

АЛГОРИТМ ДВУМЕРНОЙ БЫСТРОЙ АПЕРИОДИЧЕСКОЙ СВЕРТКИ

Решение широкого класса задач цифровой обработки изображений и цифровой голографии требует выполнения операций дискретной аперидической свертки:

$$y(j_1, j_2) = \sum_{i_1=0}^{N_1-1} \sum_{i_2=0}^{N_2-1} x(i_1, i_2) h(j_1 - i_1, j_2 - i_2); \quad (1)$$

$j_1 = 0, N_1 - 1; j_2 = 0, N_2 - 1$

выходного массива x размера $N_1 N_2$ с ядром h размера $(2N_1 - 1)(2N_2 - 1)$, дающей выходной массив y размера $N_1 N_2$. Непосредственное вычисление аперидической свертки по формуле (1) требует значительного числа ($\sim N_1^2 N_2^2$) операций. Применение спектрального подхода [1] затруднено междуперидной интерференцией. Известен спектральный алгоритм быстрой аперидической свертки [2, 3], в котором междуперидная интерференция устраняется путем дополнения массивов x и h нулями до размерности $(3N_1 - 2)(3N_2 - 2)$. В данной работе предложен алгоритм быстрой аперидической свертки (I) с размерностью используемого быстрого преобразования Фурье (БПФ) лишь $(2N_1 - 1)(2N_2 - 1)$.

Поясним сущность алгоритма сначала в одномерном случае, когда

$$y(j) = \sum_{i=0}^{N-1} x(i) h(j-i); \quad j = 0, N-1. \quad (2)$$

Дополним массивы $x(j)$ и $h(i)$ нулями до длины $N + (2N - 1) - 1 = 3N - 2$ каждый и применив спектральный алгоритм циклической свертки, можно получить $3N - 2$ отсчетов выходного массива y , не искаженных междуперидной интерференцией [3]. Поскольку согласно формуле (2) требуется вычислить лишь N отсчетов выходного массива y , то достаточно дополнять массивы x и h до массивов a и b длины

$$M = 2^{1 + \lceil \log_2(2N - 1) \rceil} \sim 2N - 1 \quad (3)$$



Р и с. 1. Механизм периодической свертки

массивах a и b , как показано на рис. 2, а свободные элементы массивов заполнить нулями, то в первых N элементах массива c образуются отсчеты функции y из выражения (I). Другие типы размещений отсчетов x и h в массивах a и b соответственно могут быть получены путем одновременного циклического сдвига отсчетов x и h .

Алгоритм двумерной быстрой аperiodической свертки обобщает одномерный случай.

Отсчеты $x(i_1, i_2)$ и $h(j_1, j_2)$ должны располагаться в двумерных массивах a и b так, чтобы каждая строка и столбец заполнялись аналогично одномерному случаю. На рис. 3 показано соответствующее расположение. Отсчеты $y(i_1, i_2)$ будут после свертки (I) находиться в левом верхнем углу массива c .

Алгоритм быстрой двумерной аperiodической свертки (I) включает следующие операции:

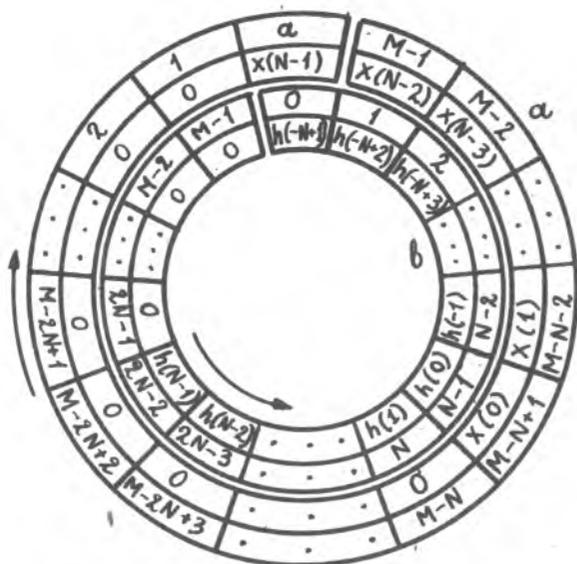
1. Вычисление размерности:

$$M_1 = 2^{1 + \lceil \log_2(2N_1 - 1) \rceil}, \quad M_2 = 2^{1 + \lceil \log_2(2N_2 - 1) \rceil}. \quad (4)$$

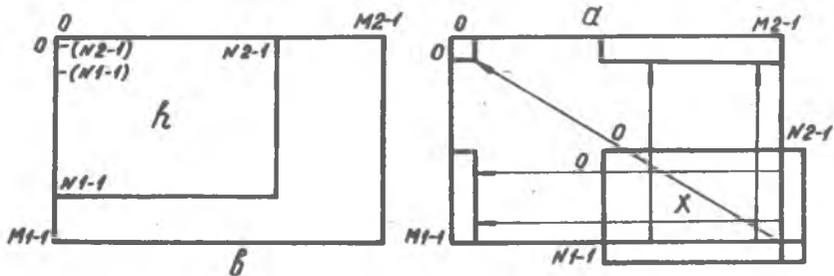
2. Размещение отсчетов x и h в массивах a и b согласно схеме рис. 3.

каждый и выполнить циклы - чекскую свертку a и b , поясняемому диаграммой рис. 1 ($[\]$ - символ целой части). Элемент $c(0)$ результирующего массива вычисляется как сумма произведений элементов массивов a и b , лежащих на одних радиусах. По мере увеличения номера элемента массива c кольцо a поворачивается относительно кольца b , как показано на рисунке стрелками.

Если разместить отсчеты функций x и h в



Р и с. 2. Получение одномерной аперiodической свертки с помощью периодической



Р и с. 3. Дополнение двумерных массивов нулями для получения аперiodической свертки

3. Вычисление Фурье-образов:

$$A = \text{БПФ}_{M_1, M_2}(a), \quad B = \text{БПФ}_{M_1, M_2}(b), \quad (5)$$

где $\text{БПФ}_{M_1, M_2}$ - оператор двумерного быстрого преобразования Фурье размерности $M_1 \times M_2$.

4. Формирование массива

$$C = \left\{ C_{i_1, i_2} = A_{i_1, i_2} B_{i_1, i_2}, \quad i_1 = \overline{0, M_1 - 1}, \quad i_2 = \overline{0, M_2 - 1} \right\}. \quad (6)$$

5. Вычисление обратного Фурье-образа c массива C :

$$c = \text{БПФ}_{M_1, M_2}^{-1}(C). \quad (7)$$

6. Выделение $N_1 \times N_2$ отсчетов выходного массива y из левого верхнего угла массива c :

$$y_{j_1, j_2} = c_{j_1, j_2}; \quad j_1 = \overline{0, N_1 - 1}, \quad j_2 = \overline{0, N_2 - 1}. \quad (8)$$

Остальные отсчеты массива c размера $M_1 \times M_2$ не используются.

Поскольку двумерное БПФ требует $M_1 M_2 (\log_2 M_1 + \log_2 M_2)$ операций сложения + умножение, то время выполнения двумерной аперидической свертки по предложенному алгоритму составит

$$t_{2N} \sim 12 N_1 N_2 (2 + \log_2 N_1 + \log_2 N_2) (t_c + t_y) + 4 N_1 N_2 t_y + 9 N_1 N_2 t_n, \quad (9)$$

где t_c, t_y, t_n - время выполнения одной операции сложения, умножения или логической операции соответственно.

Как принято в теории БПФ, здесь не учитывается время обменов с внешними устройствами, подсчет которого требует отдельного исследования. Заметим, что время выполнения упомянутого выше известного спектрального алгоритма составляет

$$t_{3N} \sim 27 N_1 N_2 (\log_2 3 N_1 + \log_2 3 N_2) (t_c + t_y) + 9 N_1 N_2 t_y + 19 N_1 N_2 t_n, \quad (10)$$

а время вычислений непосредственно по формуле (I) -

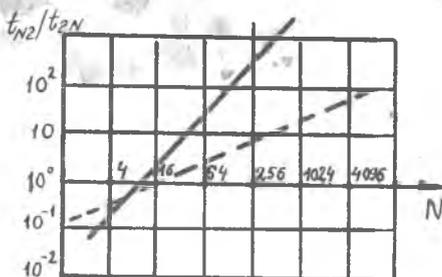
$$t_{N^2} \sim N_1^2 N_2^2 (t_c + t_y). \quad (11)$$

Зависимость t_{N^2} / t_{2N} от числа отсчетов $N_1 = N_2 = N$ показана на рис. 4. Для сравнения пунктиром изображена аналогичная за-

зависимость для одномерного случая. Из рисунка видно, что быстрый алгоритм эффективнее прямых вычислений в одномерном случае для $N > 64$, в двумерном - для $N_1, N_2 > 16$.

В таблице приведены численные значения времен t_{2N}, t_{3N}, t_{N^2} для ЭВМ с $t_{cl} = t_c = 6$ мкс, $t_y = 19$ мкс.

Алгоритмы двумерной и одномерной быстрой аperiodической свертки реализованы в виде программ *SV2B* и *SV1B* на языке ПЛ/И. Проверка с помощью программ, реализующих свертку непосредственно по формулам (1) и (2), показала, что относительная среднеквадратическая погрешность вычислений по быстрому алгоритму составляет $\sim 10^{-8}-10^{-9}$.



Р и с. 4.

$N=N_1=N_2$	32	64	128	256	512	1024	2048
t_{2N}	3,8 с	18,0 с	1,4мин	6,1мин	27,1мин	2,0 ч	8 ч
t_{3N}	17,0с	1,4мин	6,1мин	27,1 мин	2,0 ч	8 ч	1,6 суток
t_{N^2}	26,2с	7,0мин	1,9 ч	1,2 суток	19,9 суток	318 суток	13,9 лет

Программы *SV2B* и *SV1B* включены в состав пакета прикладных программ обработки изображений и цифровой голографии, разработанного в КуАИ.

Л и т е р а т у р а

И. Рабинер Л., Голд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов. - М.: Мир, 1978.

2. Я р о с л а в с к и й Л.П. Введение в цифровую обработку изображений. - М.: Советское радио, 1979.
3. Г о л д Б., Р е й д е р Ч. Цифровая обработка сигналов. - М.: Советское радио, 1973.

УДК 681.519.3:681.324:519.216

В.Е.Баранов, Д.А.Иванов, Ш.Ю.Исмаилов,
Б.М.Павлов, М.И.Рева

ИЗМЕРИТЕЛЬНО-ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ СИСТЕМА ДЛЯ ЦИФРОВОЙ ОБРАБОТКИ МНОГОМЕРНЫХ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

Измерение статистических характеристик многомерных случайных процессов (СП) является актуальной задачей во многих областях научных исследований, к числу которых относится гидроакустика. Статистические модели гидроакустического поля в последнее время находят все большее применение. Техническая реализация подобных измерений является сложной и недостаточно разработанной. В данной работе рассмотрена измерительно-вычислительная система (ИВС), предназначенная для измерения статистических характеристик четырехмерного СП, составляющими которого являются давление и три проекции вектора скорости гидроакустической среды. Входной сигнал ИВС представляет собой четыре электрических напряжения, пропорциональные составляющим исследуемого СП, которые рассматриваются как стационарные и стационарно связанные в широком смысле, а также эргодические и совместно эргодические СП с верхней граничной частотой спектра 300 Гц. К числу измеряемых статистических характеристик относятся математические ожидания и дисперсии всех составляющих, взаимные корреляционные функции и взаимные спектральные плотности каждой проекции вектора скорости и давления.

ИВС построена на базе мини-ЭВМ "Электроника 100/И". В состав ИВС входит минимальный комплект машин, дополнительное магнитное оперативное запоминающее устройство (МОЗУ) емкости 28 К слов, устройство управления дополнительным МОЗУ, блок контроля на четность, добавляемый арифметический блок, часы реального времени (ЧРВ), многоканальный аналого-цифровой преобразователь (АЦП) [1]. Кроме