

сохраняют отклонение от среднего значения менее  $\pm 5\%$  в условиях факторов негативного влияния на отдельные модули.

#### Список использованных источников

1. Гейтенко, А.Е. Исследование устройств бесперебойного питания с параллельным соединением инверторов и равнозначным управлением. /А.Е. Гейтенко, О.В. Осипов// Инфокоммуникационные технологии. — 2019. — Т.17. — №4. – С. 419-425.

2. Пат. № 2658621 РФ. Способ управления резервированными модулями источника бесперебойного питания/ А.Е. Гейтенко, Е.Н. Гейтенко:— Бюл. №18, 2018 г.

Гейтенко Александр Евгеньевич инженер АО «ПМК-402» Адрес: 443099, г. Самара, ул. Чапаевская, 114. Тел. +7 (846) 330-10-35. E-mail: mail@pmk402.ru

УДК 621.396.67

### ПОЛЕ ВБЛИЗИ КОНТУРА КРУГОВОГО ТОКА

А.А. Балуков, Л. В. Симакова

«Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева», г. Самара

Исследуется ближнее поле кругового контура радиуса  $a$  с электрическим током, в частности, круговой рамочной антенны. Обычно поле и в дальней, и в ближней зоне определяется в дипольном приближении, когда расстояние  $r$  до точки наблюдения значительно больше, чем размеры источника ( $r \gg a$ ). В непосредственной близости к источнику дипольное приближение несправедливо, назовем поле этой области прилегающим (рисунок 1). Результаты данного исследования применимы для расчетов устройств, использующих замкнутые токи (например, токовихревые датчики).

В ближней зоне преобладает квазистационарное поле, которое в любой момент времени  $t$  совпадает со стационарным полем постоянного тока, соответствующего значению переменного тока в этот же момент  $t$ . Это позволяет свести расчет прилегающего поля к расчету стационарного поля.

Начало координат  $O$  совместим с центром контура (рисунок 2).

Координаты точки источника  $Q$  отмечены штрихами:

сферические координаты  $r' = a$ ,  $\theta' = \frac{\pi}{2}$ ,  $\varphi'$ ;

цилиндрические координаты  $\rho' = a$ ,  $\varphi'$ ,  $z' = 0$ ; радиус-вектор  $\vec{r}' = \vec{\rho}'$ .

Координаты точки наблюдения  $P$  :

сферические  $r, \theta, \varphi$ ; цилиндрические  $\rho, \varphi, z$ ; радиус-вектор  $\vec{r}$ .



Рисунок 1 – Зоны излучения

Плотность стороннего источника электрического тока зададим в виде:

$$\vec{j}(\vec{r}') = \bar{I}_{\varphi'} I \delta(\rho' - a) \delta(z' - 0); \quad I \approx const, \quad (1)$$

где  $\delta(x)$  – дельта-функция Дирака.

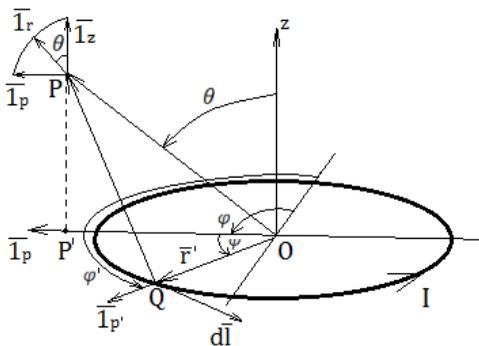


Рисунок 2 – Координаты излучателя и точки наблюдения

Для определения поля используем электрический векторный потенциал, выражение для которого является решением уравнения Пуассона:

$$\bar{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V'} \frac{\vec{j}(\vec{r}')}{R(\vec{r}')} dV' \quad (2)$$

где  $R$  – расстояние между точками наблюдения  $P(\vec{r})$  и источника  $Q(\vec{r}')$  (рисунок 2):

$$R = |\bar{r} - \bar{r}'| = \sqrt{r^2 + \alpha^2 - 2\alpha r \cos \alpha} \quad (3)$$

$$\cos \alpha = (\bar{1}_r, \bar{1}_{r'}) = \sin \theta \cos \psi; \quad \psi = \varphi' - \varphi$$

Переведем орт  $\bar{1}_{\varphi'} = \bar{1}_\psi$  координат точек источника, по которым ведется интегрирование, в орты координат точки наблюдения  $\bar{1}_\rho, \bar{1}_\varphi$ , не зависящие от координат точек источника:

$$\bar{1}_{\varphi'} = \bar{1}_\psi = -\bar{1}_\rho \sin(\psi) + \bar{1}_\varphi \cos(\psi)$$

Подставив (1) в (2), и учтя свойство дельта-функции, получим:

$$\bar{A}(\bar{r}) = \frac{\mu_a I}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\alpha}{R(\varphi')} d\varphi' = \bar{1}_\varphi \frac{\mu_a I \alpha}{2\pi} \int_0^\pi \frac{\cos \psi}{R(\psi)} d\psi \quad (4)$$

В дипольном приближении принимаются допущения:

$$\begin{aligned} \frac{\alpha^2}{r^2} \ll \frac{\alpha}{r} \ll 1; \quad R \approx r \sqrt{1 - \frac{2\alpha}{r} \cos \alpha} \approx r \left(1 - \frac{\alpha}{r} \cos \alpha\right); \\ \frac{1}{R} \approx \frac{1}{r \left(1 - \frac{\alpha}{r} \cos \alpha\right)} \approx \frac{1}{r} \left(1 + \frac{\alpha}{r} \cos \alpha\right) = \frac{1}{r} \left(1 + \frac{\alpha}{r} \sin \theta \cos \psi\right) \end{aligned} \quad (5)$$

При этом из (4) следует:

$$\bar{A}(\bar{r}) = \bar{1}_\varphi \frac{\mu_a I \alpha^2}{2\pi r^2} \sin \theta \int_0^\pi (\cos \psi)^2 d\psi = \bar{1}_\varphi \frac{\mu_a I \alpha^2}{4 r^2} \sin \theta$$

Для магнитного поля получим известное выражение магнитного поля диполя с магнитным моментом  $p^m = \pi \alpha^2 I$ :

$$\bar{H} = \frac{1}{\mu_a} \text{rot} \bar{A} = \frac{p^m}{4\pi r^3} (\bar{1}_r 2 \cos \theta + \bar{1}_\theta \sin \theta)$$

Запишем последнее выражение в цилиндрической системе координат  $\rho, \varphi, z$  в нормированном виде:

$$\bar{h} = \frac{\bar{H}}{H_0} = \frac{1}{2(\tilde{z}^2 + \tilde{\rho}^2)^{5/2}} \{ \bar{1}_\rho 3\tilde{\rho}\tilde{z} + \bar{1}_z (2\tilde{z}^2 - \tilde{\rho}^2) \}, \quad (6)$$

где  $H_0 = \frac{I}{2\alpha}$ ;  $\tilde{\rho} = \frac{\rho}{\alpha}$ ;  $\tilde{z} = \frac{z}{\alpha}$ .

Определим теперь прилегающее поле точно, без допущений (5). Переведем (3) в цилиндрические координаты:

$$R = \sqrt{\rho^2 + z^2 - 2\alpha\rho \cos \psi} \quad (7)$$

Введем параметр, который называемый далее модулем, и новую переменную интегрирования  $\beta$ :

$$\begin{aligned} \kappa^2 &= \frac{4\alpha r \sin \theta}{r^2 + \alpha^2 + 2\alpha r \sin \theta} = \frac{4\alpha\rho}{z^2 + (\alpha + \rho)^2}; \quad 0 \leq \kappa \leq 1 \\ \beta &= \frac{1}{2}(\pi - \psi); \quad \cos \psi = \cos(2\beta - \psi) = -\cos 2\beta = 2(\sin \beta)^2 - 1 \end{aligned}$$

С учетом этого:

$$R = \frac{2\sqrt{\alpha\rho}}{\kappa} \sqrt{1 - \kappa^2(\sin \beta)^2}$$

Интеграл же (4) сведется к комбинации полных эллиптических интегралов 1-го рода  $K(\kappa)$  и 2-го рода  $E(\kappa)$  с модулем  $\kappa$ . Эти интегралы являются табулированными функциями.

$$K(\kappa) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\beta}{\sqrt{1 - \kappa^2(\sin \beta)^2}}; \quad E(\kappa) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - \kappa^2(\sin \beta)^2} d\beta$$

Таким образом:

$$\begin{aligned} \bar{A}(\vec{r}) &= \bar{1}_\varphi \frac{\mu_a I}{2\pi} \sqrt{\frac{\alpha}{\rho}} \left[ \left( \frac{2}{\kappa} - \kappa \right) K(\kappa) - \frac{2}{\kappa} E(\kappa) \right] = \bar{1}_\varphi \frac{\mu_a I}{2\pi} \sqrt{\frac{\alpha}{\rho}} f(\kappa); \\ f(\kappa) &= \left( \frac{2}{\kappa} - \kappa \right) K(\kappa) - \frac{2}{\kappa} E(\kappa). \end{aligned}$$

Выражения для составляющих магнитного поля в прилегающей зоне имеют вид:

$$\begin{aligned} \bar{H} &= \frac{1}{\mu_a} \text{rot} \bar{A} = \bar{1}_\rho H_\rho + \bar{1}_z H_z; \quad H_\rho = -\frac{1}{\mu_a} \frac{dA_\varphi}{dz} = -\frac{I}{2\pi} \sqrt{\frac{\alpha}{\rho}} \frac{d\kappa}{dz} \frac{df(\kappa)}{d\kappa}; \\ H_z &= \frac{1}{\mu_a \rho} \frac{d(\rho A_\varphi)}{d\rho} = \frac{I}{4\pi} \frac{\sqrt{\alpha}}{\rho^{\frac{3}{2}}} f(\kappa) + \frac{I}{2\pi} \sqrt{\frac{\alpha}{\rho}} \frac{d\kappa}{d\rho} \frac{df(\kappa)}{d\kappa}. \end{aligned}$$

Используя справочные соотношения

$$2 \frac{dK}{dx} = \frac{E}{x(1-x)} - \frac{K}{x}; \quad 2 \frac{dE}{dx} = \frac{1}{x}(E - K); \quad x = \kappa^2;$$

и переходя к нормированной записи через нормированные координаты  $\tilde{\rho} = \frac{\rho}{\alpha}$ ;  $\tilde{z} = \frac{z}{\alpha}$ , получим:

$$h_\rho = \frac{H_\rho}{H_0} = \frac{\tilde{z}}{\pi \rho \sqrt{\tilde{z}^2 + (1 + \tilde{\rho})^2}} \left\{ \left[ \frac{\tilde{z}^2 + \tilde{\rho}^2 + 1}{\tilde{z}^2 + (\tilde{\rho} - 1)^2} \right] E(\kappa) - K(\kappa) \right\} \quad (8)$$

$$h_z = \frac{H_z}{H_0} = \frac{1}{\pi \sqrt{\tilde{z}^2 + (1 + \tilde{\rho})^2}} \left\{ K(\chi) - \left[ \frac{\tilde{z}^2 + \tilde{\rho}^2 - 1}{\tilde{z}^2 + (\tilde{\rho} - 1)^2} \right] E(\chi) \right\}, \quad (9)$$

где  $H_0 = H_z(\rho = z = 0) = \frac{I}{2a}$  – поле в центре контура с током.

Примерная картина векторных линий магнитного поля кругового тока показана на рисунке 3.

На рисунке 5 представлены графики зависимостей  $h_z$  (левый столбец) и  $h_\rho$  (правый столбец) от  $\tilde{\rho}$  при разных значениях  $\tilde{z} = const$ . Сплошные кривые рассчитаны по точным формулам (8), штриховые – в дипольном приближении по формуле (6). Непосредственно на контуре из-за его малой толщины составляющая  $h_z$  обращается в бесконечность (рисунок 4). Радиальная же составляющая  $h_\rho$  обращается в ноль в плоскости витка. На рисунке 6 показано смещение нулей  $\tilde{\rho}_0$  составляющей  $h_z(\tilde{\rho})$  [ $h_z(\tilde{\rho}_0) = 0$ ] и экстремумов  $\tilde{\rho}_3$  составляющей  $h_\rho(\tilde{\rho})$  [ $h_\rho(\tilde{\rho}_3) = \max h_\rho$ ] по радиальной оси в зависимости от  $\tilde{z}$ . Исходя из графиков на рисунке 4, можно сделать вывод, что дипольным приближением разумно пользоваться при  $\tilde{z} = \frac{z}{a} \geq 10$ . Данная граница весьма условна и подлежит переоценке в каждом конкретном практическом случае исходя из целей решаемой задачи.

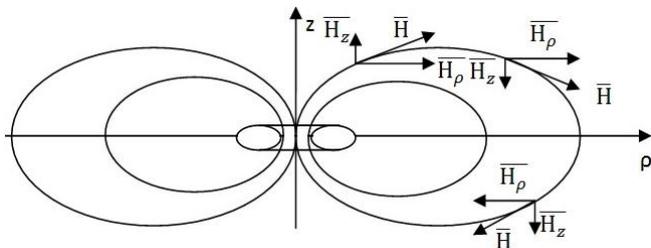


Рисунок 3 – Приблизительная структура магнитного поля

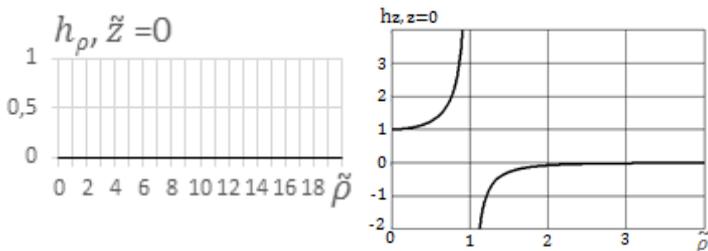


Рисунок 4 – Распределение составляющих H по координатам в плоскости витка

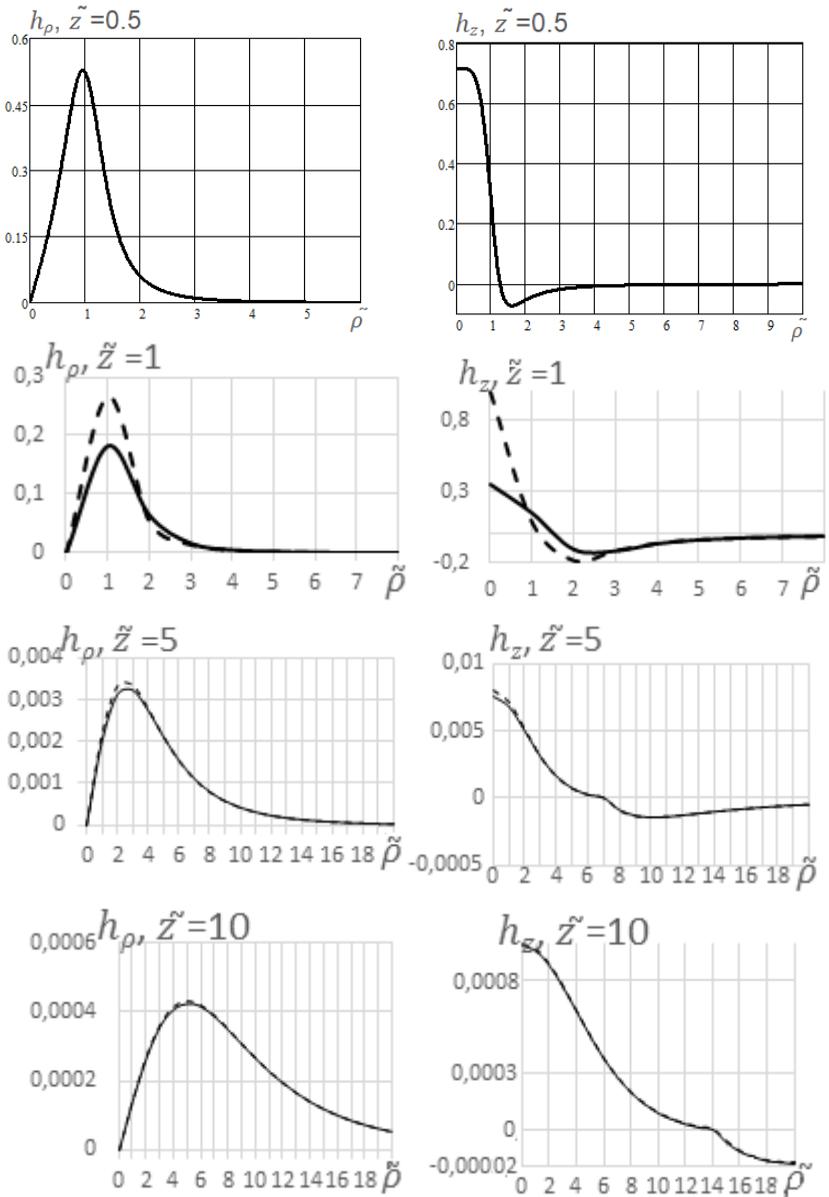


Рисунок 5 – Сравнение дипольного приближения и точной формулы при разных значениях координаты  $z$

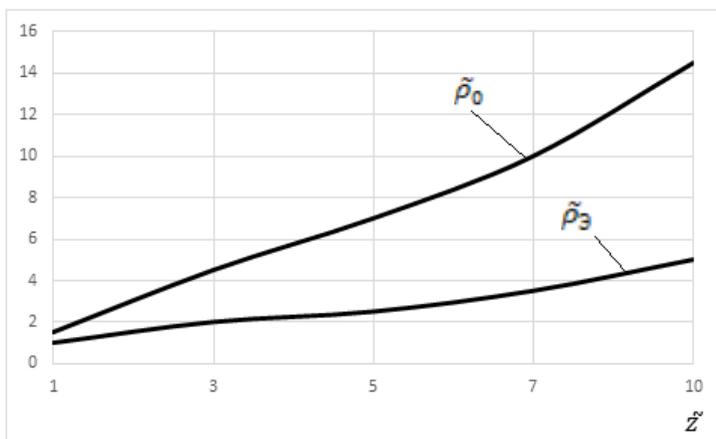


Рисунок 6 – Смещение нулей  $\tilde{\rho}_0$  составляющей  $h_z(\tilde{\rho})$  и экстремумов  $\tilde{\rho}_3$  составляющей  $h_\rho(\tilde{\rho})$  по оси  $\rho$  в зависимости от  $z$

#### Список использованных источников

- 1 Янке, Е. Специальные функции (Формулы, графики, таблицы) [Текст]/ Е. Янке, Ф. Эмде, Ф. Лёш; под ред. Н.Х. Розова. – М. : Наука, 1964. – 344 с., с илл.
- 2 Краткий физико-технический справочник, том I [Текст]/ под общ. ред. К.П. Яковлева. – М. : Государственное издательство физико-математической литературы, 1960. – 446 с.
- 3 Полухин, Ю.Н. Излучение электромагнитных волн: учеб. пособие [Текст]/ Ю.Н. Полухин. – Самара: Изд-во СГАУ, 2016. – 156 с.  
Балуков А.А., 8(927)295-20-38, balukov\_98@mail.ru  
Симакова Л. В., 8 (922) 864-29-38, lidulka.simakova@gmail.com

УДК 621.389

### **РАЗРАБОТКА ОДНОКАНАЛЬНОГО УЛЬТРАЗВУКОВОГО РАСХОДОМЕРА ВРЕМЕНИ ПРОХОЖДЕНИЯ СИГНАЛА ДЛЯ ЖИДКОСТИ**

А.А. Кобелев, А.Н. Агафонов, В.С. Бут

«Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва», г. Самара

Развитие технологии, ужесточение требований по ресурсосбережению, обращение к экологически чистым производствам, рост цен на энергоносители ведут к необходимости все более широкого применения приборов, предназначенных для измерения расхода жидких сред [1]. Для данных целей успешно применяются различного типа расходомеры.