

3. Капитонова Л.М. Исследование МПИ для частотного преобразования сигналов низкого уровня ИИС. Диссертация на соискания ученой степени кандидата технических наук. [Рукопись] М., 1975.

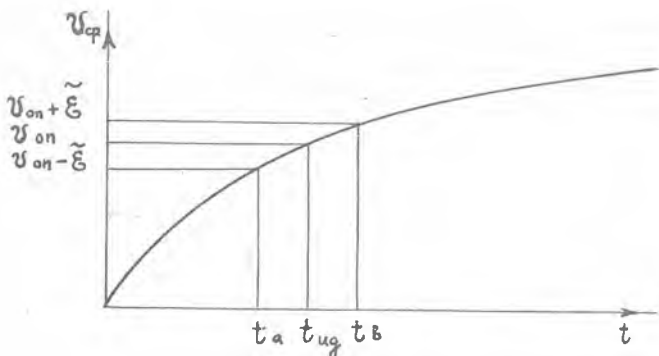
В.П. Глухов, В.Г. Любимкин

О СЛУЧАЙНОЙ ПОГРЕШНОСТИ СОГЛАСУЮЩЕГО УСТРОЙСТВА
ДЛЯ ИНДУКТИВНЫХ ДАТЧИКОВ, РЕАЛИЗУЮЩЕГО МПВ

Многие задачи автоматизации экспериментальных исследований технологических процессов связаны с преобразованием контролируемых физических величин в цифровой код и вводом этого кода в ЭВМ для дальнейшей обработки. Известны согласующие устройства для индуктивных датчиков, реализующие метод постоянной времени (МПВ) [1], которые могут использоваться в качестве периферийных устройств ЭВМ, а также в составе систем сбора информации.

Преобразование контролируемых параметров согласующими устройствами осуществляется с погрешностями как систематического, так и случайного характера. К случайным погрешностям можно отнести следующие: обрыв линии связи в неопрашиваемом канале, выход из строя основного элемента схемы, временные задержки логических элементов, помехи, наведенные в измерительной цепи и цепях управления, погрешности срабатывания сравнивающих устройств и т.д.

В статье анализируется погрешность, связанная со случайным срабатыванием сравнивающих устройств. Алгоритм преобразования регулируемого согласующего устройства (СУ) состоит в следующем. Измерительная цепь представляет собой аperiodический LR контур, где L — индуктивность датчика, R — сопротивление образцового резистора. В момент включения напряжения питания в измерительной цепи начинается переходный процесс, показанный на рис. 1. Напряжение с образцового резистора подается на один из входов устройства сравнения напряжений ($УСН$), на другой вход которого подан опорный уровень $U_{оп}$. По оси ординат на рис. 1 отложено напряжение сравнения, которое состоит из напряжения на образцовом резисторе U_R и наложенных на него шумов. Момент наступления равенства $U_{ср} = U_{оп}$ фиксируется УСН, на измерительном триггере вы-



Р и с. 1. Переходный процесс в измерительной цепи СУ

делается временной интервал от начала переходного процесса до сравнения U_{cp} и U_{on} , который связан линейной зависимостью от контролируемой физической величины. Рассматриваемое СУ предназначено для работы с дифференциальными индуктивными датчиками, обладающими большей чувствительностью и линейностью. В реверсивном счетчике формируется код, пропорциональный разности результатов опросов плеч датчика:

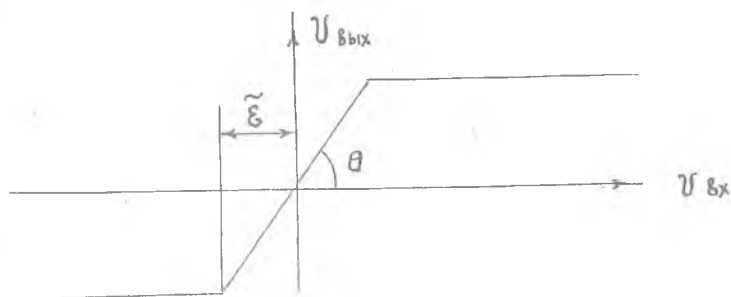
$$t_{cp \Sigma} = t_{cp1} - t_{cp2} \quad (1)$$

При работе СУ с датчиками малой индуктивности для повышения чувствительности применяется многократный опрос с последующим суммированием полученных результатов. В рассматриваемом СУ осуществляется аналоговое суммирование. При этом выражение (1) в развернутом виде можно записать следующим образом:

$$t_{cp \Sigma} = \sum_{i=1}^K (t_{1i} + t_{ci}) - \sum_{i=1}^K (t_{2i} + \tilde{t}_{ci}), \quad (2)$$

где K - число опросов датчика в цикле, t_{1i} и t_{2i} - результаты единичных опросов плеч датчика, t_{ci} и \tilde{t}_{ci} - время задержки, определяемое стабильной времязадающей цепочкой при опросе первого и второго плеча датчика, необходимое на разряд энергии, запасенной в катушках индуктивности датчика во время опросов. Временной интервал заполняется стандартной частотой, и сформированный таким образом код выдается либо в приемный буфер ЭВМ, либо на устройство индикации.

Случайность срабатывания УСН обусловлена тем, что реальные сравнивающие устройства имеют характеристику, отличную от релейной (рис. 2). В рассматриваемом устройстве в качестве УСН может



Р и с. 2. Выходная характеристика УСН

быть использован операционный усилитель ИУТ-402 с коэффициентом усиления порядка 100000. Конечная величина коэффициента усиления приводит к тому, что некоторое время перед моментом сравнения операционный усилитель находится в активном режиме, который характеризуется слабой помехозащищенностью. Это может привести к ложному срабатыванию УСН из-за шумов, наложенных на информативный сигнал опорный уровень.

Ширина зоны срабатывания $2\tilde{\epsilon}$ определяется параметрами операционного усилителя, работающего в качестве УСН. Влияние шумов, поступающих на входы усилителя, эквивалентно расширению этой зоны.

Рассмотрим влияние параметров УСН, приведенных к ширине зоны срабатывания, на случайную погрешность. Для упрощения анализа случайной погрешности примем равномерный закон распределения входной величины, в качестве которой выступает v_{cp} , в зоне срабатывания $v_{он} \pm 2\tilde{\epsilon}$. После приведения переходного процесса (рис. 1) единичной кривой, получим:

$$f(t) = 1 - e^{-t/\tau}, \quad \epsilon = \tilde{\epsilon} / v_{ycm}, \quad h_e = \frac{v_{он}}{v_{ycm}}, \quad a = h_e - \epsilon, \quad b = h_e + \epsilon. \quad (3)$$

Преобразование равномерной случайной величины v_{cp} в случайную величину t_L осуществляется по методу обратной функции. Случайные величины t_L и t_C распределены по экспоненциальному закону в интервале $[t_a, t_b]$ Случайная величина t_{cpz} представ-

лена суммой случайных величин (2), распределённых по одному закону, поэтому на основании центральной предельной теоремы [2] величина $t_{cp \Sigma}$ распределена по нормальному закону.

Распределение случайной величины t_{cp} может быть охарактеризовано двумя параметрами $M[t_{cp}]$ и $D[t_{cp}]$, которые определяют также погрешность, появляющуюся вследствие случайности срабатывания УСН. Оценим параметры этого распределения. На основании выражения (2) запишем выражение для математического ожидания t_{cp} ,

$$\begin{aligned} M[t_{cp \Sigma}] &= M\left[\sum_{i=1}^k (t_{L1i} + t_{ci}) - \sum_{i=1}^k (t_{L2i} + \bar{t}_{ci})\right] = \\ &= M\left[\sum_{i=1}^k (t_{L1i} - t_{L2i}) + \sum_{i=1}^k (t_{ci} - \bar{t}_{ci})\right]. \end{aligned} \quad (4)$$

Преобразуя выражение (4), получим:

$$M[t_{cp \Sigma}] = k (M[t_{L1}] - M[t_{L2}]),$$

поскольку $M[t_{ci}] = M[\bar{t}_{ci}]$, t_{ci} и \bar{t}_{ci} - реализации одной случайной величины. Математические ожидания $M[t_{L1}]$ и $M[t_{L2}]$ определяются по формуле [2]

$$m_y = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) p(x) dx. \quad (5)$$

Для рассматриваемой задачи на основании соотношений (3)

$$y = t_L = f(h\epsilon) = -\tau \ln(1 - h\epsilon), \quad (6)$$

где τ - постоянная времени измерительной цепи,

$$p(x) = \frac{1}{\delta - a}. \quad (7)$$

Подставляя выражения (6) и (7) в (5), получим:

$$M[t_L] = -\tau \int_a^{\delta} \ln(1 - h\epsilon) \frac{1}{\delta - a} d h\epsilon. \quad (8)$$

Вычисляя интеграл (8), получим:

$$M[t_L] = \tau \left[1 - \frac{1}{2\epsilon} \ln \frac{(1-a)^{(1-a)}}{(1-\delta)^{(1-\delta)}} \right]. \quad (9)$$

Обозначая $c = 1 - h\epsilon$ и учитывая обозначения (3), можно записать выражение (9) в виде

$$M[t_L] = \tau \left[1 - \frac{1}{2\varepsilon} \ln \frac{(C+\varepsilon)^{(C+\varepsilon)}}{(C-\varepsilon)^{(C-\varepsilon)}} \right] \quad (10)$$

Рассмотрим поведение $M[t_L]$ при вариациях ε . Из выражения (10) следует, что

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} M[t_L] = \tau - \tau \ln C = -\tau \ln C = t_{L_{\text{ус}}}, \quad (11)$$

где $t_{L_{\text{ус}}}$ - детерминированное время срабатывания УСН.

При $C \leq \frac{1}{2}$

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow C} M[t_L] = \tau (1 - \ln 2C), \quad (12)$$

при $C > \frac{1}{2}$

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow he} M[t_L] = \tau + \tau \ln (1 - 2he)^{\frac{1-2he}{2he}} \quad (13)$$

Можно показать, что при $he = C = \frac{1}{2}$ выражения (12) и (13) дают один результат:

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow C} M[t_L] = \lim_{\varepsilon \rightarrow he} M[t_L] = \tau,$$

что подтверждает справедливость выражения (10).

Анализ функции $M[t_L] = f(\varepsilon)$ показывает, что она является монотонно возрастающей. В предельном случае, когда $he = 0$ и $\varepsilon \in [0, 1]$, при $\varepsilon \rightarrow 1$ $M[t_L] \rightarrow \tau$

Определим дисперсию случайной величины t_{cpz} :

$$D[t_{cpz}] = D \left[\sum_{i=1}^K (t_{L1i} - t_{L2i}) + \sum_{i=1}^K (t_{ci} - \bar{t}_{ci}) \right] = \\ = K (2D[t_c] + D[t_{L1}] + D[t_{L2}]).$$

Дисперсию единичного преобразования определим по формуле

$$D[t_L] = \int_{-\infty}^{\infty} f^2(he) p(he) dhe - M^2[t_L]$$

Используя выражения (6) и (9), получим:

$$D[t_L] = \tau^2 (M_1 - M_2^2),$$

$$\text{где} \\ M_1 = \frac{1}{2\varepsilon} \left[2 \ln \frac{(C-\varepsilon)^{(C-\varepsilon)}}{(C+\varepsilon)^{(C+\varepsilon)}} - \ln(C-\varepsilon) \ln(C-\varepsilon)^{(C-\varepsilon)} + \ln(C+\varepsilon) \ln(C+\varepsilon)^{(C+\varepsilon)} + 4\varepsilon \right]$$

$$M_2 = 1 - \frac{1}{2\varepsilon} \ln \frac{(C+\varepsilon)^{(C+\varepsilon)}}{(C-\varepsilon)^{(C-\varepsilon)}}$$

Можно показать, что

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} D[t_{\varepsilon}],$$

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} D[t_{\varepsilon}] = \tau^2.$$

Математическое ожидание и дисперсию суммарного результата преобразования можно определить по формулам:

$$\mu [t_{cp \Sigma}] = K(\tau_{L1} - \tau_{L2})\mu_2;$$

$$D [t_{cp \Sigma}] = K(2\tau_c^2 + \tau_{L1}^2 + \tau_{L2}^2)(\mu_1 - \mu_2^2).$$

Зная параметры распределения выходной случайной величины, которой является $t_{cp \Sigma}$, определим погрешность, обусловленную случайностью срабатывания УСН. Абсолютная погрешность может быть найдена из выражения [2]

$$P\{|t_{cp \Sigma} - \mu [t_{cp \Sigma}]| < \Delta_{cp}\} = 2\Phi^*\left(\frac{\Delta_{cp}}{\sigma_{t_{cp \Sigma}}}\right) - 1,$$

где $\sigma_{t_{cp \Sigma}} = \sqrt{D[t_{cp \Sigma}]}$ - среднеквадратичное отклонение величины от ее математического ожидания;

$\Phi^*\left(\frac{\Delta_{cp}}{\sigma_{t_{cp \Sigma}}}\right)$ - табулированная нормальная функция распределения;

$P\{|t_{cp \Sigma} - \mu [t_{cp \Sigma}]| < \Delta_{cp}\}$ - доверительная вероятность.

Обозначая

$$2\Phi^*\left(\frac{\Delta_{cp}}{\sigma_{t_{cp \Sigma}}}\right) - 1 = \beta,$$

получим [2]:

$$\Delta_{cp} = \sigma_{t_{cp \Sigma}} \operatorname{arg} \Phi^*\left(\frac{\beta+1}{2}\right),$$

где $\operatorname{arg} \Phi^*(z)$ обозначает функцию, обратную $\Phi^*(z)$.

Относительная случайная погрешность срабатывания УСН определится по формуле

$$\sigma_{cp} = \Delta_{cp} / \mu [t_{cp \Sigma}]. \quad (14)$$

Обозначая $\operatorname{arg} \Phi^*(\beta+1/2) = \chi_{\beta}$ и подставляя в выражение (14) значения остальных величин, получим:

$$\sigma_{cp} = \frac{\chi_{\beta}}{\tau_{L1} - \tau_{L2}} \sqrt{\frac{(2\tau_c^2 + \tau_{L1}^2 + \tau_{L2}^2)(\mu_1 - \mu_2^2)}{K\mu_2^2}} 100\%.$$

Определим систематическую погрешность преобразования, обус-

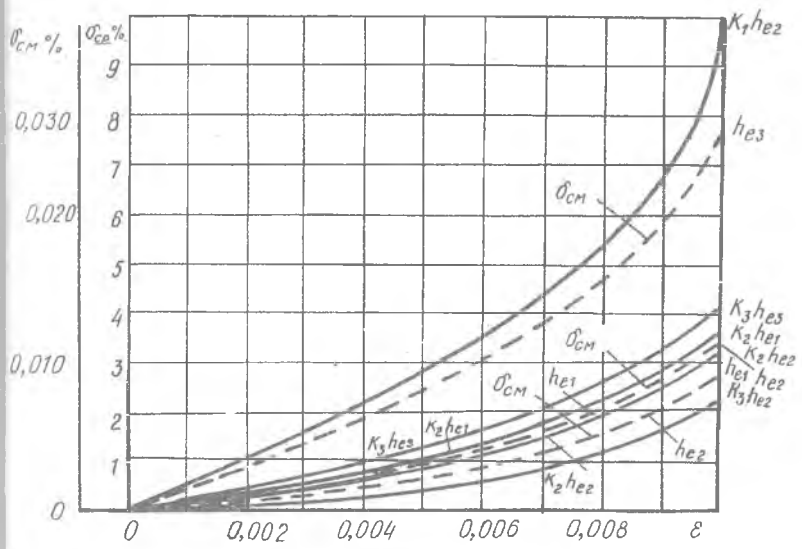
полученную сдвижением математического ожидания $\mu [t_{ср\Sigma}]$ относительно идеального результата преобразования, определенного по формуле

$$t_{ср\Sigma} = -K \Delta \tau \ln c.$$

Относительная погрешность сдвига может быть найдена из выражения

$$\sigma_{см} = \frac{t_{ср\Sigma} - \mu [t_{ср\Sigma}]}{t_{ср\Sigma}} 100\% = \left| 1 + \frac{\mu_2}{\ln c} \right| 100\%.$$

На рис. 3 представлена зависимость случайной погрешности $\sigma_{ср}$ и погрешности сдвига $\sigma_{см}$ от относительной ширины зоны



Р и с. 3. Зависимость случайной погрешности от ширины зоны срабатывания и режимов работы СУ

срабатывания УСН при разных режимах работы измерительной цепи. При расчетах, иллюстрированных графиком, приняты следующие значения величин:

$$K_1 = 10, K_2 = 100, K_3 = 200, h_{e1} = 0,4, h_{e2} = 0,6, h_{e3} = 0,8, \tau_{c1} = \tau_c = 0,046 \text{ мс}, \tau_{c2} = 0,034 \text{ мс}. \beta = 0,99.$$

Анализируя полученные результаты, можно сделать следующие выводы:

1. Наличие зоны срабатывания УСН приводит к некоторому увеличению чувствительности СУ, поскольку $\mu [t_{cpz}] > t_{cpzиг}$.

Функция $\mu [t_{cpz}] = f(\varepsilon)$ монотонно возрастает от начального значения $t_{cpzиг}$ и стремится, например, при $he = 0$, $\varepsilon \rightarrow 1$, $\mu [t_{cpz}]$

Однако увеличение чувствительности ввиду малой величины имеет чисто теоретическое значение.

2. Наличие зоны срабатывания УСН определяет также появление обусловленной этим случайной погрешности.

3. Величина случайной погрешности довольно сильно зависит от числа опросов датчика в одном цикле, так при $K = 10$ $\sigma_{cp} = 10\%$, при $K = 100$ $\sigma_{cp} = 3,2\%$. При изменении числа опросов погрешность изменяется в \sqrt{K} раз. С увеличением числа опросов относительная погрешность падает.

4. Величина случайной погрешности зависит от выбранного режима работы измерительной цепи. Функция $\sigma_{cp} = f(he)$ имеет минимум. Оптимальное значение he находится в области $he = 0,6$ и определяет предпочтительный режим работы измерительной цепи.

Л и т е р а т у р а

1. Райков Б.К., Скобелев О.П. Цифровое время-импульсный преобразователь информации дифференциальных датчиков.- В сб.: Автоматические измерительные и регулирующие устройства. Вып. 3, Куйбышев, КуАИ, 1967.
2. Кузин Л.Т. Основы кибернетики.- В кн.: Математические основы кибернетики. Том I. М., "Энергия", 1973.