

времени прогрева преобразователей, но необходимо, чтобы оба преобразователя помещались в среду с одинаковой температурой.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Выгода Ю. А. Теоретические методы вихревых токов применительно к контролю толщины гальванических покрытий с помощью накладной катушки. Электронизмерительная технология. Ученые записки, вып. 1, Пензенский политехнический институт, 1962.

**В. А. Денисов, В. Е. Шатерников, В. А. Шарков**

### **МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ УМЕНЬШЕНИЯ ИЗБЫТОЧНОСТИ ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ ИНФОРМАЦИИ ВИХРЕТОКОВЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ**

В большинстве случаев контролируемые в динамике изделия представляют собой тела со сложной, прерывистой или профилированной формой поверхности.

Среди бесконтактных методов контроля таких изделий нашел широкое применение метод вихревых токов [1, 2, 3]. Связь с исследуемым изделием осуществляется посредством электромагнитного поля и, выбирая конечное число параметров измерительного сигнала вихретокового преобразователя (ВТП), представляется возможным получить динамические характеристики объектов и произвести раздельное измерение взаимосвязанных величин.

В этом случае математической основой уменьшения избыточности измерительной информации ВТП являются результаты решения внешних краевых задач для преобразователей и изделий сложной формы.

Для получения алгоритмов сжатия по результатам решения таких задач следует:

1. Установить общие закономерности измеряемых параметров преобразователя в зависимости от его конструкций и параметров питания от электрофизических свойств изделия и от взаимного положения «объект — первичный преобразователь».

2. Представить результаты решений в виде, пригодном для выбора конечного числа параметров измерительного сигнала при возможном использовании обобщенных нормированных величин.

При исследовании расчетной модели системы «объект—ВТП» аналитический анализ может быть выполнен на основе решения внешней краевой задачи для ВТП над проводящим телом сложной формы.

Несмотря на многообразие накладных ВТП большинство из них по виду источника первичного поля может быть сведено к 3-

эквивалентным моделям: 1) пластина или электромагнитная нить с током; 2) прямоугольная рамка с током; 3) круговой контур с током над проводящими поверхностями ограниченных размеров.

Такая классификация позволяет получить основные математические зависимости для выходных параметров ВТП различных типов из решения только 3-х внешних краевых задач по расчету электромагнитного поля принятых моделей.

**Для расчета электромагнитного поля 1-й модели** (линейный проводник с током над ограниченной проводящей поверхностью) первоначально используется предложенный акад. М. А. Лаврентьевым метод квазиконформных отображений [4]. При этом исходное уравнение для векторного потенциала трансформируется в более сложное эллиптическое уравнение 2-го порядка

$$\frac{\partial^2 A_2}{\partial v^2} + \frac{\partial^2 A_2}{\partial u^2} - jkf(u, v)A_2 = 0, \quad (1)$$

где  $\kappa = \sqrt{\omega\mu_2\sigma_2}$ ,  $\mu_2, \sigma_2$  — электрофизические параметры изделия.

После этого при некоторых ограничениях используется метод интегральных преобразований.

Результаты решений получены в виде нормированных функций, вычисленных на ЭЦВМ. Через известную связь между торным потенциалом и напряженностью электрического поля определен полный вносимый импеданс проводниковых ВТП

$$\dot{Z}_1 = \frac{j\omega\mu_1 l}{2\pi} \ln \frac{B_0}{2v_0 + B_0} + j \frac{\omega\mu_1 l}{\Lambda} [H_1(\Lambda) - N_1(\Lambda)] + \frac{\omega\mu_1 l}{2\pi(2vK)^2} \quad (2)$$

где  $H_1(\Lambda)$  и  $N_1(\Lambda)$  — функции Струве и Неймана комплексного аргумента  $\Lambda = \sqrt{2V_0K(1+j)}$ ,  $V_0 = \text{Sh} \pi y_0 \cdot 2b$ ,  $B_0 = \text{Sh} \frac{\pi r_0}{2b}$ ,  $r_0$  и  $l$  — радиус и длина проводника с током,  $2b$  — ширина изделия,  $y_0$  — расстояние между плоскостью контролируемого изделия и осью ВТП,  $\mu_1$  — магнитная проницаемость окружающей среды. Получены также выражения для вносимых параметров проводниковых ВТП с ферритовым сердечником при условии, что

$$\begin{aligned} \mu_\Phi/\mu_1 &\gg 1, \quad y_0/2b < 0,2 \text{ и } r_0/2b \ll 1. \\ R_{1\Phi} &= \frac{\omega\mu_1 l}{\sqrt{2}\pi} [\Psi_1(\beta, v) + 2\Psi_2(\beta, v)] + R_1; \\ X_{1\Phi} &= \frac{\omega\mu_1 l}{2\pi} [\Psi_3(\beta, v) + \Psi_4(\beta, v)] + X_1, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $\Psi_1(\beta_1 v)$ ,  $\Psi_2(\beta_1 v)$ ,  $\Psi_3(\beta_1 v)$  и  $\Psi_4(\beta_1 v)$  — рассчитанные на ЭЦВМ функции нормированных параметров,  $\beta = \kappa y_0$  и  $v = (h - -y_0)\kappa$ ,  $h$  — расстояние от поверхности изделия по плоскости

ферритового сердечника,  $R_1$  и  $X_1$  — вносимые параметры при отсутствии сердечника, полученные из выражения (2).

Для расчета электромагнитного поля 2-й модели и определения выходных параметров ВТП с линейно-протяженной прямоугольной катушкой применен метод, разработанный О. В. Тозони [5]. В результате чего задача сведена к решению интегрального уравнения Фредгольма 2-го рода, имеющего ядра со слабой особенностью логарифмического типа, т. е.

$$\begin{aligned} \dot{E}(Q_k) - j \frac{\omega \mu_1}{2\pi} \sum_{\nu=0}^m \int_{D_\nu} \sigma_\nu \dot{E}(M_\nu) \ln \left( r_{Q_k M_\nu} - \frac{1}{D_k} \int_{D_k} \ln r_{Q_k M_\nu} dS_Q \right) dS_M = \\ = \frac{I_k}{\sigma_k D_k}, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\dot{E}(Q_k)$  и  $\dot{E}(M_\nu)$  — напряженности поля в рассматриваемой и текущей точках  $\nu$ -го сечения проводящего тела,  $D_\nu$  и  $D_k$  — площади  $\nu$ -го и  $k$ -го сечений,  $\sigma_k$  и  $\sigma_\nu$  — удельные электропроводности.

Для решения этого уравнения, используя полиномы Чебышева, строим сходящийся итерационный процесс. Расчет выполнен на ЭЦВМ и получены приближенные математические зависимости для вносимых параметров ВТП 2-го типа

$$\begin{aligned} R_{\text{вн}} &= \frac{W^2 l K_{3л} K_{3ф}}{8\pi^2 a} \sqrt{\frac{\omega \mu_2}{2\sigma_2}} N \left( \frac{y_0}{a}, \frac{b}{a} \right); \\ X_{\text{вн}} &= - \frac{W^2 l K_{3л} K_{3ф}}{2\pi} \left[ \psi, M \left( \frac{y_0}{a}, \frac{b}{a} \right) - \frac{1}{\pi a} \sqrt{\frac{\mu_2}{2\omega \sigma_2}} N \left( \frac{y_0}{a}, \frac{b}{a} \right) \right], \end{aligned} \quad (5)$$

где  $\omega$  — число витков,  $l$  — длина катушки,  $a$  — ширина катушки,  $K_{3л}$  и  $K_{3ф}$  — коэффициенты заполнения и формы катушек ВТП,  $M \left( \frac{y_0}{a}, \frac{b}{a} \right)$  и  $N \left( \frac{y_0}{a}, \frac{b}{a} \right)$  — функции, зависящие от геометрических размеров системы «контролируемое изделие — ВТП».

Для расчета 3-й модели и вносимых параметров в круговой контур использовался метод, предложенный Н. М. Старобинским [6], согласно которому известный ток контура и его поле рассматриваем как источник возмущения, а наведенные в проводящем теле токи — как реакции на это возмущение. Не включая эти токи в категорию источников, учитываем их действие выполнением граничных условий. Вся проводящая поверхность разбивается на элементарные участки, на которых падающую волну принимаем плоской. Полученное решение будет приближенным для задачи об отражении неплоской волны и оно достаточно точно, если на поверхности раздела поле монотонно изменяется от точки к точке в масштабе длины волны внутри проводящего тела. Определив значение возмущающей функции на элементарных участках поверхности как для плоской волны,

вычисляем вносимые в контур параметры интегрированием по всей поверхности изделия. В результате получены выражения для вносимых параметров ВТП 3-го типа

$$R_{\text{вн } k} = \frac{K_3 K_{\Phi} W^2}{32\pi^2} \sqrt{\frac{\omega \mu_2}{2\sigma_2}} \left[ \varphi_r \left( \frac{y_0}{a}; \frac{b}{a} \right) + 0,04 \varphi_6 \left( \frac{y_0}{a}, \frac{b}{a} \right) \right]; \quad (6)$$

$$L_{\text{вн } k} = -\frac{K_3 K_{\Phi} W^2}{4\pi} a \mu_1 \left\{ F \left( \frac{y_0}{a}, \frac{b}{a} \right) - \frac{1}{8\pi} \sqrt{\frac{\mu_2}{2\omega \sigma_2}} \times \right. \\ \left. \times \left[ \varphi_r \left( \frac{y_0}{a}, \frac{b}{a} \right) + 0,04 \varphi_6 \left( \frac{y_0}{a}, \frac{b}{a} \right) \right] \right\};$$

где  $\varphi_r \left( \frac{y_0}{a}, \frac{b}{a} \right)$ ,  $\varphi_6 \left( \frac{y_0}{a}, \frac{b}{a} \right)$  и  $F \left( \frac{y_0}{a}, \frac{b}{a} \right)$  — функции, зависящие от геометрических параметров системы «изделие — круговой контур с током».

Таким образом, получены основные математические зависимости для выходных параметров ВТП при контроле проводящих изделий сложной формы.

С использованием полученных зависимостей строятся годографы для полных вносимых импедансов ВТП, определяются выходные характеристики и основные закономерности, выполняется сравнительный анализ различных типов ВТП, что является математической основой разработки методов схемной и алгоритмической коррекции для уменьшения избыточности измерительной информации ВТП.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Денисов В. А., Шатерников В. Е., Лелеков П. А., Куликов В. В. Бесконтактный пробник для контроля биений поверхностей коллекторов. «Электромеханика», Известия ВУЗов, № 2, 1970.
2. Денисов В. А., Шатерников В. Е. Устройства для контроля механических факторов коммутации коллекторных электрических машин. «Электротехника», № 5, 1971.
3. Середенин В. И. Контроль перемещений при высоких температурах. М.-Л., Изд-во «Энергия», 1967.
4. Лагунтьев М. А. Вариационный метод в краевых задачах для систем уравнений эллиптического типа. М, Изд-во АН СССР, 1962.
5. Тозони О. В. Математические модели для расчета электрических и магнитных полей. Киев. «Наукова думка», 1964.
6. Быховский Ю. С., Старобинский Н. М. Метод расчета параметров, вносимых в круговой контур проводящей поверхностью. Научные труды ВУЗов Поволжья, вып. II, Куйбышев, 1965.

Л. М. Капитонова, Н. М. Старобинский

#### ПРИМЕНЕНИЕ МАГНИТНО-УСИЛИТЕЛЬНЫХ ИНВЕРТОРОВ ДЛЯ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ИНФОРМАЦИИ ДАТЧИКОВ С НИЗКИМ УРОВНЕМ ВЫХОДНОГО СИГНАЛА

Большой класс первичных преобразователей (термопары, термометры сопротивления, тензодатчики и др.) имеют выходные сигналы низкого уровня ( $0 \div 50$  мВ).