Чувствительность и эластичность результатов финансовых операций к изменению конъюнктуры денежного рынка

В.В. Лотин, М.Г. Сорокина

На результаты финансовых операций оказывает большое влияние изменение конъюнктуры финансового рынка. Главными источниками изменения конъюнктуры финансового рынка являются изменения таких параметров, как изменение процентных ставок, курсов ценных бумаг и валюты, объёмов спроса и предложения денежных ресурсов, доходности в том или ином секторе финансового рынка. Каждое такое изменение рыночных параметров вызывает изменение состояния финансового рынка, его конъюнктуры и, следовательно, изменение результатов финансовых операций. Поэтому количественно оценить влияние изменения состояния финансового рынка на результаты финансовых *операций является важной и* необходимой функцией финансового менеджмента.

Исследуем чувствительность результатов депозитно-кредитной операции к изменению рыночных параметров. Конечными показателями, характеризующими результаты такой операции, являются объёмы привлекаемых и вовлекаемых в кредиты ресурсов, прибыль, получаемая в результате реализации депозитно-кредитной операции. Для этого рассмотрим модель принятия решений в ситуации, когда один вид денежного ресурса, привлечённого банком, может быть использован в различных направлениях, каждое из которых имеет свою процентную ставку, описанную в (1). Предположим, что менеджер покупает ресурс и вовлекает его в два кредита. Модель принятия решений в этой ситуации, как показано, имеет вид:

$$
\begin{aligned}
&\Pi P=\tau_1\cdot(\alpha_1-\beta_1)\cdot(1+\tau_2\beta_2)y_1+(\tau\alpha_2-\tau_1\beta_1-\tau_2\beta_2-\tau_1\tau_2\beta_1\beta_2)y_2\longrightarrow\max\\
&y_1+y_2\le\Pi_1;y_1\le A_1;y_2\le A_2;(1+\tau_1\beta_1)y_2-\tau_1(\alpha_1-\beta_1)y_1\le\Pi_2;\\
&\tau=\tau_1+\tau_2;x_1=y_1+y_2;x_2=(1+\tau_1\beta_1)x_1-(1+\tau_1\alpha_1)y_1;y\ge0;y_2\ge0;x_1\ge0;x_2\ge0;
\end{aligned}
\tag{1}
$$

где

x_1, β_1, τ_1 – объём привлекаемого депозита, его процентная ставка и срок хранения соответственно;

y_1, α_1, τ_1 – объём вовлекаемого в первый кредит ресурса, его процентная ставка и срок погашения соответственно;

y_2, α_2, τ – объём вовлекаемого во второй кредит ресурса, его процентная ставка и срок погашения соответственно;

x_2, β_2, τ – прогнозируемый на конец срока τ_1 объём привлечённого ресурса, его процентная ставка и срок хранения соответственно;

$П_1$ – предложение ресурсов со стороны вкладчиков в настоящий момент времени;

A_1. A_2 – спрос на кредиты первого и второго видов со стороны заёмщиков;

$П_2$ – прогноз предлжения ресурсов со стороны вкладчиков на конец срока τ_1;

ПР – прибыль, получаемая банком от реализации депозитно-кредитной операции.

Модель (1) позволяет решить задачу оптимального распределения привлечённого ресурса в два кредита с учётом согласованности платёжных потоков во времени и обеспечить при этом максимальное значение прибыли. В результате решения этой модели определяются оптимальные значения $\overset{\circ}{x}_1, \overset{\circ}{x}_2, \overset{\circ}{y}_1, \overset{\circ}{y}_2$.
и соответствующее им максимальное значение прибыли $\overset{\circ}{ПР}$

Предположим, что оптимальное решение модели (1) удовлетворяет следующей системе уравнений:

$$y_1^0 + y_2^0 = П_1; y_1^0 = A_1; x_1^0 = y_1^0 + y_2^0; x_2^0 = (1+\tau_1\beta_1)\cdot x_1^0 - (1+\tau_1\alpha_1)\cdot y_1^0 \qquad (2)$$
$$ПР^0 = a_1 y_1^0 + a_2^0 y_2^0; a_1 = \tau_1(\alpha_1 - \beta_1)\cdot(1+\tau_2\beta_2), a_2 = (\tau\alpha_2 - \tau_1\beta_1 - \tau_2\beta_2 - \tau_1\tau_2\beta_1\beta_2)$$

Решая эту систему, определяем функции предложения кредитов $\overset{\circ}{y}_1, \overset{\circ}{y}_2$ и функции спроса ресурсов $\overset{\circ}{x}_1, \overset{\circ}{x}_2$ со стороны банка

$$y_1^0 = A_1; y_2^0 = П_1 - A_1; x_1^0 = П_1; x_2^0 = (1+\tau_1\beta_1)\cdot П_1 - (1+\tau_1\alpha_1)\cdot A_1 \qquad (3)$$

Результаты оптимального решения (3) во многом определяются надёжностью параметров, тем более важным для него становится анализ чувствительности. Определим чувствительность решения (2) к изменению рыночных параметров $П_1, П_2, A_1, A_2, \beta_1, \beta_2, \alpha_1, \alpha_2$,характеризующих состояние депозитно-кредитного рынка. Для определения чувствительности оптимального решения (2) к изменению, например, параметра П1 продифференцируем систему (2) по этому параметру. В результате получим следующие значения коэффициентов чувствительности:

$$\frac{\partial y_1}{\partial П_1} = 0, \frac{\partial y_2}{\partial П_1} = 1; \frac{\partial x_1}{\partial П_1} = \frac{\partial y_1}{\partial П_1} + \frac{\partial y_2}{\partial П_1} = 1; \frac{\partial x_2}{\partial П_1} = (1+\tau_1\beta_1)\frac{\partial ПР}{\partial П_1} = a_2 \qquad (4)$$

Каждый из коэффициентов чувствительности характеризует прирост величин $y_1, y_2, x_1, x_2, ПР$ при увеличении объёма предложения ресурсов $П_1$ со стороны вкладчиков на одну денежную единицу и позволяет количественно оценить отклонение оптимальных объёмов привлечённых и вовлечённых в кредиты ресурсов прибыли при изменении предложения ресурсов со стороны вкладчиков.

Аналогичным образом дифференцируя систему уравнений (2] по параметрам $П_2, A_1, A_2, \beta_1, \beta_2, \alpha_1, \alpha_2$ и решая систему уравнений чувствительности относительно коэффициентов чувствительности, получаем:

$$\frac{\partial y_1}{\partial П_2} = \frac{\partial y_2}{\partial П_2} = \frac{\partial x_1}{\partial П_2} = \frac{\partial x_2}{\partial П_2} = \frac{\partial ПР}{\partial П_2} = 0 \qquad [5]$$

$$\frac{\partial y_1}{\partial A_1} = 1; \frac{\partial y_2}{\partial A_1} = -1; \frac{\partial x_1}{\partial A_1} = 0; \frac{\partial x_2}{\partial A_1} = (1+\tau_1\alpha_1)\frac{\partial ПР}{\partial A_1} = a_1 - a_2$$

$$\frac{\partial y_1}{\partial A_2} = \frac{\partial y_2}{\partial A_2} = \frac{\partial x_1}{\partial A_2} = \frac{\partial x_2}{\partial A_2} = \frac{\partial ПР}{\partial A_2} = 0$$

$$\frac{\partial y_1}{\partial \beta_1} = \frac{\partial y_2}{\partial \beta_1} = \frac{\partial x_1}{\partial \beta_1} = 0; \frac{\partial x_2}{\partial \beta_1} = \tau_1 П_1; \frac{\partial ПР}{\partial \beta_1} = -\tau_1(1+\tau_2\beta_2)\cdot П_1$$

$$\frac{\partial y_1}{\partial \beta_2} = \frac{\partial y_2}{\partial \beta_2} = \frac{\partial x_1}{\partial \beta_2} = \frac{\partial x_2}{\partial \beta_2} = 0; \frac{\partial ПР}{\partial \beta_2} = \tau_2\left[\tau_2(\alpha_1 - \beta_1)\cdot y_1^0 - (1+\tau_1\beta_1)\cdot y_2^0\right]$$

$$\frac{\partial y_1}{\partial \alpha_1} = \frac{\partial y_2}{\partial \alpha_1} = \frac{\partial x_1}{\partial \alpha_1} = 0; \frac{\partial x_2}{\partial \alpha_1} = -\tau_1 A_1; \frac{\partial ПР}{\partial \alpha_1} = \tau_1(1+\tau_2\beta_2)y_1^0$$

$$\frac{\partial y_1}{\partial \alpha_2} = \frac{\partial y_2}{\partial \alpha_2} = \frac{\partial x_1}{\partial \alpha_2} = \frac{\partial x_2}{\partial \alpha_2} = 0; \frac{\partial ПР}{\partial \alpha_2} = \tau \cdot y_2^0$$

Из полученных значений коэффициентов чувствительности следует, что изменение объёма предложения ресурсов $П_2$ со стороны вкладчиков и изменение спроса на кредиты A_2 со стороны заёмщиков не оказывают влияния на конечные результаты депозитно-кредитной операции. Изменение процентных ставок, например, депозита β_1 и кредита α_1 оказывает влияние только на величину прибыли и объём спроса на ресурсы со стороны банка x_2.

Для сравнения влияния рыночных параметров на конечные результаты депозитно-кредитной операции введём в рассмотрение коэффициенты эластичности, определяемые из уравнений:

$$E_{y_j}^{П_i} = \frac{\partial y_j}{\partial П_i} \cdot \frac{П_i}{y_j^0}, i, j = 1{,}2; E_{x_j}^{П_i} = \frac{\partial x_j}{\partial П_i} \cdot \frac{П_i}{x_j^0}, i, j = 1{,}2; E_{ПР}^{П_i} = \frac{\partial ПР}{\partial П_i} \cdot \frac{П_i}{ПР^0}, i = 1{,}2;$$

Каждое из полученных значений коэффициентов эластичности характеризует процентный прирост величин $y_j, x_j, j = 1{,}2; ПР$ при однопроцентном увеличении параметра $П_i$, $i = 1{,}2$.

Приведём значения коэффициентов эластичности результатов решения (2) к изменению параметров $П_1$ и β_1, полученных с учётом (4) и (5).

$$E_{y_1}^{П_1} = \frac{\partial y_1}{\partial П_1} \cdot \frac{П_1}{y_1^0} = 0; E_{y_2}^{П_1} = \frac{\partial y_2}{\partial П_1} \cdot \frac{П_1}{y_2^0} = \frac{1}{1 - \frac{A_1}{П_1}}; E_{x_1}^{П_1} = \frac{\partial x_1}{\partial П_1} \cdot \frac{П_1}{x_1^0} = 1;$$

$$E_{x_2}^{П_1} = \frac{1}{1 - \frac{(1+\tau_1\alpha_1) \cdot A_1}{(1+\tau_1\beta_1) \cdot П_1}}; E_{ПР}^{П_1} = \frac{1}{1 + \left(\frac{a_1}{a_2} - 1\right) \cdot \frac{A_1}{П_1}};$$

$$E_{x_2}^{\beta_1} = \frac{\partial x_2}{\partial \beta_1} \cdot \frac{\beta_1}{x_2^0} = \frac{\tau_1\beta_1 / (1+\tau_1\beta_1)}{1 - \frac{(1+\tau_1\alpha_1)A_1}{(1+\tau_1\beta_1)П_1}}; E_{ПР}^{\beta_1} = \frac{\partial ПР}{\partial \beta_1} \cdot \frac{\beta_1}{ПР^0} = -\frac{\tau_1\beta_1(1+\tau_2\beta_2)/a_2}{1 + \left(\frac{a_1}{a_2} - 1\right)\frac{A_1}{П_1}};$$

$$E_{y_1}^{\beta_1} = E_{y_2}^{\beta_1} = E_{x_1}^{\beta_1} = 0$$

Сравнивая полученные значения коэффициентов эластичности между собой заключаем, что наибольшее влияние оказывает изменение объёма предложения ресурсов $П_1$ на величину спроса ресурсов со стороны банка x_2, так как коэффициент эластичности $E_{x_2}^{П_1}$ является наибольшим. Учитывая, что $\left|E_{ПР}^{П_1}\right| > \left|E_{ПР}^{\beta_1}\right|$, то изменение объёма предложения ресурсов $П_1$ оказывает большее влияние на величину прибыли, чем изменение процентной ставки привлекаемых ресурсов β_1.

Полученные результаты по анализу чувствительности и эластичности необходимо учитывать в решении задачи надёжности принимаемых решений в связи с изменением конъюнктуры рынка.

Литература

1. Г.М. Гришанов, В.В. Лотин, В.Г. Чумак. Модели и алгоритмы выбора коммерческим банком оптимальных оперативных стратегий на депозитно-кредитном рынке: Самара, СГАУ, 1995, 124 с.