

МЕТОД РАСЧЕТА ЛОКАЛЬНОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ ЩЕЛЕВОГО ТОКОВИХРЕВОГО ДАТЧИКА

Щелевой токовихревой датчик (рис. 1) представляет собой высокочастотную катушку индуктивности 2, намотанную на замкнутый ферритовый сердечник 1 с зазором 2 δ , в зоне которого создается узколокальное электромагнитное поле. Такие датчики применяются в дефектоскопии для обнаружения поверхностных микротрещин, волосовин и других различных локальных дефектов, для контроля параметров перемещающихся тел линейчатой конфигурации, для бесконтактных измерений перемещений и геометрических размеров тел сложной формы, для измерения различных покрытий на изделиях с малыми радиусами кривизны поверхности и т. д.

Расчет локального электромагнитного поля датчика в зоне контроля в присутствии проводящего полупространства представляет значительный интерес в ряде практических случаев. Так как непосредственный расчет этого поля довольно сложен и встречает значительные математические трудности, то для упрощения решения задачи при бесконтактных измерениях предлагается следующая методика.

1. Для точек $\frac{x}{2\delta} > 0,25$ заменяем поле рассеяния в зоне зазора без учета действия проводящей поверхности эквивалентным

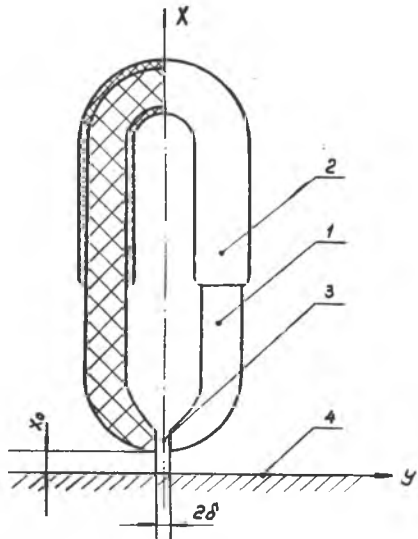


Рис. 1

полем тонкой проводящей пластины с током, расположенной непосредственно у магнитопровода с $\mu_c \gg \mu_0$.

Ширина этой пластины соответствует ширине щели, а ее ток — падению магнитного потенциала в воздушном зазоре и равен

$$I = 0,8 H_0 2\delta \cdot 10^{-6} = 1,6 H_0 \delta \cdot 10^{-6}, \quad (1)$$

где 2δ — ширина щели, *мм*

H_0 — напряженность магнитного поля в зазоре $\left(\frac{a}{M}\right)$.

В некоторых случаях расчет еще более упрощается, если для точек $\frac{x}{2\delta} > 0,5$ заменить поле рассеяния в зоне щели эквивалентным полем электрической нити с током.

2. Определяются параметры электромагнитного поля в зоне контроля для бесконечно-тонкой проводящей пластины с током (или электрической нити для точек $\frac{x}{2\delta} > 0,5$) с учетом влияния проводящего полупространства.

Для доказательства эквивалентности вышеуказанных полей необходимо рассчитать параметры и построить эквипотенциальные поверхности для обоих случаев, а полученные результаты сравнить.

Так как катушка возбуждения датчика экранирована, а магнитная проницаемость ферритового сердечника $\mu_c \gg \mu_0$, то магнитное поле рассеяния в зоне щели обычно рассматривают как плоскопараллельное и для расчета применяют метод конформных преобразований, согласно которому потенциал поля равен [1]

$$U = \frac{I}{2\pi} \operatorname{arctg} \frac{v}{U} \cdot 10^{-6}. \quad (2)$$

Значения U и V определяются в зависимости от координат рассматриваемой точки поля из уравнений

$$\left\{ \begin{aligned} z = x + jy = \delta \left[2\eta + \frac{1}{2} \ln \frac{(\eta-1)^2 + v^2}{(\eta+1)^2 + v^2} + j \left(2v + \operatorname{arctg} \frac{2v}{\eta^2 + v^2 - 1} \right) \right], \end{aligned} \right. \quad (3)$$

$$\eta^2 - v^2 = U + 1, \quad (4)$$

$$2\eta v = V. \quad (5)$$

Задаваясь значениями U и V в плоскости $w > 1$, определяют η и v , а затем координаты x и y точки, потенциал поля которой определяется из выражения (2). Зная потенциал поля, можно легко рассчитать значение составляющих напряженности поля рассеяния в зоне щели и построить картину поля.

Поле плоской пластины в любой точке определяется следующими выражениями [3, 4, 5]:

$$H_y(y) = 2 \frac{I}{2\pi\delta} \alpha \cdot 10^6 = \frac{I \cdot 10^6}{2\pi\delta} \left[\operatorname{arctg} \frac{y+\delta}{x_0} - \operatorname{arctg} \frac{y-\delta}{x_0} \right], \quad (6)$$

$$H_x(y) = 2 \frac{I}{8\pi\delta} \ln \frac{R_2}{R_1} \cdot 10^6 = I \frac{10^6}{4\pi\delta} \ln \frac{x_0^2 + (y+\delta)^2}{x_0^2 + (y-\delta)^2}. \quad (7)$$

Коэффициент 2 учитывает отражение пластины относительно феррита с $\mu_c = \infty$.

Согласно этим выражениям определяются значения составляющих напряженности магнитного поля пластины с током в области $-x_0 \leq x \leq 0$ и $-\infty < y < +\infty$.

Из сравнения полученных результатов видно, что для точек $\frac{x}{2\delta} > 0,25$ эквипотенциальные поверхности поля рассеяния щели датчика и поля замещающей пластины одинаковы при равных M . Д. С., а значения составляющих напряженностей, определенные методом конформных преобразований и по уравнениям (6) — (7) методом замещающей пластины отличаются незначительно (не более 5%). Упрощение решения можно продолжить для точек $\frac{x}{\delta} > 0,5$ заменив поле тонкой пластины с током эквивалентным полем бесконечно тонкого проводника с тем же значением тока, при этом погрешность вычислений не будет превышать 10%. Тем более такая замена справедлива, так как при бесконтактном контроле зазор «безопасности» x_0 значительно больше ширины щели 2δ , тогда расчет поля в зоне контроля сводится к расчету поля электрической нити радиусом $r = \delta$ с переменным током $I = Ie^{j\cot t}$, расположенной вблизи электропроводящей поверхности.

Далее ведется расчет электромагнитного поля электрической нити с учетом влияния электропроводящего полупространства II с магнитной проницаемостью μ_2 и удельной электропроводностью σ_2 , для чего решаются дифференциальные уравнения векторных потенциалов:

$$\frac{\partial^2 \bar{A}_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{A}_2}{\partial y^2} = jk^2 \bar{A}_2 \quad (8)$$

для проводящего полупространства II.

$$\frac{\partial^2 \bar{A}_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{A}_2}{\partial y_1^2} = 0, \quad (9)$$

для диэлектрического полупространства I.

Здесь \bar{A}_1 и \bar{A}_2 — векторные потенциалы, $k = \sqrt{\omega \mu_2 \tau_2}$ постоянная величина, обратно пропорциональная глубине проникновения электромагнитной волны в металл.

В результате решения этих уравнений известными методами [3, 4, 5, 7] получим значения векторных потенциалов поля

$$\bar{A}_1 = \frac{M_1 I}{2\pi} \left[\ln \sqrt{\frac{(x_0 + x)^2 + y^2}{(x_0 - x)^2 + y^2}} - 2 \frac{\mu_1}{\mu_2} \int_0^{\infty} \frac{e^{-(x_0 x_1) \lambda}}{\lambda + \sqrt{\lambda^2 + jk^2}} \right] \cos y \lambda d\lambda, \quad (10)$$

$$\bar{A}_2 = -\frac{\mu_1 I}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{e^{-x_0 \lambda} - \sqrt{\lambda^2 - jk^2} x}{\frac{\mu_1}{\mu_2} \lambda + \sqrt{\lambda^2 + jk^2}} \cos y \lambda d\lambda, \quad (11)$$

где x_0 — расстояние между нитью и проводящей поверхностью, равное зазору «безопасности»;

y, x — координаты точки;

λ — разделительная постоянная.

После преобразований и вычислений выражения для определения составляющих напряженности магнитного поля датчика в зоне контроля будут иметь вид

$$\bar{H}_{1x} = \frac{I}{2\pi} \left[\frac{y}{y^2 + (x_0 + x)^2} + \frac{y}{y^2 + (x_0 - x)^2} \right] + \frac{I}{\pi} \frac{\mu_1}{\mu_2} \int_0^{\infty} \frac{\lambda e^{-\lambda(x_0 - x)}}{\frac{\mu_1}{\mu_2} \lambda + \sqrt{\lambda^2 + jk^2}} \sin y \lambda d\lambda, \quad (12)$$

$$H_{1y} = -\frac{I}{2\pi} \left[\frac{x_0 + x}{(x_0 + x)^2 + y^2} + \frac{x_0 - x}{(x_0 - x)^2 + y^2} \right] + \frac{I}{\pi} \frac{\mu_1}{\mu_2} \int_0^{\infty} \frac{\lambda e^{-\lambda(x_0 - x)}}{\frac{\mu_1}{\mu_2} \lambda + \sqrt{\lambda^2 + jk^2}} \cos y \lambda d\lambda, \quad (13)$$

где \bar{H}_{ix} — нормальная составляющая напряженности, магнитного поля в диэлектрическом полупространстве I;

\bar{H}_{iy} — тангенциальная составляющая.

Для анализа полученного решения рассмотрим случаи, когда $\sigma_2 = 0$ и $\sigma_2 = \infty$.

Для случая $\sigma_2 = 0$, $k^2 = \sigma_2 \cdot \mu_2 \cdot \omega = 0$ имеем поле нити с током без наличия электропроводящего пространства II.

$$\bar{H}_{1x} = \frac{I}{2\pi} \cdot \frac{y}{(x_0 + x)^2 + y^2}, \quad (14)$$

$$H_{1y} = -\frac{I}{2\pi} \frac{(x_0 + x)}{(x_0 + x)^2 + y^2}. \quad (15)$$

Для случая, когда $\sigma_2 \rightarrow \infty$ и $k^2 \rightarrow \infty$ (это имеет место также и при очень высокой частоте питания датчика) из выражений (12)—(13) получим

$$\bar{H}_{1x} = \frac{I}{2\pi} \left[\frac{y}{(x_0 + x)^2 + y^2} - \frac{x}{(x_0 - x)^2 + y^2} \right], \quad (16)$$

$$\bar{H}_{1y} = -\frac{I}{2\pi} \left[\frac{x_0 + x}{(x_0 + x)^2 + y^2} + \frac{x_0 - x}{(x_0 + x)^2 + y^2} \right]. \quad (17)$$

Из анализа этих выражений видно, что суммарное магнитное поле в зоне контроля с учетом влияния проводящего полупространства II при $k^2 \rightarrow \infty$ образуется реальной электрической нитью и фиктивной, являющейся ее зеркальным отражением относительно граничной поверхности и проводящей ток в обратном направлении.

При этом тангенциальные составляющие этого поля суммируются, а нормальные составляющие вычитаются.

На поверхности проводящего полупространства ($x=0$) нормальные составляющие равны 0 (т. е. $\overline{H}_{1x} = 0$ при $x=0$), а тангенциальные составляющие определяются выражением $\overline{H}_{1y} = -\frac{I}{\pi} \frac{x_0}{x_0^2 + y^2}$ и имеют максимум в точке $y=0$, т. е. $H_{1y \max} = -\frac{I}{\pi x_0}$.

Итак, при $\kappa^2 \rightarrow \infty$ напряженность магнитного поля датчика не зависит от электрофизических свойств проводящего полупространства, определяется только расстоянием x_0 и координатами рассматриваемой точки (x, y).

В более общем случае, с учетом электрофизических свойств полупространства I и II (т. е. с учетом μ_1, μ_2 и σ_2) и частоты питающего тока, составляющие напряженности магнитного поля в любой точке в зоне контроля I определяются довольно сложными выражениями (12) и (13). Первые слагаемые характеризуют частный случай ($\kappa^2 \rightarrow \infty$) магнитного поля с полным экранированием проводящей поверхностью II, а вторые интегральные слагаемые в конечном виде представляют собой комплексные выражения и учитывают влияние вихревых токов, наводимых в электропроводящей поверхности с известными μ_2 и σ_2 .

Интегралы, входящие в выражения (12) и (13), определяются через функции Ломмеля и Ханкеля или вычисляются на электронно-вычислительной машине.

Всякий интеграл комплексного переменного может быть разбит на два криволинейных интеграла функции действительного переменного [6, 8], которые легко вычисляются на любой универсальной ЭЦМ.

Учитывая, что $(x_0 - x) > 0$ и $\frac{\mu_1}{\mu_2} \approx 1$ под определяемыми интегралами будем понимать интегралы вида

$$\int_0^{\infty} \frac{\lambda e^{-2x\lambda}}{\lambda + \sqrt{\lambda^2 + jk^2}} \sin y\lambda d\lambda, \quad (18)$$

$$\int_0^{\infty} \frac{\lambda e^{-2x\lambda}}{\lambda + \sqrt{\lambda^2 + jk^2}} \cos y\lambda d\lambda. \quad (19)$$

Заменой тригонометрической функции в подынтегральном выражении эти интегралы переходят друг в друга, а потому рассмотрим только интеграл (18).

Выделим действительную и мнимую части подынтегрального выражения, тогда получим

$$\int_0^{\infty} \frac{\lambda e^{-2x\lambda}}{\lambda + \sqrt{\lambda^2 + jk^2}} \sin y\lambda d\lambda = \frac{j}{k^2} \int_0^{\infty} \lambda^2 e^{-2x\lambda} \sin y\lambda d\lambda +$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{1}{\sqrt{2} k^2} \int_0^{\infty} \lambda \sqrt{\lambda^4 + k^4 - \lambda^2} e^{-2x\lambda} \sin y\lambda \, d\lambda - \\
 & - j \frac{1}{\sqrt{2} k^2} \int_0^{\infty} \lambda \sqrt{\lambda^4 + k^4 + \lambda^2} e^{-2x\lambda} \sin y\lambda \, d\lambda. \quad (20)
 \end{aligned}$$

Чтобы уменьшить число параметров, от которых зависят интегралы (20), введем новую переменную $\xi = \lambda x$, тогда $m = kx$, $n = \frac{y}{x}$ и для удобства обозначим эти интегралы через «а», «b» и «с».

$$\begin{aligned}
 a & = \frac{1}{\sqrt{2} k^2} \int_0^{\infty} \lambda \sqrt{\lambda^4 + k^4 - \lambda^2} e^{-2x\lambda} \sin y\lambda \, d\lambda = \\
 & = \frac{1}{\sqrt{2} x} \int_0^{\infty} \frac{\xi}{m} \sqrt{V \left(\frac{\xi}{m}\right)^4 + 1 - \left(\frac{\xi}{m}\right)^2} e^{-2\xi} \sin n\xi \, d\xi. \quad (21)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 b & = \frac{1}{\sqrt{2} k^2} \int_0^{\infty} \lambda \sqrt{\lambda^4 + k^4 + \lambda^2} e^{-2x\lambda} \sin y\lambda \, d\lambda = \\
 & = \frac{1}{\sqrt{2} x} \int_0^{\infty} \frac{\xi}{m} \sqrt{V \left(\frac{\xi}{m}\right)^4 + 1 + \left(\frac{\xi}{m}\right)^2} e^{-2\xi} \sin n\xi \, d\xi, \quad (22)
 \end{aligned}$$

$$c = \frac{1}{k^2} \int_0^{\infty} \lambda^2 e^{-2x\lambda} \sin y\lambda \, d\lambda = \frac{1}{m^2 x} \int_0^{\infty} \xi^2 e^{-2\xi} \sin n\xi \, d\xi. \quad (23)$$

Интеграл c легко определяется по частям [8]

$$c = \frac{1}{m^2 x} \left[\frac{64}{(n^2 + 4)^2} - \frac{12}{(n^2 + 4)^2} \right]. \quad (24)$$

Интегралы a и b для $\frac{\mu_1}{\mu_2} \approx 1$ вычисляются на ЭЦМ «Проминь-М», результаты расчетов для некоторых значений параметра m и n приведены на рис. 2, 3, 4, 5.

Теоретические исследования полученных конечных выражений показали, что степень локализации электромагнитного поля в зоне контроля определяется не только расстоянием между датчиком и контролируемой проводящей поверхностью, но и величиной эффективной глубины проникновения электромагнитной волны в металл, т. е. электромагнитными свойствами проводящей поверхности и частотой питания датчика.

Для случая произвольного значения $\frac{\mu_1}{\mu_2} = \beta$ интегралы, входящие в выражения (12)–(13), вычисляются аналогичным образом

$$\text{и приводятся к виду } \int_0^{\infty} \frac{\lambda e^{-2x\lambda}}{\beta\lambda + \sqrt{\lambda^2 + jk^2}} \sin y\lambda \, d\lambda =$$

$$\begin{aligned}
 &= \int_0^{\infty} \frac{\sqrt{2} \beta \lambda^4 (\beta - 1) + \lambda^3 (\beta^2 - 1) \sqrt{\sqrt{\lambda^4 + k^4} + \lambda^2} + k^2 \lambda \sqrt{\sqrt{\lambda^4 + k^4} - \lambda^2}}{\sqrt{2} [(\beta^2 - 1)^2 \lambda^4 + k^4]} e^{-2x\lambda} \times \\
 &\times \sin y\lambda d\lambda + j \int_0^{\infty} \frac{\sqrt{2} \beta \lambda^2 k^2 - k^2 \lambda \sqrt{\sqrt{\lambda^4 + k^4} + \lambda^2} - \lambda^3 (\beta^2 - 1) \sqrt{\sqrt{\lambda^4 + k^4} - \lambda^2}}{\sqrt{2} [(\beta^2 - 1)^2 \lambda^4 + k^4]} \times \\
 &\times e^{-2x\lambda} \cos y\lambda d\lambda \quad (25)
 \end{aligned}$$

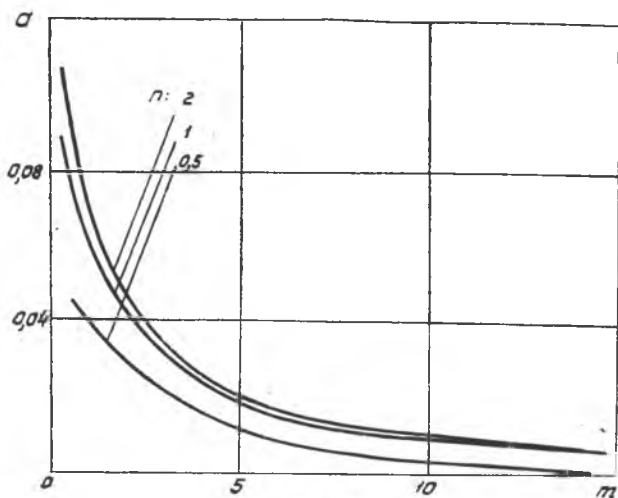


Рис. 2

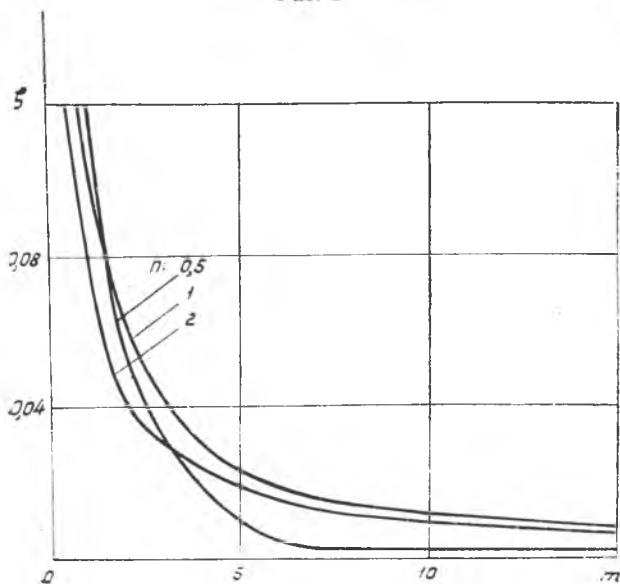


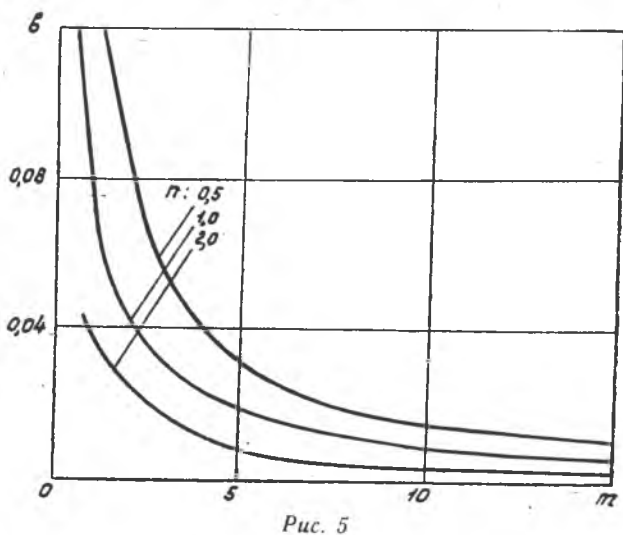
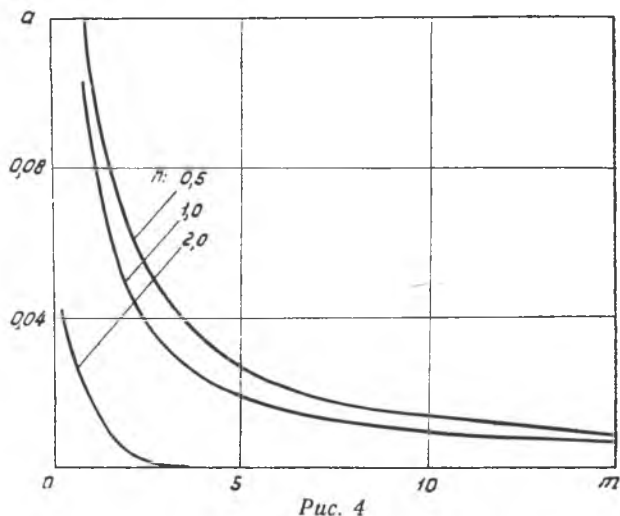
Рис. 3

$$\int_0^{\infty} \frac{\lambda e^{-2x\lambda}}{\beta\lambda + \sqrt{\lambda^2 + k^2}} \cos y\lambda d\lambda =$$

$$= \int_0^{\infty} \frac{\sqrt{2}\beta\lambda^4(\beta^2 - 1) - \lambda^3(\beta^2 - 1)\sqrt{\lambda^4 + k^4} + \lambda^2 + k^2\lambda\sqrt{\lambda^4 + k^4} - \lambda^2}{\sqrt{2}[(\beta^2 - 1)^2\lambda^4 + k^4]} e^{-2x\lambda} \times$$

$$\times \cos y\lambda d\lambda + j \int_0^{\infty} \frac{\sqrt{2}\beta\lambda^2 k^2 - k^2\lambda\sqrt{\lambda^4 + k^4} + \lambda^2 - \lambda^3(\beta^2 - 1)\sqrt{\lambda^4 + k^4} - \lambda^2}{\sqrt{2}[(\beta^2 - 1)^2\lambda^4 + k^4]} \times$$

$$\times e^{-2x\lambda} \cos y\lambda d\lambda \quad (26)$$



Эти интегралы рассчитываются на ЭВМ «Урал-2».

Проведенные теоретические исследования дают возможность определить значения составляющих напряженности магнитного поля датчика, характер их изменения, а также степень локализации и интенсивности этого поля в зоне контроля в зависимости от расстояния до металлической контролируемой поверхности с учетом влияния ее электрофизических свойств и частоты питания катушки индуктивности датчика.

На основе этих данных выбираются оптимальная конструкция датчика и величина установочного зазора с соответствием с требуемой задачей измерения.

При больших значениях параметра m (обычно при $m > 10$) для приближенных расчетов можно воспользоваться формулами (16) и (17), при этом погрешность вычислений не превышает 20%.

ЛИТЕРАТУРА

1. П. Ф. Фильчаков. Применение метода конформных отображений. Справочное руководство. Киев, 1964. «Наукова думка».
 2. Ф. Кронес. Техника магнитной записи. Л., 1962.
 3. Г. Бухгольц. Расчет электрических и магнитных полей, ИЛ, 1961.
 4. В. Смайт. Электростатика и электродинамика, ИЛ, 1954.
 5. Б. Я. Брунов, Л. М. Гольденберг. Теория электромагнитного поля. Госэнергоиздат, 1962.
 6. М. А. Лаврентьев и Б. В. Шабат. Методы теории функций комплексного переменного. ГИТТЛ М.—Л., 1951.
 7. Морс и Х. Фешбах. Методы теоретической физики. ИЛ, 1958.
 8. Л. Анго. Математика для электро- и радионинженеров. «Наука», 1965.
 9. Радиотехника. Том 7, № 2, 1952.
-