$$\tau = \frac{V}{\mu F q \sqrt{RT_*}} \cdot \frac{A}{n \sqrt{\varphi_*} B} \gamma_{\text{ср}} \ln \frac{A(\sqrt{B}+A)}{\sqrt{B}\sqrt{2\bar{p}-1+B\bar{p}^2}+B\bar{p}+1}; \quad (17a)$$

$$\tau_{\text{докр}} = \frac{V \gamma_{\text{ср}}}{\mu F q \sqrt{RT_*}} \cdot \frac{A}{n \sqrt{\varphi_*} B} \ln(\sqrt{B}+A). \quad (18a)$$

Исходя из уравнений (17), (18), легко установить влияние показателя политропы, определяющей изменение параметров газа в резервуаре, на процесс истечения. Пусть имеем функцию  $\tau^k$  ( $\bar{p}, k$ ), вычисленную при адиабатическом изменении параметров газа в резервуаре:

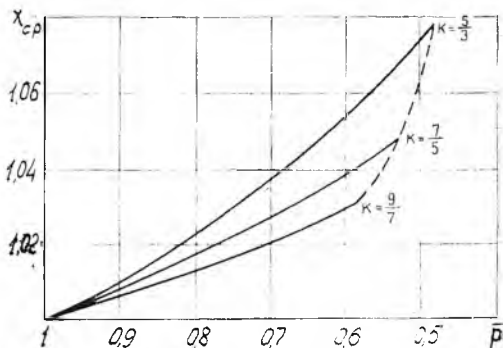


Рис. 3.

$$\tau^{(k)} = \frac{V}{F \mu q \sqrt{RT_*}} \cdot \frac{\gamma_{\text{ср}}^{(k)}}{k} \times \varphi(\bar{p}, k) = \frac{V}{F \mu q \sqrt{RT_*}} \Phi(\bar{p}, k). \quad (19)$$

В случае политропического процесса с показателем  $n$

$$\tau^{(n)} = \frac{V}{F \mu q \sqrt{RT_*}} \cdot \frac{\gamma_{\text{ср}}^{(n)}}{n} \Phi(\bar{p}, k). \quad (20)$$

В (19) и (20)

$$\Phi(\bar{p}, k) = \frac{A}{\sqrt{B\varphi_*}} \left( \arcsin \frac{1-B\bar{p}}{A} - \arcsin A \right).$$

Из (19) и (20) следует

$$\tau^{(n)} = \tau^{(k)} \frac{k}{n} \cdot \frac{\gamma_{\text{ср}}^{(n)}}{\gamma_{\text{ср}}^{(k)}}. \quad (21)$$

Отношение  $\frac{\gamma_{\text{ср}}^{(n)}}{\gamma_{\text{ср}}^{(k)}}$  определяется по графику (рис. 3).

В целях дальнейшего сокращения объема вычислительных работ составим графики функций  $\Phi(\bar{p}, k)$  для ряда значений  $k$  (рис. 4).

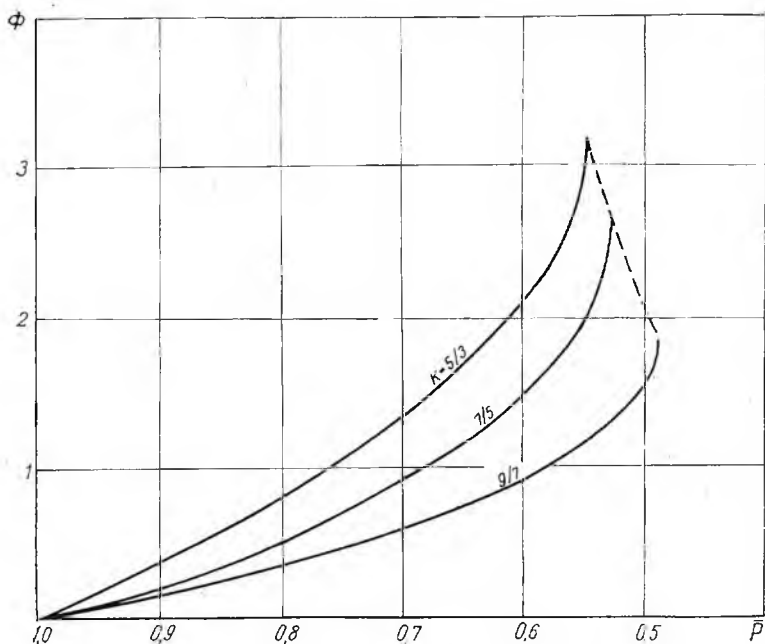


Рис. 4.

Пользуясь этим графиком, определяем значения  $\Phi(\bar{p}, \kappa)$  и сразу находим время, соответствующее изменению давления  $\bar{p}$  от 1 до выбранного значения:

$$\tau^{(k)} = \frac{V}{F\mu q \sqrt{RT_*}} \Phi(\bar{p}, \kappa). \quad (22)$$

При наличии теплообмена пользуемся далее уравнением (21).

### Втекание газа в теплоизолированный сосуд фиксированного объема из среды с постоянными параметрами

Приложение уравнений (5) к задаче в указанной постановке приводит к системе:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\bar{p}}{d\tau} &= \frac{kR}{V} GT_{н} \\ \frac{dT}{d\tau} &= -\frac{TR}{pV} G(T - kT_{н}) \end{aligned} \right\}, \quad (23)$$



где  $T_{II}$  — температура внешней среды.

Поделив первое уравнение на второе, после интегрирования и простых преобразований получим связь давления и температуры в заполняемом сосуде

$$T = \frac{kT_{II}}{1 + \frac{p_0}{p} \left( k \frac{T_{II}}{T_0} - 1 \right)} \quad (24)$$

Индексом «0» отмечены начальные значения параметров газа в сосуде. Из (24) следует, что в двух случаях ( $p_0=0$  или  $T_0=kT_{II}$ ) температура газа внутри сосуда в течение всего процесса наполнения остается постоянной и равной

$$T = kT_{II}. \quad (25)$$

Изменение параметров газа во времени дано в [4].

Для закритической фазы

$$\tau = \frac{V}{k\mu F \psi \sqrt{RT_{II}}} (\varepsilon - \varepsilon_0), \quad \text{где } \varepsilon = \frac{p}{p_{II}}. \quad (26)$$

Продолжительность закритической фазы

$$\tau_{\text{закр}} = \frac{V}{k\mu F \psi \sqrt{RT_{II}}} (\varepsilon_* - \varepsilon_0). \quad (27)$$

Для докритической

$$\tau = \frac{2V}{\mu F \sqrt{2gk(k-1)RT_{II}}} \left( \sqrt{1 - \varepsilon_*^{\frac{k-1}{k}}} - \sqrt{1 - \varepsilon^{\frac{k-1}{k}}} \right) \quad (28)$$

Продолжительность докритической фазы

$$\tau_{\text{докр}} = \frac{2V}{\mu F \sqrt{2gk(k+1)RT_{II}}}. \quad (29)$$

Общее время наполнения резервуара

$$\tau_{\text{полн}} = \tau_{\text{закр}} + \tau_{\text{докр}}. \quad (30)$$

Более подробно эта задача рассмотрена в [15].

### Выравнивание давления газа в двух сообщающихся теплоизолированных сосудах

Уравнения системы (5) применительно к поставленной задаче при  $p_1 > p_2$  запишутся в виде:

$$\begin{aligned} \frac{dp_1}{d\tau} &= -\frac{kR}{V_1} GT_1; \\ \frac{dp_2}{d\tau} &= \frac{kR}{V_2} GT_1; \end{aligned}$$

$$\frac{dT_1}{d\tau} = -\frac{T_1 R}{V_1 p_1} G T_1 (k-1); \quad (31)$$

$$\frac{dT_2}{d\tau} = -\frac{T_2 R}{V_2 p_2} G (T_2 - kT_1).$$

Поделив первое уравнение системы (31) на второе, получим после интегрирования связь давлений в первом и втором объеме

$$p_2 = p_{20} + \frac{V_1}{V_2} (p_{10} - p_1). \quad (32)$$

Связь между температурами в сосудах в дифференциальной форме установим, поделив четвертое уравнение на третье:

$$\frac{dT_2}{dT_1} = \frac{T_2}{T_1^2} \cdot \frac{V_1 p_1}{V_2 p_2} \cdot \frac{T_2 - kT_1}{k-1}. \quad (33)$$

Используя (32) и имея в виду, что для первого объема применимо уравнение адиабаты, перепишем (33) в виде:

$$\frac{dT_2}{dT_1} - \frac{1}{k-1} \cdot \frac{1}{T_1^2 \left( a T_1^{\frac{k}{1-k}} - 1 \right)} T_2^2 + \frac{k}{k-1} \cdot \frac{1}{T_1 \left( a T_1^{\frac{k}{1-k}} - 1 \right)} T_2 = 0, \quad (34)$$

где

$$a = \left( 1 + \frac{V_2 p_{20}}{V_1 p_{10}} \right) T_{10}^{\frac{k}{1-k}}.$$

Интегрируя уравнение Бернулли (34), устанавливаем связь температур  $T_1$  и  $T_2$  в конечном виде:

$$T_2 = T_{10} \frac{1 + \frac{V_2 p_{20}}{V_1 p_{10}} - \left( \frac{T_1}{T_{10}} \right)^{\frac{k}{1-k}}}{\frac{V_2 p_{20} T_{10}}{V_1 p_{10} T_{20}} - \left( \frac{T_1}{T_{10}} \right)^{\frac{k}{1-k}}}. \quad (35)$$

Этот же результат можно получить, используя очевидное равенство

$$V_1 d\gamma_1 = -V_2 d\gamma_2 \quad (36)$$

и, следовательно,

$$\gamma_2 = \gamma_{20} + \frac{V_1}{V_2} (\gamma_{10} - \gamma_1). \quad (37)$$

Используя (32), (37), (7) и уравнение состояния, придем к (35). Уравнения (32), (35) справедливы для произвольного фиксированного момента времени.

Чтобы исследовать течение процесса во времени, следует установить зависимость какого-либо из параметров  $p_1$ ,  $p_2$ ,  $T_1$ ,  $T_2$  от времени.

Проще всего определяется функция  $p(\tau)$  из первого уравнения системы (31). Пусть начальный перепад давлений меньше критического, т. е.  $\frac{p_{20}}{p_{10}} < \epsilon_*$ . Тогда процесс выравнивания давлений в сосудах будет включать две фазы — закритическую и докритическую.

При закритической фазе секундный расход зависит только от параметров газа в первом отсеке, и искомая функция легко определяется (см. задачу об истечении)

$$\tau = \frac{2V_1}{F\mu\psi(k-1)\sqrt{RT_{10}}} \left[ \left( \frac{p_{10}}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]. \quad (38)$$

Продолжительность закритической фазы  $\tau_{закр}$  определяется уравнением (38) при  $p_1 = p_{1*}$ . Критическое давление  $p_{1*}$  определяется с помощью уравнения (32), в котором полагаем  $p_1 = p_{1*}$ ,  $p_2 = \varepsilon_* p_{1*}$ :

$$p_{1*} = p_{10} \frac{m + \varepsilon_*}{m + \frac{p_{20}}{p_{10}}}, \quad m = \frac{V_1}{V_2}. \quad (39)$$

При докритическом режиме истечения расход определяется уравнением (9). Тогда первое уравнение системы (31), записанное с учетом (32), после интегрирования примет вид

$$\tau = \frac{V_1}{k\mu Fq \sqrt{RT_{1*}N} (m + \varepsilon_*)} \int_{\bar{p}}^1 \frac{\frac{1-k}{\bar{p}_1^{2k}} d\bar{p}_1}{\sqrt{-\left[1 - \left(\frac{1-\varepsilon_*}{m+\varepsilon_*}\right)^2\right] \bar{p}_1^2 + 2\bar{p}_1 - 1}}, \quad (40)$$

где, давление  $p_1$  отнесено к его критическому значению.

Если, следуя (10), как и в первой задаче, представить функцию  $\mathcal{Y} = \frac{1-k}{\bar{p}^{2k}}$  квадратным трехчленом, то квадратура в уравнении (40) легко выполняется и связь  $\tau$  и  $p_1$  устанавливается уравнениями (14), (15), (14а), (15а), в которых  $A = \frac{1-\varepsilon_*}{\varepsilon_*}$  заменено  $A_1 = \frac{1-\varepsilon_*}{m+\varepsilon_*}$  и  $B_1 = |1 - A_1^2|$ .

Так как в условиях рассматриваемой задачи параметр  $\bar{p}$  (а, следовательно, и функция  $\mathcal{Y}$ ) изменяется в очень узком диапазоне, то можно без особой погрешности принять  $\mathcal{Y} = \text{const}$ .

Если выбрать  $\mathcal{Y} = 1,02$ , то при любых  $k$  и  $m \geq 0,2$  ошибка  $\Delta\mathcal{Y}$  не будет превышать 3%.

Тогда, выполнив квадратуру в уравнении (40), получим при  $A_1 < 1$ :

$$\tau = \frac{1,02 V_1}{\mu Fq \sqrt{RT_{1*}}} \cdot \frac{A_1}{k \sqrt{\varphi_* B_1}} \left[ \arcsin \frac{1 - B_1 \bar{p}_1}{A_1} - \arcsin A_1 \right], \quad (41)$$

при  $A_1 > 1$ :

$$\tau = \frac{1,02 V_1}{\mu Fq \sqrt{RT_{1*}}} \cdot \frac{A_1}{k \sqrt{\varphi_* p_1}} \ln \frac{A_1 (\sqrt{B_1} + A_1)}{\sqrt{p_1} \cdot \sqrt{2\bar{p}_1 - 1 + B_1 \bar{p}_1^2 + B_1 \bar{p}_1 + 1}}. \quad (42)$$

Уравнение (41) справедливо при  $k \leq 1,667$  и  $m > 0,034$ , т. е. в большинстве практических случаев.

Продолжительность докритической фазы определяется уравнением (41) или (42) при  $\bar{p} = \bar{p}_k$ .

Конечное давление  $\bar{p}_k$  определяется из уравнения (32) при

$$p_1 = p_2 = p_k;$$

$$\bar{p}_k = \frac{v_* + m}{1 + m}; \quad (43)$$

$$\tau_{\text{докр}} = \frac{1,02V_1}{\mu F q \sqrt{RT_{1*}}} \cdot \frac{A_1}{k \sqrt{\varphi_* B_1}} \arcsin \sqrt{B_1}; \quad (44)$$

$$\tau_{\text{докр}} = \frac{1,02V_1}{\mu F q \sqrt{RT_{1*}}} \cdot \frac{A_1}{k \sqrt{\varphi_* B_1}} \ln (\sqrt{B_1} + A_1). \quad (45)$$

Полное время выравнивания давлений

$$\tau_{\text{полн}} = \tau_{\text{закр}} = \tau_{\text{докр}}$$

## ЛИТЕРАТУРА

1. Н. Р. Бриллинг, М. М. Вихерт, И. И. Гутерман. Быстроходные дизели. Машигиз, 1951.
2. Ю. И. Данилов. Труды МАИ, вып. 92, 1957.
3. М. А. Мамонтов. Вопросы термодинамики тела переменной массы. Оборонгиз, 1961.
4. Е. М. Цейров. Вопросы газовой динамики воздушных выключателей. Труды ВЭИ, вып. 60, 1956.
5. В. С. Ивлентнев, Г. В. Филиппов. Труды КуАИ, вып. 15, ч. 1. 1962.
6. В. С. Ивлентнев, Г. В. Филиппов. Авиационная техника, № 2, 1963.
7. В. С. Ивлентнев. Выравнивание давления воздуха в отсеках герметических кабин и истечение в атмосферу при разгерметизации. Автореферат диссертации, Куйбышев. 1963.
8. В. С. Ивлентнев, Г. В. Филиппов. Труды КуАИ, вып. 15, ч. 2. 1963.
9. Б. И. Якимович. Труды МАИ, вып. 9, 1948.
10. Л. Т. Быков. Труды МАИ, вып. 143, 1961.
11. Н. И. Маркевич. Ученые записки ЛГУ, № 217, сер. матем. наук, вып. 31. 1957.
12. И. И. Морозов. ИФЖ, № 12, 1959.
13. И. И. Морозов, В. И. Есин. ИФЖ, № 6, 1964.
14. Ю. П. Еловских. Вестник машиностроения, № 5, 1959.
15. А. В. Квасников. Втекание газов в сосуд. Труды МАИ. Сборник № 1 по авиамоторостроению, М. 1938.