УДК 658.512: 621.865.8

ТЕНЗОРНЫЙ МЕТОД ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ОБЪЕКТОВ И СИСТЕМ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ (ЛА)

С.Ф. Тлустенко

Отсутствие единой теории представлений для решения задач проектирования и внедрения гибких производственных систем не позволяет создать единый, взаимосвязанный комплекс всех стадий этих процессов. Сейчас отсутствует достаточная теоретическая проработка всех существующих проблем, а при решении вопросов автоматизации все сводится к постановке и реализации, в основном, частных задач без всестороннего учета особенностей структуры каждого этапа производства и взаимодействия этих этапов, а без этого невозможно построение последовательной и цельной структуры производства ЛА, где количество и многообразие объектов производства на всех уровнях структурной сложности практически не ограничено.

Все многообразие объектов ЛА на каждом этапе их создания связано с определенными преобразованиями элементов конечных множеств, природа которых в данных условиях материальна и всегда определена физическими реальностями (.входящие элементы и их функциональные связи). Соответственно предстоить решить следующие задачи:

1. Систематизировать все разнообразие объектов ЛА на основе единого способа систематизации, если такой способ существует;

2. Определить метод общетеоретического представления объектов ЛА;

3. Установить последовательность и методику представления главной структуры объекта;

4. Разработать методику формального описания главной структуры объектов ЛА.

5. Определить методы теоретического понижения размерности решаемых задач анализа сложных объектов ЛА и синтеза процессов формирования главной структуры этих объектов.

В сложных объектах и системах ЛА все манипуляции с входящими элементами и исполнение требуемых соединений и связей должны производиться в соответствии с заданием однозначно. Правильность выполнения всех операций обеспечивает все параметры и качество изделия /1/. Так как технология монтажа, контроля и испытаний не имеет достаточной теоретической базы, вследствие исключительной сложности получения формализованного описания технологических процессов (ТП),и, поскольку оптимизационные задачи в технологии включают большое количество взаимосвязанных параметров, то количество переменных, рассматриваемых при анализе технологических процессов, настолько велико, что содержащие их уравнения трудно разрешимы аналитическими методами.

В разрабатываемой теории формализованное описание технологических процессов решается их геометрической интерпретацией, а решение описывающих ТП уравнений осуществляется с помощью тензорной методологии, понятия тензора преобразования, группового свойства, инвариантности, при этом производится физическое и аналитическое разделение группы проблем технологии в последовательность более простых составляющих с целью формирования исходных групп.

Общие понятия и определения

Основой единой теории представлений объектов ЛА является предположение об однозначности процессов в системе монтажное пространство объекта - его отображения и преобразования - элементарные составляющие. Функционирование технологической системы производства должно обеспечивать оптимальное преобразование исходных ресурсов, материалов, комплектующих, информационных потоков, организационно-управленческих воздействий в плановый объект производства, соответствующий заданным показателям и критериям.

Так как основой технологических преобразований являются процессы структурообразования, то выделим только существенные преобразования, при создании главной структуры объекта, когда изменение монтажного пространства происходит путем введения и исполнения требуемых связей и соединений. Контроль за качеством монтажа по всем монтажным точкам и поверхностям предполагается автоматизировать, что обеспечивает наиболее высокое качество конечных объектов ЛА, поскольку функционирование созданных на основе преобразованных объектов сборки контрольных эталонов с полной имитацией всех процессов в реальных объектах существенно упрощает систему контроля и испытаний объектов производства. Формализацию совокупности различных преобразований проводим на основе формулировки всех задач в рамках единого универсального языка, где все процессы монтажа, сборки, контроля и испытаний объектов интерпретируются на одной основе, которую представим как многообразие геометрических представлений технических задач производства, включающих все физические понятия и процессы, последовательность и структуру их. Введем понятие гипотетического пространства, систем координат, идентичных геометрических эквивалентов всем физическим понятиям и процессам /2/.

При формировании структуры объекта на основе геометрических представлений определим общие для описания всех объектов исходные понятия, так как каждый объект или система может быть представлен набором нуль-, одно-, двух- и трехмерных взаимосвязанных определенным образом структур.

Главной структурой объекта считаем набор в определенной взаимосвязи одно- и нульмерных структур, представляющих сети объекта. Такие структуры представляют компоненты данного объекта, обозначающие структурные элементы схем и сборок (емкости , резисторы, диоды , триоды и т.д.). Эти компоненты геометрически рассматриваются как система одномерных пространств, ограниченных узлами связей, которые геометрически могут быть представлены одномерным пространством и узел связей двух одномерных пространств конкретной компоненты. Следовательно, главную структуру объекта геометрически можно представить как совокупность n - мерных и m-нульмерных пространств в заданной взаимосвязи, а в таком монтажном пространстве каждую связь можно рассматривать как одномерное пространство, где начальная и конечная точки - нульмерные пространства. Сформулируем исходные понятия при формировании главной структуры объекта , описывающие основные процессы производства конкретного объекта. Эти понятия определяют как описание формирования геометрической конфигурации в монтажном пространстве данного объекта, отражающей как саму сеть объекта, так и поведение сети объекта в условиях реального функционирования.

В общем случае проблема производства объектов может быть сформулирована как получение такой структуры, которая определенным образом реагирует на конструктивные возмущающие воздействия. Геометрической интерпретацией для данного набора трех-,двух-, одно- и нульмерных пространств является установление определенных взаимосвязей для них и на выделенный набор нуль- и одномерных пространств наложить определенные типы конфигураций. При этом геометрическая интерпретация основных производственных процессов формализуется следующим образом. Введем для заданной структуры объекта систему координат , в которой каждая геометрическая конфигурация описывается уравнением, а производственные процессы состоят в наложении на заданную в системе координат структуру (совокупность пространств) геометрических конфигураций различной размерности, где одномерные геометрические конфигурации формируют невозбужденную сеть, а дополнительные геометрические конфигурации, накладываемые на одномерную геометрическую конфигарацию, обеспечивают контроль качества объекта. Дополнительные геометрические конфигурации или цепи, имеют большую, чем одномерные, размерность, так как в них рассматриваются-конструктивные элементы (константы).

Для решения перечисленных задач требуется создать аналитический аппарат применимый для всего разнообразия объектов производства. Наиболее эффективным здесь оказался аналитический аппарат алгебраической (комбинаторной) топологии с использованием тензорной символики. Исследование n - мерных пространств, ограниченных в разных направлениях пространствами меньшей размерности, позволяет провести комбинаторная топология, а тензорная методология с аналитическим аппаратом изучения инвариантных свойств объектов в изменяемых системах координат (системы координат - преобразований - инварианта - группы) позволяет создать общую методику решений для всего разнообразия структур объектов ЛА , комбинировать созданные тензоры и преобразовывать их в новые необходимые тензоры для формирования целевой структуры объекта. В таком виде сформулирована вербальная геометрическая постановка задач технологических циклов производства, контроля и испытаний объектов и систем ЛА на единой базе преобразований систем координат с инвариантом.

Так как любой объект или система представляются состоящими из соединенных друг с другом с помощью связей элементов, то главная структура таких объектов и систем, или сеть , формализация ее формирования и функционирования в производственных процессах является целью разрабатываемой теории. Например, сети рассматриваются как набор электрических цепей, состоящих только из соединенных различным образом нульмерных (узлов) и одномерных (элементарных элементов и связей) компонент.

Теорией таких сетей, которые фундаментально подобны, является теория прямого или обратного несингулярного тензора преобразования C_{α}^{c} или C_{α}^{a} /2/. Фундаментальное подобие сетей объектов и систем ЛА предполагает существование математического и физического подобия технологических процессов их производства. Следовательно, построение единой теории представлений объектов и систем ЛА предполагает существование математического и физического подобия технологических процессов их производства. Следовательно, построение единой теории представлений объектов и систем ЛА, описывающей многообразие их преобразований на различных этапах производства, требует постановки для каждого этапа задач и целей. Под задачей технологии понимаем указание любым способом конечного результата реализации техпроцесса, на основе разработанного единого способа представления и описания конструкторско-технологических и физических задач производства, а степень формализации должна позволять использовать ее на всех этапах от проектирования до производства.

Целью технологических процессов производства считаем определение тех их свойств, реализация которых гарантирует получение конечного продукта производства. Описание конкретной цели должно быть сформулировано в удобной для использования математической форме, основанной на следующей гипотезе. Каждый технологический процесс производства есть процесс преобразования исходного пространства этих объектов или систем в пространство, определенное данной задачей, и такой процесс может быть представлен тензорным уравнением преобразования исходного пространства этих объектов или систем в пространство, определенное данной задачей, и такой процесс может быть представлен тензорным уравнением преобразования, описывающим изменения не только систем координат, но и пространства-структуры , в котором заданы системы координат.

Практика показывает, что противоречащих примеров не существует, но в связи с отсутствием принципиального доказательства гипотезы появление противоречащих примеров не исключено. Определяющие конечную цель технологического процесса уравнения описывают физическое и аналитическое разделение технологических процессов в последовательность составляющих его операций. Количество уравнений ограничено числом нульмерных компонент, образующих сети объекта или системы при их производстве, или числом цепей, на которые объект или система могут быть разделены при их контроле и испытаниях.

Физические и математические основы теории представлений создаются с целью формулировки всей информации по технологии производства объектов ЛА в терминах фундаментальных инвариантных понятий. Необходимо создание единого языка описания как объектов и систем ЛА, так и процессов их изготовления. Таким универсальным языком может быть геометрическое представление и преобразования во взаимосвязи с прикладными теориями /1/. Каждый объект или система ЛА могут быть представлены функциональной сетью, и основные идеи теории представлений, дающих представление о том, как пространство - преобразования - компоненты образуют единый объект или систему, сформулируем следующим образом. Любой объект или систему можно рассматривать как сложную геометрическую структуру, и одновременно как набор компонент. В трехмерном пространстве объект или система как сложная геометрическая структура могут быть представлены объединением очень простых элементарных фигур - симплексов - симплициальным (геометрическим) комплексом /2/. Такое представление объектов или систем позволяет использовать для изучения их геометрических свойств хорошо развитые методы теории топологий /3/.

Выделяемые из цельной структуры объекта или системы ЛА составные части считаем компонентами структуры, представляющие собой непроизводные элементы и связи. Выделим два типа их свойств - признаки и узлы. Разложение цельной структуры объекта или системы на составляющие элементы принимаем как представление объекта или системы в частной системе координат некоторого пространства, в котором каждой компоненте соответствует точка, а их последовательности принимаем за одно из значений характеристик объекта или системы. Назовем такое пространство опорным и дадим его определение: если компоненты являются элементами опорного пространства, то они называются точечными компонентами, как не имеющие структуры. Для организации таких компонент в структуру введем идентификатор каждой компоненты. Компоненты объекта или системы задают измерения опорного пространства, а их точечное представление - значение координаты вдоль данного измерения. В отличие от изотропного геометрического пространства задаваемую компонентами систему координат опорного пространства можно выбрать конечным числом способов. Организацию множества компонент в n - матрицу производим с применением идентификаций, опорного пространства, системы координат и устанавливаем правила действий с такими n- матрицами, позволяющими изменять представление компонент в каждой конкретной задаче.

Для аналитического изучения главной структуры объекта или системы ЛА недостаточно только их представление в виде сложной геометрической структуры и опорного пространства с точечными компонентами, так как анализ главной структуры требует выяснения и описания структуры каждой из множества всех компонент объекта или системы. Такие структуры компонент представляются только в их собственных системах координат. Рассмотрение объекта или системы с позиций составляющих его компонент требует описания внешних свойств этих компонент как геометрических фигур. Для изменения представления объекта или системы через структуры его компонент введем свободное пространство, в котором компоненты уже обладают внутренней структурой, как состоящие из более элементарных компонент. Рассматривая более подробно свойства компонент, для более четкого определения свободного пространства и его назначения введем ряд понятий и определений.

Признаки компоненты - одним из них является индекс класса компонент

Второе свойство относится к узлам компонент, где определенной компоненте K соответствует ее характеристика $n(K)$, выражающаяся целым неотрицательным числом, которая указывает максимальное число узлов, связывающих данную компоненту с остальными. Поскольку часть компонент может быть не единична в составе одного объекта или системы, то для такого количества одинаковых компонент вводим идентифицирующие метки, входящие в признак в качестве составляющих.

В теории представлений объектов и систем ЛА одной из их образующих характеристик является сеть - структурное объединение составляющих элементов, а сама сеть определяется составом и структурой. Идентичными считаются те объекты или системы, составы и структуры которых совпадают. Одной из характеристик сети объекта или системы является ее количественная сложность, где сеть принадлежит заданному множеству регулярных или допустимых сетей с определенным числом составляющих ее компонент. В общем виде состав Δ сети объекта или системы имеет вид:

$$\Delta=\{a_1, a_2, \ldots, a_n\},$$

$a_1, a_2, \ldots, a_n$ - некоторое бесструктурное множество.

Структура сети объекта или системы представляет собой множество β -соединений между всеми или некоторыми узлами составляющих компонент. Множество β будет задаваться с помощью несингулярной матрицы соединений, в которой единицы или нули соответствуют наличию или отсутствию соединений в данных парах узлов компонент. В данной теории рассматриваем не все возможные соединения β, а только допустимые σ. Соответственно создание сети объекта или системы происходит выполнением σ-операций наложения связей на совокупности узлов компонент, образующих свободное пространство геометрических конфигураций или цепей.

Для выполнения σ-операций необходимо ввести пространство, в котором относительно легко описывались любой объект или система ЛА, и была возможность выделить из многообразия объектов или систем частный объект или систему и связанную с ними систему координат, и таким универсальным пространством является свободное пространство, где все $\beta \in \sigma$ - пустые, никакие соединения и связи не заданы и объект или система в таком свободном пространстве представлены только множеством компонент. Предполагаем, что в таком неструктурированном пространстве можно описать конечные множества узлов компонент объекта или системы.

Рассматривая в свободном пространстве множество компонент, для обозначения состава узлов конкретного объекта или системы, введем их объединение ($\cup$). Опорное и свободное пространство не позволяют полностью представить реальное пространство-структуру объекта или системы. Увеличение количества представляемых деталей объекта или системы усложняет структуру представляющих их пространств. Например, для представления связей объекта или системы с заданной структурой σ необходимо ввести пространство, размерность которого определяется числом функциональных цепей, где каждая цепь описывается одномерными симплексами. Как внутренние связи в соединениях компонент, так и связи между узлами различных компонент (внешние связи) описываются σ - матрицами. Следовательно, для полного описания состава и структуры объекта или системы необходимо и достаточно описать их в трех дополнительных в математическом смысле подпространствах:

- макропространстве;
- подпространстве компонент, содержащем узловую структуру компонент;
- подпространстве функциональных цепей, содержащих структуру соединений σ.

Основы теории представлений объектов и систем можно описать с помощью следующего математического формализма. Все пространство в целом - континуальное множество точек N, однако носителем его физических свойств является дискретное подмножество M, каждая точка которого является не только геометрической, но и вещественной:

$N = Sq \cup Mq; \quad Sq \cap Mq = \varnothing; \quad q = 1,2,3$

где Sq - подмножество, дополнительное к Mq.

Описание всего пространства через подпространство S_1 и M_1 есть необходимым, но недостаточным, так как связность пространства нарушается тем, что дополняется подпространством M_1. Подпространство объекта или системы состоит из конечного множества точечных, дискретно расположенных компонент, представляющих реальные детали со всеми их свойствами данного объекта или системы. Для описания таких свойств деталей вводим подпространство компонент, которое является дополнительным к подпространствам S_1 и M_1. Следовательно, для описания точки опорного пространства-компоненты в теории представлений производится такое переопределение координат этой компоненты, в котором дополнительное пространство (S_2 и M_2) описывается уже другой п - матрицей и другим геометрическим комплексом, то есть становится другим евклидовым R^3 пространством. После описания каждой компоненты объекта или системы рассматривается единое подпространство компонент - свободное пространство объекта или системы. Сходное положение наблюдается и с описанием в третьем подпространстве с той существенной разницей, что в нем рассматриваются не только компоненты объекта или системы, а единое пространство соединений и цепей, в котором соединение узлов компонент - структура задает само пространство соединений и цепей, размерность которого определяется числом линейно-независимых функциональных связей или путей прохождения электрических сигналов. Следовательно, каждое из континуальных подпространств Sq и дискретных Mq заполняют все пространство N, но в областях, принадлежащих дополнительным подпространствам, рассматривается только аналитическое продолжение данного подпространства. Таким образом, принцип " дополнительности" отображен рядами дополнительных одна к другой величин, характеризующих объект или систему в различных подпространствах.

Каждый ряд физических величин, однородных по содержанию, представлен п - матрицей, а система функциональных связей или путей прохождения электрических сигналов в геометрическом (топологическом) смысле представляет собой состоящую из определенного числа симплексов кривую.

Полное рассмотрение всех характеризующих объект или систему величин требует применения большого числа п - матриц. Организация таких величин в п - матрицы позволяет вводить новые понятия в теорию представлений объектов и систем ЛА, которые определяются такой организацией. С помощью п - матриц устанавливаются и систематизируются соотношения между известными величинами согласно заданным ограничениям и критериям каждого объекта или системы ЛА. Получаемые при этом уравнения связей всех величин включают три взаимосвязанных понятия, составляющих основу современного математического и физического анализа /1/, а также представляемую в работе теорию представлений в виде составляющих: преобразование; группа; инвариантность, образующих основу тензорного анализа.

В теории представлений объектов и систем применение топологии и тензорного анализа сетей заключается в следующем. Рассматривая объекты или системы как их обобщенные проекции в частных системах координат пространства с различной и усложняющейся от каждого этапа представлений структурой: для этапа макропредставления и представления компонент обычное - евклидово и дискретное, для представления электрических цепей - пространство-структура. Математический аппарат теории допускает существование в пространстве нескольких взаимно и последовательно ограниченных дополнительных одно к другому подпространств $S_1 \cup M_1 S_2 \cup M_2 S_n \cup M_n$. Комплекс таких подпространств достаточен для полного описания пространства в задачах сборки, монтажа, контроля и испытаний объектов и систем ЛА ($Sq \cup Mq$). Необходимое для полного описания N число подпространств определяется одним критерием - последнее из них $(S_n \cup M_n)$ должно описывать все соединения компонент, отражая сетевую структуру объекта или системы.

Введем в теорию представлений основные математические объекты и соотношения, устанавливаемые между ними для решения теоретических и практических задач этой теории. Изложенная выше методика представления объектов и систем основана на развитии представления их от совокупности точек до системы связанных структурой отношений точек. Такая структура отношений в развитии переходит в понятие "пространство сетей", или физически - в пространство-структуру, включающее соединенные заданным способом компоненты сети. С одной стороны это дискретное пространство, существующее только вдоль выделенных соединений-проводников (геометрических линий), находящихся в обычном геометрическом пространстве.

Геометрические линии (проводники) и их последовательности образуют в таком пространстве пути(цепи) связей и прохождения сигналов. С геометрической точки зрения объектами этого пространства (линиями), состоящими из точек, являются пути.

Определение количества и типа связных компонент объекта или системы для выбора базиса пространств объекта или систем и с его помощью системы координат, а также рассмотрения других вопросов, связанных со структурами, состоящих из соединения элементов, используем методы комбинаторной топологии и теории гомологий / 1 /. Введем топологические эквиваленты понятий, связанных со структурами объектов и систем ЛА. При изучении геометрических свойств объектов и систем рассматриваем их как объединение простых элементарных фигур-симплексов, где узлам - монтажным точкам поставлены в соответствие нульмерные симплексы $[\alpha_0]$; связи (проводнику), соединяющему два узла - одномерный симплекс, цепи - формально составленную сумму ориентированных одномерных симплексов; или коммутативных абелевых групп:

$$C' = a_1 S_1^1 + a_2 S_2^1 + \ldots + a_\alpha S_\alpha^1 \tag{2}$$

где $S_1^1, S_2^1, \ldots, S_\alpha^1$ - одномерные ориентированные симплексы;

$a_1, a_2, \ldots, a_\alpha$ - целые числа.

Последовательность (2) представляет собой линейную комбинацию переменных $S_1^1, S_2^1, \ldots, S_\alpha^1$ с коэффициентами $a_1, a_2, \ldots, a_\alpha$. Ориентация симплексов изменяется умножением их на (-1):

$$-1[\alpha_0, \alpha_1] = [\alpha_1, \alpha_0]$$

Границей одномерного симплекса $S = [\alpha_0, \alpha_1]$ является нульмерная последовательность типа: $\partial S = \alpha_1 - \alpha_0$, (3)

а границей последовательности (2): $\partial C' = \sum_{r_i \in R}^{i=\alpha} a_i \partial S_i^1$ (4)

Определение границы есть гомеоморфизм, преобразующий группу одномерных последовательностей в группу нульмерных последовательностей. Рассматривая затем подмножество R компонент системы F и обозначив через R^* последовательность вида

$$R^* = \sum_{r_i \in R} r_i \tag{5}$$

введем понятие связи (цепи) через топологические понятия:

если для подмножества R элементов топологической системы F справедливы условия

$\partial R^* = \partial_i - \partial_j;\quad \partial r_i = 0,$

где $R^* = \sum_{ri \in R} r_i$, $\alpha_i \in d_e R$, $\alpha_j \in d_p R$

и где $d_e R$ есть элементы левосторонней области (вход),

а $d_p R$ - элемент правосторонней области (выход),то подмножество R называется связью (цепью) системы F. Геометрической интерпетацией пути является граф, в котором каждый симплекс- ребро, соединяющее вершины α_i, α_j.

Принимая, что наиболее общим представление главной структуры объекта или системы есть сеть, топологические эквиваленты сети есть комплекс (K) как совокупность одномерных симплексов с определенными свойствами /2/.

Рассмотрим следующее топологическое определение сети объекта или системы. Множество всех цепей с произвольными целыми коэффициентами α_k представляют собой любой объект или систему ЛА и составляет группу цепей по сложению:

$$C^1(K) = \{\sum_{k=1}^{\alpha} \alpha_k \cdot S_k^l\} \tag{6}$$

В теории представлений объектов и систем ЛА рассматриваются только детерминированные объекты, которые можно представить как упорядоченные пары:

$$A = < S, f > \tag{7}$$

множества S одномерных симлексов и описывающей функции f.

Для определения многозначной функции f со значениями из множества Z натуральных чисел поставим в соответствие множества S и Z.

$$f : S \to Z$$

Следовательно, функция f ставит в соответствие симплексам $S_i \in S$ натуральные числа Z_i:

$f(S_i)=Z_i$, где каждому симплексу соответствуют различные числа Z_i

Топологический эквивалент объекта или системы, для которой определена описывающая функция f, при решении практических задач анализа этих объектов и систем будем называть детерминированным графом объекта или системы для использования тензорной методологии и математического определения компонент матриц в теории представлений объектов и систем летательных аппаратов.

Библиографический список

1. Коптев А.Н. Некоторые вопросы теории технологического анализа электросборок и его автоматизации: Сб. трудов - М.: НИАТ, 1984, с.38-44.

2. Крон Г. Тензорный анализ сетей/ пер. с англ. под ред. Л.Т.Кузина, П.Г. Кузнецова; М.: Наука, 1978. - 720 с.

3. Дубровин Б.А., Новиков С.П., Фоменко А.Т. Современная геометрия. Методы теории гомологий. - М.: Наука, 1984, с.117, 343.