Литература

1. Малков В.П. Алгоритм оптимизации цилиндрической оболочки с ребрами жесткости из условий прочности.- В сб. "Методы решения задач упругости и пластичности", вып. 2, Горький, 1970.
2. Малков В.П., Туринцева Г.Д. Оптимизация сосуда под давлением из условий прочности.- В сб. "Методы решения задач упругости и пластичности," вып. 2, Горький, 1970.
3. Малков В.П., Ачинова Г.Д. Оптимальное распределение материала в зоне краевого эффекта цилиндрической системы. - В сб. "Методы решения задач упругости и пластичности", вып. 7, Горький, 1973.
4. Графтон, Строум. Расчет осесимметричных оболочек методом прямого определения жесткости.- "Ракетная техника и космонавтика", 1963, № 10.
5. Иванов Г.В. О вычислении оптимальной переменной толщины оболочки.- В сб. "Проблемы механики твердого деформируемого тела". Л., "Судостроение", 1970.

УДК 629.7.02

В.Н. Хивинцев

К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ О РАЦИОНАЛЬНОМ РАСПРЕДЕЛЕНИИ МАТЕРИАЛА В КОНСТРУКЦИИ С УЧЕТОМ ОГРАНИЧЕНИЯ ПО ПЕРЕМЕЩЕНИЮ

Оптимизация авиационных конструкций в направлении жесткость - - вес в большинстве случаев основана на минимизации ее потенциальной энергии деформации при сохранении объема материала [1]. Но иногда целесообразно за критерий жесткости принять обобщенное перемещение в отдельном узле или сечении конструкции. Подобная задача может встретиться, например, при проектировании крыла, когда по соображениям аэроупругости требуется ограничить углы закру...

чивания на конце.

Подобные задачи решаются методом динамического программирования [2], который на практике не всегда удобен, так как может потребовать обширных знаний и богатого воображения.

В настоящей работе предлагается более простой метод оптимизации конструкций с локальным ограничением жесткости, когда за целевую функцию принимается обобщенное перемещение при условии сохранения веса и требований прочности. В подобной постановке задача имеет свои особенности, это связано с тем, что в отличие от потенциальной энергии, которая всегда положительна, интегралы Мора по элементам конструкции могут иметь разные знаки.

Для простоты рассмотрим конструкцию как дискретную систему, состоящую из множества конечных тонкостенных элементов и выполненных из разных материалов.

Исходя из сущности решения все элементы конструкции можно представить тремя группами.

I. Группа элементов – i, в которых интегралы Мора $\varphi_i > 0$ и условие φ_{min} требует увеличения их жесткости, т.е.

$\Delta G_i = G_i - G_{0i} > 0$,

где G_i и G_{0i} – конечный и начальный вес элемента.

2. Группа элементов – j, в которых $\varphi_j > 0$, $\Delta G_j < 0$.

3. Группа элементов – k, где $\varphi_k < 0$.

Тогда интеграл Мора, дающий обобщенное перемещение можно записать

$$\varphi = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i + \sum_{j=1}^{m} \varphi_j - \sum_{k=1}^{p} |\varphi_k| = \sum_{i=1}^{n} \int_{S_i} \delta_i \sigma_i \bar{\varepsilon}_i \, dS_i + \sum_{j=1}^{m} \int_{S_j} \delta_j \sigma_j \bar{\varepsilon}_j \, dS_j - \tag{I}$$

$$- \sum_{k=1}^{p} \int_{S_k} \delta_k |\sigma_k \bar{\varepsilon}_k| \, dS_k ; \ldots ,$$

где $\sigma_i, \sigma_j, \sigma_k$ – обобщенные напряжения в нагрузочном состоянии;

$\bar{\varepsilon}_i, \bar{\varepsilon}_j, \bar{\varepsilon}_k$ – обобщенные деформации в единичном состоянии от $\bar{P}$ = I по направлению φ ;

$S_i, S_j, S_k, \delta_i, \delta_j, \delta_k$ – площади и толщины элементов.

Условие постоянства веса конструкции G :

$$\sum_{i=1}^{n} G_i + \sum_{j=1}^{m} G_j + \sum_{k=1}^{p} G_k - G = 0 ; \ldots \tag{2}$$

Если в пределах элемента σ_i не меняется, то

$$\varphi_i = \sigma_i \bar{\varepsilon}_i V_i = \frac{R_i \bar{R}_i S_i^2 \Delta_i}{\sigma_i} \; ; \ldots , \tag{3}$$

где V_i - объем элемента;

R_i, $\bar{R}_i$ - силовые потоки в нагрузочном и единичном состояниях;

$1/\Delta_i$ - удельная жесткость;

G_i - вес элемента.

Обозначим $R_i \bar{R}_i S_i^2 = g_i$ и назовем g_i подынтегральной функцией. Выразив по аналогии φ_j и φ_k, получим

$$\varphi = \sum_{i=1}^{n} \frac{g_i \Delta_i}{G_i} + \sum_{j=1}^{m} \frac{g_j \Delta_j}{G_j} - \sum_{k=1}^{p} \frac{|g_k| \Delta_k}{G_k} \; ; \ldots \tag{4}$$

При заданной внешней нагрузке, с учетом действия закона Гука, напряжения и деформации зависят только от распределения жесткостей между элементами. Расчет ведется методом итераций и на каждом шаге распределения материала между элементами усилия в них можно считать неизменными [3].

Для нахождения φ_{min} воспользуемся общеизвестными правилами отыскания экстремумов функций многих переменных. Предварительно в (4) введем условие постоянства веса, для чего из (2) определим вес n -го элемента и подставим его в (4). В результате имеем

$$\varphi = \sum_{i=1}^{n-1} \frac{g_i \Delta_i}{G_i} + \frac{g_n \Delta_n}{G - \sum\limits_{i=1}^{n-1} G_i - \sum\limits_{j=1}^{m} G_j - \sum\limits_{k=1}^{p} G_k} + \sum_{j=1}^{m} \frac{g_j \Delta_j}{G_j} - \sum_{k=1}^{p} \frac{|g_k| \Delta_k}{G_k} \, . \tag{5}$$

Для отыскания φ_{min} располагаем тремя системами уравнений:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial G_i} = - \frac{g_i \Delta_i}{G_i^2} + \frac{g_n \Delta_n}{G_n^2} = 0 ; \; \ldots \; ; \tag{5.I}$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial G_j} = - \frac{g_j \Delta_j}{G_j^2} + \frac{g_n \Delta_n}{G_n^2} = 0 ; \; \ldots \; ; \tag{5.2}$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial G_k} = \frac{|g_k|\,\Delta_k}{G_k^2} + \frac{g_n\,\Delta_n}{G_n^2} = 0; \;\dots \qquad (5.3)$$

Из анализа полученных систем очевидно, что для отыскания рационального перераспределения материала между элементами может быть использована только система (5.I).

Так как по предварительному условию в элементах j $G_j < 0$, то здесь нарушается условие прочности и поэтому для подбора жесткости этих элементов должны быть приняты соотношения:

$$G_j = \frac{|R_j|}{|[\sigma]|}\, S_j\, \gamma_j\,; \quad \delta_j = \frac{|R_j|}{|[\sigma]|} \geq \delta_{пред} \;\dots, \qquad (6)$$

где $[\sigma]$ - допускаемое напряжение по условиям прочности;

$\delta_{пред}$ - предельная толщина по конструктивным соображениям.

Из (5.3) следует, что $G_k^2 < 0$. Это противоречит истине. Но из (4) очевидно, что для уменьшения φ следует уменьшать G_k и следовательно для k - x элементов условие прочности и конструктивные ограничения являются определяющими, т.е.

$$G_k = \frac{|R_k|}{|[\sigma]|}\, S_k\, \gamma_k\,; \quad \delta_k = \frac{|R_k|}{|[\sigma]|} \geq \delta_{пред} \;\dots \qquad (7)$$

Определим G_i из (5.I) и подставим в (4):

$$\varphi_{min} = \frac{\sqrt{g_n\,\Delta_n}}{G_n} \sum_{i=1}^{n} \sqrt{g_i\,\Delta_i} + \sum_{j=1}^{m} \frac{g_j\,\Delta_j}{G_j} - \sum_{k=1}^{p} \frac{|g_k|\,\Delta_k}{G_k}\,.$$

Объединив полученное выражение с (5.I), получим формулу для отыскания нового значения G_i :

$$G_i = \sqrt{g_i\,\Delta_i}\; \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} \sqrt{g_i\,\Delta_i}}{\varphi_{min} - \sum\limits_{j=1}^{m} \frac{g_j\,\Delta_j}{G_j} + \sum\limits_{k=1}^{p} \frac{|g_k|\,\Delta_k}{G_k}}\,; \;\dots \qquad (8)$$

Или введя условия (6) и (7), получим

$$\delta_i = \frac{1}{S_i} \sqrt{\frac{g_i}{E_i\,\gamma_i}}\; \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} \sqrt{g_i\,\Delta_i}}{\varphi_{min} - \sum\limits_{j=1}^{m} \frac{|g_j\,[\sigma]|}{|R_j|\,S_j\,E_j} + \sum\limits_{k=1}^{p} \frac{|g_k\,[\sigma]|}{|R_k|\,S_k\,E_k}}\,. \qquad (9)$$

Таким образом, для отыскания рациональной конструкции с заданным φ_{min} и удовлетворяющей условиям прочности, материал следует перераспределять между элементами с положительным интегралом Мора пропорционально квадратному корню из подынтегральной функции, исходя из соотношения:

$$\frac{\sqrt{g_i \Delta_i}}{G_i} = const \qquad \text{или} \qquad \frac{G_i \bar{\varepsilon}_i}{\gamma_i} = const.$$

Если при этом нарушается условие прочности, то для таких элементов, а так же для тех, где интегралы Мора отрицательны подбор сечения производится по условию

$$\sigma_i = [\sigma].$$

Для вырождающихся элементов толщина подбирается из конструктивных соображений:

$$\delta_i = \delta_{пред}.$$

Выражение (3) получено в предположении постоянства напряжений и усилий в пределах элемента. Такое предположение вполне допустимо для тонкостенных элементов типа обшивок, стенок лонжеронов и нервюр. Что касается поясов лонжеронов и нервюр, то для них постоянство усилий не приемлемо. Для таких элементов с известной точностью можно принять линейный закон изменения усилий по длине.

Если $N_{1i}, N_{2i}, \bar{N}_{1i}, \bar{N}_{2i}$ - усилия по концам стержня соответственно в нагрузочном и единичном состояниях, то интеграл Мора будет иметь вид

$$\varphi_i = \frac{\ell_i}{6E_i F_i}\left[N_{1i}\left(2\bar{N}_{1i} + \bar{N}_{2i}\right) + N_{2i}\left(2\bar{N}_{2i} + \bar{N}_{1i}\right)\right] \qquad (10)$$

или после ряда обозначений

$$\varphi_i = \mu_i \frac{N_{1i}\bar{N}_{1i}\ell_i^2 \Delta_i}{G_i}. \qquad (10a)$$

Здесь μ_i - коэффициент, учитывающий изменение усилий по длине ℓ_i;

F_i - площадь сечения стержня;

$$\mu_i = \frac{2 + \bar{K}_i + K_i + 2K_i\bar{K}_i}{6};$$

$$K_i = \frac{N_{2i}}{N_{1i}} \ll 1; \qquad \bar{K}_i = \frac{\bar{N}_{2i}}{\bar{N}_{1i}}.$$

Подынтегральная функция для этого случая приобретает вид

$$g_i = \mu_i N_{1i}\bar{N}_{1i}\ell_i^2.$$

В принципе не трудно вычислить φ_i и для случая изменения F_i по линейному закону, воспользовавшись формулой Чебышева для приближенного вычисления определенных интегралов.

В этом случае будем иметь

$$\varphi_i = \frac{\mu_i N_{1i} \bar{N}_{1i} \ell_i}{E_i F_{i\,cp}},$$

где

$$\mu_i = \frac{1+f_i}{2}\left[\frac{0{,}622 K_i \bar{K}_i + 0{,}1667(K_i + \bar{K}_i) + 0{,}0446}{0{,}2113 + 0{,}7887 f_i} + \right.$$

$$\left. + \frac{0{,}0446 K_i \bar{K}_i + 0{,}1667(K_i + \bar{K}_i) + 0{,}622}{0{,}7887 + 0{,}2113 f_i}\right];$$

$f_i = \frac{F_{2i}}{F_{1i}}$; $F_{i\,cp}$ – среднее значение площади.

Для случая постоянства напряжений по длине стержня должно быть $f_i = K_i$.

Разрабатывая программу, необходимо иметь ввиду, что при переходе к последующей итерации элементы (вследствие изменения напряженного состояния) могут переходить из одной группы в другую.

Кроме того φ_{min}, которое требуется обеспечить, необходимо задавать согласуя его с исходным значением. Для этого можно воспользоваться коэффициентом увеличения жесткости $\alpha > 1$ и задать $\varphi_{min} = \varphi / \alpha$.

Предлагаемая задача реализуется по алгоритму, приведенному на рис. I.

В алгоритме приняты следующие обозначения

$$u_i = \sqrt{g_i \Delta_i}\,; \qquad A_i = \frac{1}{S_i}\sqrt{\frac{g_i}{E_i \gamma_i}}\,;$$

$$u_j = \frac{1}{S_j E_j}\left|\frac{g_j [\sigma_j]}{R_j}\right|; \quad u_\kappa = \frac{1}{S_\kappa E_\kappa}\left|\frac{g_\kappa [\sigma_\kappa]}{R_\kappa}\right|.$$

Алгоритм был апробирован на ряде тестовых задач и показал хорошую сходимость. Решение на 4-5- й итерации стабилизируется. Для сравнения в таблице приведены результаты решения фермы (рис.2) предлагаемым методом (I) и методом случайного поиска(II). Минимизировался прогиб на конце.

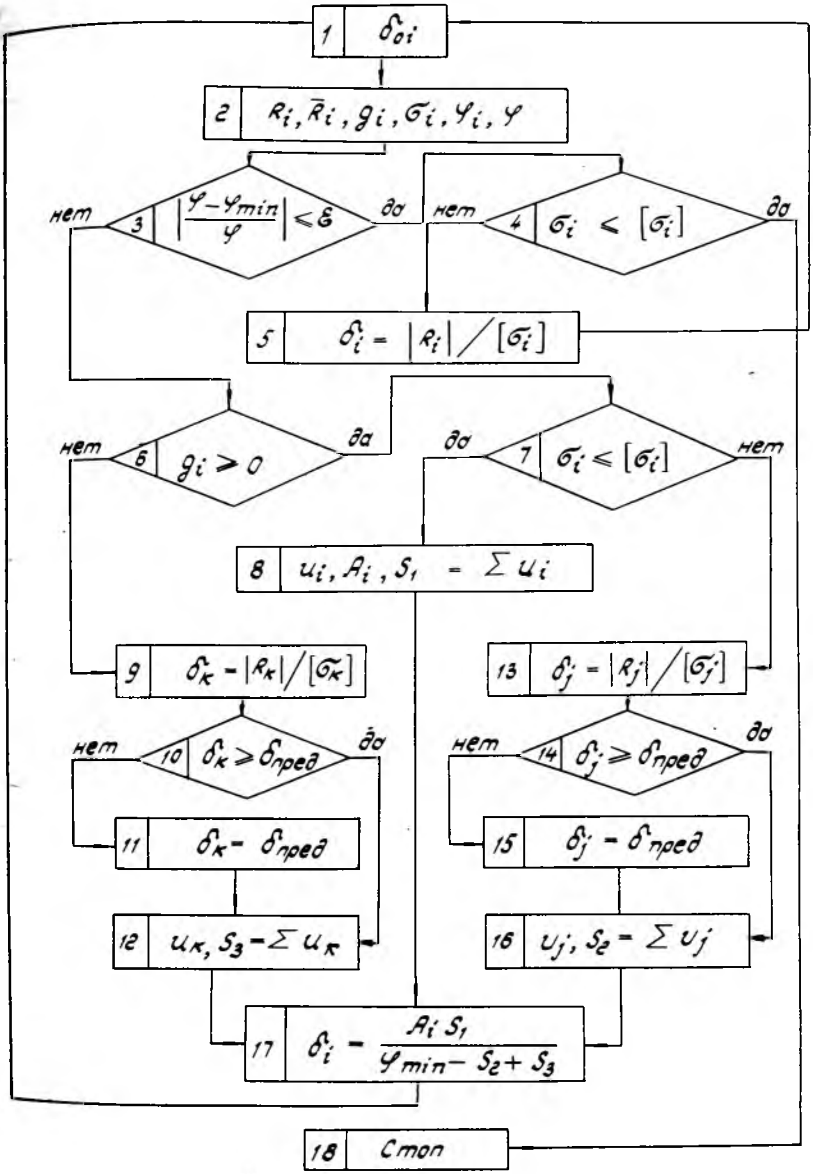
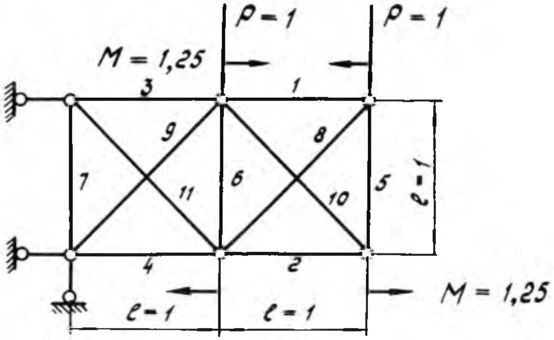

1 δ_{0i}
2 $R_i, \bar{R}_i, g_i, \sigma_i, \varphi_i, \varphi$
3 $\left|\frac{\varphi-\varphi_{min}}{\varphi}\right| \le \varepsilon$
нет
да
4 $\sigma_i < [\sigma_i]$
нет
да
5 $\delta_i = |R_i| / [\sigma_i]$
6 $g_i > 0$
нет
да
7 $\sigma_i \le [\sigma_i]$
да
нет
8 $u_i, A_i, S_1 = \sum u_i$
9 $\delta_k = |R_k| / [\sigma_k]$
10 $\delta_k \ge \delta_{пред}$
нет
да
11 $\delta_k = \delta_{пред}$
12 $u_k, S_3 = \sum u_k$
13 $\delta_j = |R_j| / [\sigma_j]$
14 $\delta_j \ge \delta_{пред}$
нет
да
15 $\delta_j = \delta_{пред}$
16 $v_j, S_2 = \sum v_j$
17 $\delta_i = \frac{A_i S_1}{\varphi_{min} - S_2 + S_3}$
18 Стоп

Рис. I



Р и с. 2

Т а б л и ц а

	I		П	
i	V_i	σ_i	V_i	σ_i
I	0,64I7	0,9809	0,69	0,999I
2	0,87I8	0,999	0,8I06	I,000
3	3,6I9	0,6608	3,549	0,7I59
4	2,758	0,5832	2,375I	0,6I44
5	0,774	0,4896	I,I087	0,3963
6	0,0429	0,29I2	0,2865	0,3532
7	0,9032	0,6737	0,7066	
8	2,I44	0,579I	2,I4	0,523I
9	3,369	0,8258	3,93	0,7830
I0	I,548	0,4896	I,748	0,502
II	I,806	0,6737	I,34	0,6852
$\sum$	I8,48		I8,69	

Литература

1. Бирюк В.И., Липин Е.К., Фролов В.М. Методы проектирования конструкций самолетов. М., "Машиностроение", 1977.
2. Почтман Ю.М., Бараненко В.А. Динамическое программирование в задачах строительной механики. М., Стройиздат, 1975.
3. Комаров А.А. Основы проектирования силовых конструкций. Куйбышевское книжное издательство, 1965.

УДК 629.7.02:539.4

А.В. Соловов

ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К ПОСТРОЕНИЮ ВЕСОВЫХ ФОРМУЛ НА ОСНОВЕ СПЕЦИАЛЬНЫХ КОНЕЧНОЭЛЕМЕНТНЫХ МОДЕЛЕЙ С ПРИЛОЖЕНИЕМ К СОСТАВНЫМ КРЫЛЬЯМ

Прогнозирование веса конструкции в авиастроении проводится обычно с помощью так называемых "весовых формул", многие из которых рассматриваются в книге [1]. Большинство формул имеет функционально-статистический характер. Их функциональная часть определяет связи между весом конструкции и основными параметрами формы, нагрузок и размеров самолета. При получении функциональных зависимостей в весовых формулах используются преимущественно балочные модели крыла, фюзеляжа и других агрегатов планера. Эти модели универсальны, часто не учитывают совместности силовой работы различных агрегатов, например крыла и фюзеляжа. Погрешности подправляются статистическими коэффициентами. В силу этих причин каждая формула пригодна лишь для определенного класса самолетов и определенных аэродинамических схем. Поэтому при переходе на новые аэродинамические формы, новые условия эксплуатации, присущие самолетам с интегральными схемами, составным крыльям и схемам летающего крыла, проблема оценки веса конструкции встает с особой остротой.

Заманчивой представляется идея использования для весовых