

## РАСЧЕТ ВНОСИМЫХ ПАРАМЕТРОВ ТОКОВИХРЕВОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ, НАХОДЯЩЕГОСЯ НАД ПЛОСКОЙ ПРОВОДЯЩЕЙ ПЛАСТИНОЙ ОГРАНИЧЕННЫХ РАЗМЕРОВ

В настоящее время для бесконтактного измерения малых перемещений, зазоров и амплитуд вибраций часто применяются токовихревые преобразователи. Это объясняется тем, что они позволяют производить измерения как в статических, так и в динамических режимах в широком диапазоне скоростей и перемещений при температурах окружающей среды до  $+500^{\circ}\text{C}$  и в различных агрессивных средах.

Наиболее целесообразно применять токовихревые преобразователи для контроля параметров вращающихся объектов и деталей различной формы: для измерения радиальных зазоров рабочих лопаток турбин, осевых и радиальных биений и вибраций роторов, формы вращающихся тел, профилей коллекторов электрических машин и т. д. Почти во всех этих случаях токовихревой датчик, представляющий собой высокочастотную плоскую катушку индуктивности, в момент измерения находится над электропроводящей поверхностью ограниченных размеров.

Теоретическое определение параметров такого датчика, находящегося над электропроводящей полуплоскостью, в зависимости от величины зазора и электромагнитных свойств металла является довольно трудной задачей и приближенные методы решения ее известны [1, 2, 3].

Однако для ряда практических случаев представляет интерес расчет выходного сопротивления токовихревого преобразователя вблизи проводящей плоской поверхности ограниченных размеров на расстоянии, соизмеримом с диаметром катушки.

Для расчета заменяем накладную плоскую катушку токовихревого датчика эквивалентным круговым контуром средним радиусом  $a$  с током  $I$  (рис. 1). Выбираем цилиндрическую систему координат. Определяем вносимые в контур параметры ( $R_{\text{вн}}$  — вносимое активное сопротивление и  $L_{\text{вн}}$  — вносимую индуктивность) от влия-

ния электропроводящей пластины длиной  $l$  и шириной  $b$ . Явление дифракции электромагнитного поля на краях пластины и влияние боковых граней не учитываем.

Для решения поставленной задачи воспользуемся методом, описанным в [2], сущность которого сводится к расчету электромагнитного поля, образованного током контура и токами в проводящей пластине, путем графоаналитического или машинного решения уравнений Максвелла с учетом граничных условий на проводящей

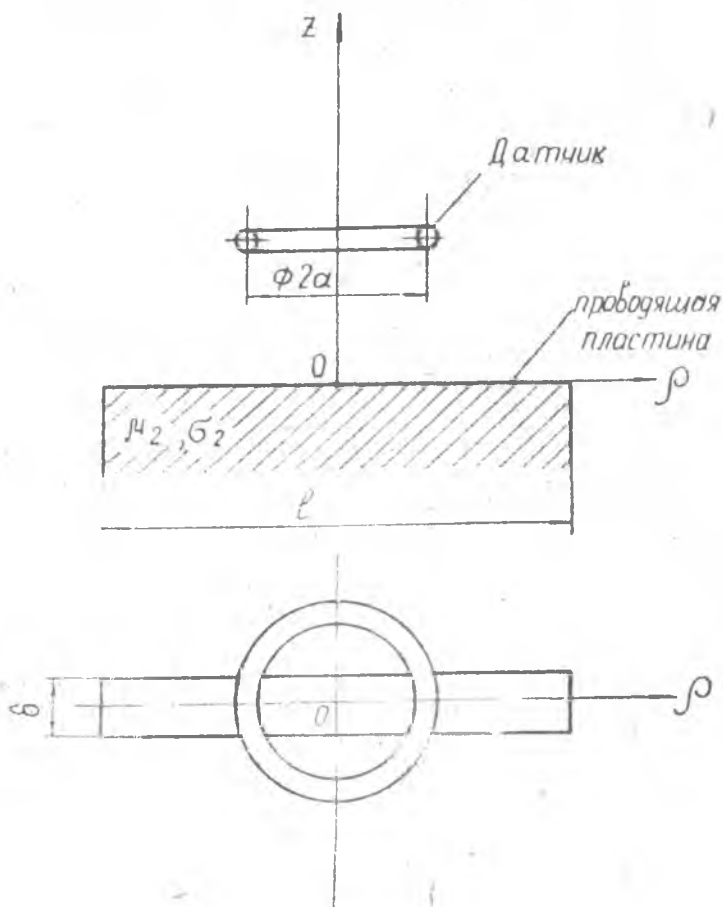


Рис. 1.

поверхности. Вносимое активное сопротивление кругового контура определится по мощности активных потерь в проводящей пластине

$$R_{вн} = \frac{P}{I^2} = \frac{1}{I^2} \int_S \overline{\Pi}_{z\text{cp}} \overline{dS}, \quad (1)$$

где

$P$  — активные потери в пластине;

$I$  — ток контура;

$\bar{P}_{zcp}$  — среднее значение за период вектора Пойнтинга у поверхности проводника ( $z=0$ );

$d\bar{S}$  — элементарная площадка на поверхности, где можно считать величину  $\bar{P}_{zcp} = \text{const}$ , то есть мощность, преобразуемая в тепло внутри металла, может быть определена через интеграл по поверхности пластин  $S$  от произведения среднего значения вектора Пойнтинга на поверхности раздела диэлектрик — металл ( $z=0$ ) на элементарную площадку, где  $\bar{P}_{zcp} = \text{const}$ .

Среднее значение вектора Пойнтинга за период колебаний согласно [4, 5] равно

$$\begin{aligned}\bar{P}_{zcp} &= \frac{1}{T} \int_0^T \bar{P}_z dt = \sqrt{\frac{\omega \mu_2}{\sigma_2}} \bar{H}_\rho^2 \frac{1}{2} e^{-2\beta z} \cos \frac{\pi}{4} = \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\omega \mu_2}{2\sigma_2}} \bar{H}_\rho^2 e^{-2\beta z},\end{aligned}\quad (2)$$

где

$\mu_2$  — магнитная проницаемость проводящей пластины;

$\sigma_2$  — электропроводность пластины;

$\omega$  — круговая частота;

$H_\rho$  — касательная составляющая напряженности магнитного поля;

$z$  — текущая координата.

Теперь для случая  $z=0$  выражение (1) с учетом (2) будет иметь вид

$$R_{\text{вн}} = \frac{1}{2I^2} \sqrt{\frac{\omega \mu_2}{2\sigma_2}} \int_S \bar{H}_\rho^2 d\bar{S} \quad (3)$$

Значение касательной составляющей напряженности магнитного поля на поверхности пластины определится из выражения [6]:

$$\bar{H}_\rho = \frac{I}{4\pi\rho} \cdot A, \quad (4)$$

где

$$A = \frac{2 \frac{z}{a}}{\sqrt{\left(1 + \frac{\rho}{a}\right)^2 + \left(\frac{z}{a}\right)^2}} \left[ -K + \frac{1 + \left(\frac{\rho}{a}\right)^2 + \left(\frac{z}{a}\right)^2}{\left(1 - \frac{\rho}{a}\right)^2 + \left(\frac{z}{a}\right)^2} E \right] \quad (5)$$

Здесь

$K$  и  $E$  — полные эллиптические интегралы первого и второго рода, значения которых табулированы [7];

$z$  — расстояние от точки до плоскости витка;

$\rho$  — расстояние от точки до оси витка.

Согласно выражению (5) на электронной вычислительной машине рассчитаны функции  $A\left(\frac{\rho}{a}\right)$  для различных отношений  $\left(\frac{z}{a}\right)$  [1].

Выражение (3) аналитическим путем не интегрируется, а вычисляется разложением в сумму

$$R_{\text{вн}} = \frac{1}{32\pi^2} \cdot \sqrt{\frac{\omega\mu_2}{2\sigma_2}} \cdot \int_s \frac{A^2}{\rho^2} dS = \frac{1}{32\pi^2} \cdot \sqrt{\frac{\omega\mu_2}{2\sigma_2}} \cdot \sum_{\rho=0}^{\rho=l} \frac{A^2}{\rho^2} \Delta S, \quad (6)$$

где  $\Delta S = 2\Delta\rho b$  — элементарная площадка под датчиком, на которой значение  $H_\rho$  можно считать постоянным. Если принять  $\Delta\rho = 0,1 a$  и ввести коэффициент  $\kappa = \frac{a}{a}$  известную постоянную, зависящую от ширины пластины  $b$  и радиуса датчика,  $a$ , то получим

$$R_{\text{вн}} = \frac{k}{160\pi^2} \sqrt{\frac{\omega\mu_2}{2\sigma_2}} \cdot \sum_{\frac{\rho}{a}=0}^{\frac{\rho}{a}=\frac{l}{a}} \left(\frac{A}{a}\right)^2 = \frac{k}{160\pi^2} \sqrt{\frac{\omega\mu_2}{2\sigma_2}} \cdot G\left(\frac{z}{a}\right) \quad (7)$$

Коэффициент

$$G\left(\frac{z}{a}\right) = \sum_{\frac{\rho}{a}=0}^{\frac{\rho}{a}=\frac{l}{a}} \left(\frac{A}{a}\right)^2. \quad (8)$$

зависит только от размеров датчика и расстояния от плоскости датчика до контролируемой пластины и определяется из расчета по таблицам [1].

Графическая зависимость  $G\left(\frac{z}{a}\right)$ , рассчитанная по формуле (8), представлена на рис. 2.

Далее, зная электромагнитные свойства контролируемой пластины и ее размеры для различных значений  $\left(\frac{z}{a}\right)$ , из рис. 2 определяем  $G\left(\frac{z}{a}\right)$  и, пользуясь формулой (7), ведем расчет вносимого активного сопротивления.

Индуктивность контура определяется нормальной составляющей напряженности магнитного поля в плоскости витка

$$L = \frac{\mu_1}{I} \int_{S_k} \bar{H}_z dS_k, \quad (9)$$

где  $\mu_1$  — магнитная проницаемость среды;

$$\bar{H}_z = \frac{I}{4\pi a} \cdot B \quad (10)$$

— нормальная составляющая магнитного поля;

$S_k$  — площадь контура, ограниченная проекцией витка на проводящую пластину.

Коэффициент  $B$  зависит от координат точки  $\rho$  и  $z$  и определяется по формуле [6]

$$B = \frac{2}{\sqrt{\left(1 + \frac{\rho}{a}\right)^2 + \left(\frac{z}{a}\right)^2}} \left[ K_1 + \frac{1 - \left(\frac{\rho}{a}\right)^2 - \left(\frac{z}{a}\right)^2}{\left(1 - \frac{\rho}{a}\right)^2 + \left(\frac{z}{a}\right)^2} E \right] \quad (11)$$

В соответствии с последним выражением (11) на электронно-числительной машине для различных отношений  $\frac{z}{a}$  рассчитаны функции  $B\left(\frac{\rho}{a}\right)$ , которые сведены в таблицы [1]. Подставляя значение  $H_z$  в (9) и заменяя интегрирование разложением в сумму, получим

$$L = \frac{\mu_1}{I} \int_{S_k} \frac{1}{4\pi a} B dS = \frac{\mu_1}{4\pi} \sum_{\frac{\rho}{a}=0}^{\frac{\rho}{a}=1} B \frac{1}{a} \Delta S_k = \frac{1}{20\pi} \mu_1 b \sum_{\frac{\rho}{a}=0}^{\frac{\rho}{a}=1} B \left(\frac{\rho}{a}\right) = \frac{1}{20\pi} \mu_1 b \cdot D \left(\frac{z}{a}\right) \quad (12)$$

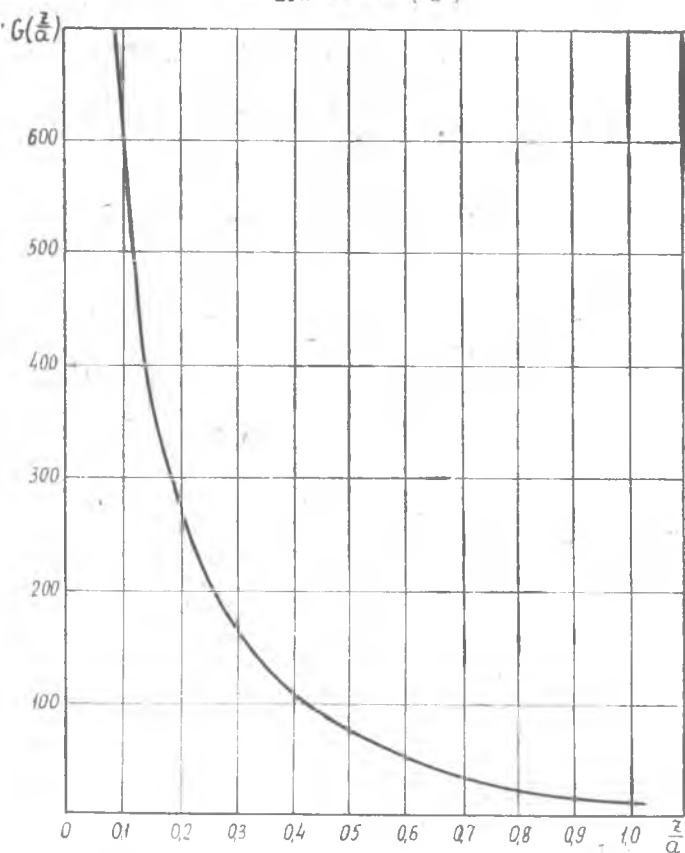


Рис. 2.

Коэффициент  $D\left(\frac{z}{a}\right) = \sum_{\frac{\rho}{a}=0}^{\frac{\rho}{a}=1} B \frac{\rho}{a}$  определяется расчетным путем по таблицам [1], графическая зависимость  $D\left(\frac{z}{a}\right)$  приведена на рис. 3.

Вносимая индуктивность равна следующему значению:

$$L_{\text{вн}} = L - L_i, \quad (13)$$

где  $L_i$  — индуктивность, обусловленная полем внутри проводника и пересчитанная в цепь витка, определяется она из условия равенства реактивного и активного сопротивлений [5] внутри металла

$$L_i = \frac{R_{\text{вн}}}{\omega}. \quad (14)$$

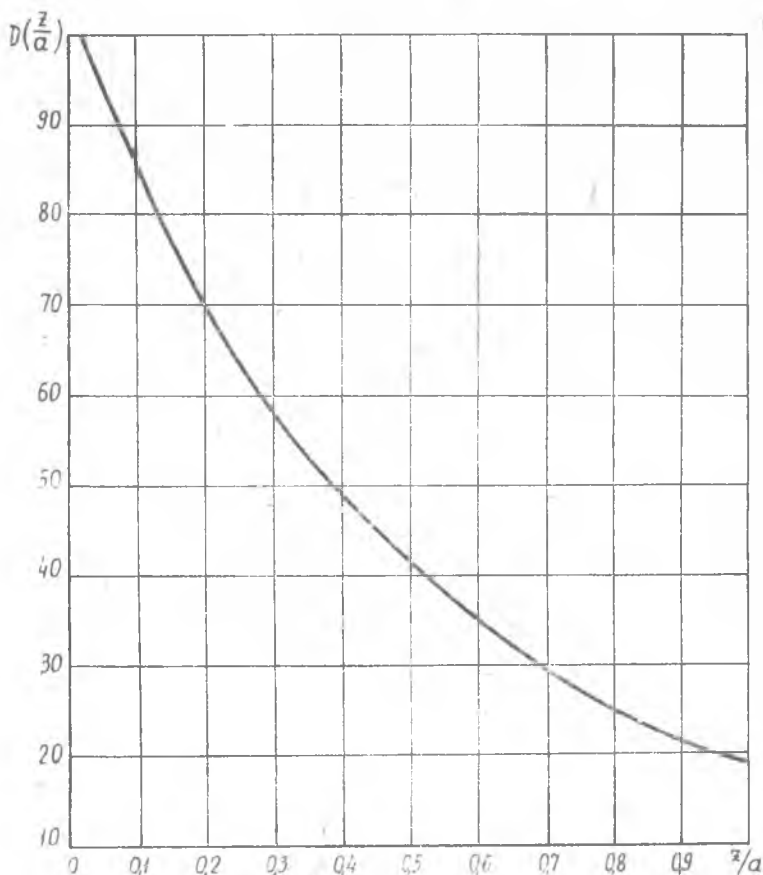


Рис. 3.

Итак, из выражения (13) с учетом (7), (12) и (14) получим

$$L_{вн} = \frac{1}{20\pi} \mu_1 b D \left( \frac{z}{a} \right) - \frac{k}{160\pi^2} \sqrt{\frac{\mu_2}{2\omega\sigma_2}} \cdot G \left( \frac{z}{a} \right). \quad (15)$$

По этой формуле определяется вносимая индуктивность для различных значений  $\frac{z}{a}$ , коэффициенты  $G \frac{z}{a}$  и  $D \frac{z}{a}$  находятся по графикам рис. 2, 3.

Таким образом, зная геометрические размеры и электромагнитные свойства плоской пластины, а также радиус датчика, можно определить по формулам (7) и (15) вносимые параметры токовихревого преобразователя в зависимости от расстояния до контролируемой детали.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. С. Быховский. «Токовихревой преобразователь для измерения перемещений». Диссертационная работа, г. Куйбышев, 1963.
2. Ю. С. Быховский, Н. М. Старобинский. «Метод расчета параметров вносимых в круговой контур проводящей поверхностью». Автоматические измерительные и регулирующие устройства, г. Куйбышев, 1965.
3. В. С. Соболев. «Бесконтактное измерение удельного сопротивления методом вихревых токов». Известия Сибирского отделения Академии наук СССР, Выпуск 1. Новосибирск, 1964.
4. Б. Я. Брунов, Л. М. Гольденберг. «Теория электромагнитного поля», Госэнергоиздат, 1962.
5. Кумпфмюллер. «Основы теоретической электротехники». Госэнергоиздат, 1962.
6. Л. Д. Гольдштейн, Н. В. Зернов. «Электромагнитные поля и волны». Советское радио, 1965.
7. Ю. Л. Беляков, Р. Н. Кравцов. Таблицы эллиптических интегралов.
8. П. Л. Калантаров, Л. А. Цейтлин. «Расчет индуктивностей». ГЭИ, 1955.