5. Расчет напряженно-деформированного состояния для вновь принятого распределения жесткостей.

6. Окончательный выбор конструкции рационального усиления.

Этапы 4 и 5 следует повторять до получения решения, достаточно близкого к стационарному.

Такой подход существенно сократит потребность в экспериментальных исследованиях и позволит разработать конкретные рекомендации для использования результатов исследования в конструкторской практике.

Литература

1. Комаров В.А. Рациональное проектирование силовых авиационных конструкций. Докторская диссертация, МАИ, 1974.
2. Мусхелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. М., "Наука", 1966.
3. Савин Г.Н. Концентрация напряжений около отверстий М.-Л., 1951.
4. Кун П. Расчет на прочность оболочек в самолетостроении М., "Оборонгиз", 1961.

УДК 624.043:539.4.019

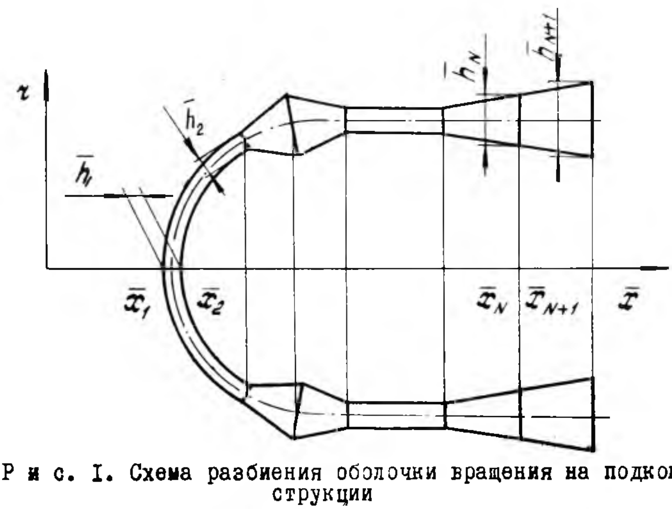
Н.В. Власов

О ПРОЕКТИРОВАНИИ ДИСКРЕТНО-РАВНОПРОЧНЫХ ОСЕСИММЕТРИЧНО НАГРУЖЕННЫХ ГЛАДКИХ ОБОЛОЧЕК ВРАЩЕНИЯ

Принцип дискретной равнопрочности (равнонапряженности) используется при оптимальном проектировании тонкостенных конструкций в работах [1 - 3]. Этот принцип состоит в том, что конструкция разбивается на подконструкции, проектные параметры которых определяются из условия достижения приведенными напряжениями допускаемых значений только в некоторых точках. Использование такого подхода обусловлено тем, что итерационные алгоритмы отыскания равнопрочных конструкций могут быть несходящимися. На основе принципа дискретной равнопрочности удается построить сходящиеся итерационные алгоритмы. При разбиении конструкции на достаточно большое количество подконструкций избыток прочности может приблизиться к единице, т.е. найденная дискретно-равнопрочная конструкция будет не намного тяжелее равнопрочной. Но при этом возможно как ухудшение сходимости итерационного процесса, так и отсутствие его сходимости.

В данной работе рассматривается проектирование дискретно-равнопрочной осесимметрично нагруженной гладкой оболочки вращения при заданной форме срединной, внешней или внутренней поверхности. Для отыскания распределения толщины в такой оболочке предлагается итерационный способ. При этом принимается, что толщина оболочки изменяется непрерывно,а в пределах каждой подконструкции - линейно вдоль оси симметрии. Напряженно-деформированное состояние оболочки определяется при помощи метода конечных элементов в перемещениях. При идеализации оболочки используются кольцевые конечные элементы, поле перемещений которых аппроксимируется полиномами из работы [4].

Постановка задачи. Рассмотрим задачу отыскания распределения толщины дискретно равнопрочной оболочки вращения под действием осесимметричной нагрузки. Оболочку (конструкцию) (рис. I)



Р и с. I. Схема разбиения оболочки вращения на подконструкции разобьем сечениями, перпендикулярными ее оси, на N колец (подконструкций). Окружность, расположенную в сечении, будем называть граничной. Оболочка характеризуется толщинами на граничных окружностях $\bar{h}_1$, $\bar{h}_2$, ..., $\bar{h}_N$, $\bar{h}_{N+1}$ и осевыми координатами этих окружностей $\bar{x}_1$, $\bar{x}_2$, ..., $\bar{x}_N$, $\bar{x}_{N+1}$.

В качестве критерия оптимальности примем условие дискретной равнопрочности, которое запишем в следующем виде

$$\left|\bar{\sigma}_{max}^{(j)} - [\sigma]_j\right| \leqslant \Delta\sigma_j \,, \quad j = 1, 2, \ldots, N \,, \tag{I}$$

где $\Delta\sigma_j$ – допускаемая погрешность для j -ой подконструкции;

$\bar{\sigma}_{max}^{(j)}$, $[\sigma]_j$ – максимальное приведенное и допускаемое напряжения j -ой подконструкции.

Для дискретно-равнопрочной оболочки принимаем непрерывное изменение толщины, а в пределах каждой подконструкции – по линейному закону вдоль оси симметрии. Таким образом, для j -ой подконструкции запишется

$$\left(\frac{dh}{dx}\right)_j = \frac{\bar{h}_{j+1} - \bar{h}_j}{\bar{x}_{j+1} - \bar{x}_j} = const \,, \tag{2}$$

где h и x – соответственно толщина и осевая координата.

Задачу отыскания распределения толщины дискретно-равнопрочной оболочки сформулируем следующим образом. Найти из условия дискретной равнопрочности (I) толщину оболочки на граничных окружностях. При этом толщина оболочки на первой граничной окружности для ($k+1$)-го шага итерации $\bar{h}_1^{(k+1)}$ определяется из условия равнопрочности

$$\bar{h}_1^{(k+1)} = \bar{h}_1^{(k)} \frac{\bar{\sigma}_1^{(k)}}{[\sigma]_1} \,, \tag{3}$$

где $\bar{\sigma}_1^{(k)}$ – максимальное приведенное напряжение по толщине оболочки на первой граничной окружности для k -го шага итерации.

Применительно к j -ой подконструкции задача проектирования состоит в следующем. Известна толщина оболочки $\bar{h}_j$ на j -ой граничной окружности. Требуется найти из условия дискретной равнопрочности (I) толщину $\bar{h}_{j+1}$.

Задача проектирования дискретно-равнопрочной оболочки может быть сформулирована при иных допущениях, а именно толщина оболочки изменяется линейно вдоль меридиана.

Геометрические соотношения дискретно-равнопрочной оболочки вращения. Для идеализации m - й подконструкции используется n_m кольцевых конечных элементов. Следовательно, количество конечных элементов $\bar{n}$, идеализирующих оболочку, определяется из равенства

$$\bar{n} = \sum_{m=1}^{N} n_m \, . \tag{4}$$

На i -ой узловой окружности оболочка характеризуется толщиной h_i и осевой координатой x_i. Осевые координаты и толщины на совпадающих граничных и узловых окружностях связаны между собой соотношениями

$$\begin{aligned} &\bar{x}_1 = x_1 \,; \; \bar{x}_2 = x_{n_1+1} \,; \; \bar{x}_3 = x_{n_1+n_2+1} \,; \cdots \; \bar{x}_{N+1} = x_{\bar{n}+1} \,; \\ &\bar{h}_1 = h_1 \,; \; \bar{h}_2 = h_{n_1+1} \,; \; \bar{h}_3 = h_{n_1+n_2+1} \,; \; \bar{h}_{N+1} = h_{\bar{n}+1} \, . \end{aligned} \tag{5}$$

Таким образом, можно записать

$$\bar{x}_j = x_i \,; \; \bar{h}_j = h_i \,, \tag{6}$$

где i = I при j = I;

$$i = \sum_{m=1}^{j-1} n_m + 1 \;\; при \;\; j > 1 \, . \tag{7}$$

Так как толщина подконструкций изменяется линейно вдоль оси оболочки, то толщина h_i на i -ой узловой окружности, принадлежащей j -ой подконструкции, определяется из соотношения

$$h_i = \bar{h}_j + \left(\frac{dh}{dx}\right)_j (x_i - \bar{x}_j) \, . \tag{8}$$

Индексы i и j связаны между собой зависимостями

$$\begin{aligned} &при \;\; j = I \qquad i = I, 2, \ldots, n_1 + I; \\ &при \;\; j > I \qquad \sum_{m=1}^{j-1} n_m + 1 \leqslant i \leqslant \sum_{m=1}^{j} n_m + 1 \, . \end{aligned} \tag{9}$$

Итерационный способ отыскания дискретно-равнопрочной оболочки вращения. Задача проектирования дискретно-равнопрочной оболочки вращения состоит в определении закона изменения толщины вдоль ее оси. Эту задачу будем решать следующим образом. Для заданного распределения материала, т.е. для заданной толщины оболочки на граничных окружностях, определяется ее напряженно-деформированное состояние на узловых окружностях. Затем на каждой узловой окружности вычисляется максимальное приведенное напряжение по толщине оболочки. Если условие дискретной равнопрочности (I) удовлетворяется, то решение задачи получено. В противном случае выполняется следующее. Из условия равнопрочности определяется толщина оболочки $h_i^{(k+1)}$ на узловых окружностях для ($k+1$)-го шага итерации

$$h_i^{(k+1)} = h_i^{(k)} \frac{\bar{\sigma}_i^{(k)}}{[\sigma]} \; ; \quad i = 1, 2, \dots, \bar{n}+1 \; . \qquad \text{(I0)}$$

Здесь $\bar{\sigma}_i^{(k)}$ – максимальное приведенное напряжение по толщине оболочки на i -ой узловой окружности для k -го шага итерации.

Допускаемое напряжение $[\sigma]$ на узловых окружностях определяется из следующих выражений

$$\begin{aligned} &[\sigma] = [\sigma]_1 && \text{для} \quad i \leqslant n_1 \, , \\ &[\sigma] = [\sigma]_j && \text{для} \quad \sum_{m=1}^{j-1} n_m + 1 < i \leqslant \sum_{m=1}^{j} n_m + 1 \, . \end{aligned} \qquad \text{(II)}$$

Толщина дискретно-равнопрочной оболочки на граничных окружностях отыскивается по следующей схеме. На первой граничной окружности она определяется из условия равнопрочности (3), т.е. $\bar{h}_1 = h_1$. Затем для каждой подконструкции решается задача определения ее проектных параметров. В нашем случае для j -ой подконструкции при известном значении $\bar{h}_j$ требуется найти $\bar{h}_{j+1}$. Толщина $\bar{h}_{j+1}$ определяется из равенства

$$\bar{h}_{j+1} = \bar{h}_j + \left(\frac{dh}{dx}\right)_j (\bar{x}_{j+1} - \bar{x}_j) \, . \qquad \text{(I2)}$$

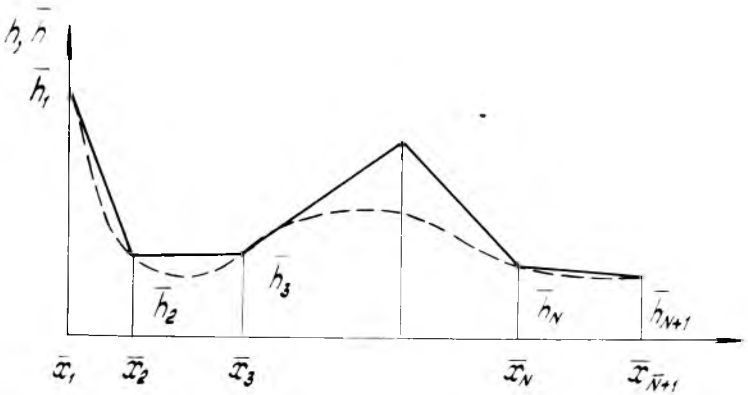
Неизвестную величину производной $\left(\frac{dh}{dx}\right)_j$ будем отыскивать из следующего условия:

$$\left(\frac{dh}{dx}\right)_j = max \left(\frac{h_i - \bar{h}_j}{x_i - \bar{x}_j}\right) \qquad \begin{aligned} &i = 1, 2, \dots, \bar{n} + 1 \, ; \\ &j = 1, 2, \dots, N \, . \end{aligned} \qquad \text{(I3)}$$

Индексы i и j связаны между собой соотношением (9).

Полученное вышеописанным способом распределение толщины оболочки на граничных окружностях принимается вместо исходного и расчет повторяется.

Проиллюстрируем на примере предлагаемый способ отыскания дискретно-равнопрочной оболочки. Из условия равнопрочности (10) получена зависимость толщины оболочки h от ее осевой координаты x (рис. 2). Эта зависимость показана на рисунке пунктирной линией.



Р и с. 2. Схема определения распределения толщины дискретно-равнопрочной оболочки

Распределение толщины дискретно-равнопрочной оболочки, которое определяется соотношениями (8), (12) и (13), показано на том же рисунке сплошной линией. Это распределение получено по следующей схеме. Толщина на первой граничной окружности $\bar{h}_1$ определяется из уравнения (3). Затем отыскивается величина $\left(\frac{dh}{dx}\right)_1$ и толщина оболочки на второй граничной окружности $\bar{h}_2$. После этого аналогичным способом находится $\left(\frac{dh}{dx}\right)_2$ и $\bar{h}_3$ и т.д.

Как следует из рис. 2, при неудачном или недостаточном разбиении оболочки на подконструкции получаются зоны с весьма большим недоиспользованием прочностных свойств материала. При просчете нескольких вариантов с последовательно увеличиваемым количеством подконструкций такие зоны будут уменьшаться и может быть получена конструкция близкая к равнопрочной.

В некоторых случаях реализация дискретно-равнопрочной оболочки может быть затруднена. Тогда, руководствуясь ее распределением толщины, при реальном проектировании толщина оболочки на граничных окружностях назначается из конструктивных и (или) иных соображений. Затем путем последовательного определения напряженно-деформированного состояния оболочки уточняется распределение толщины.

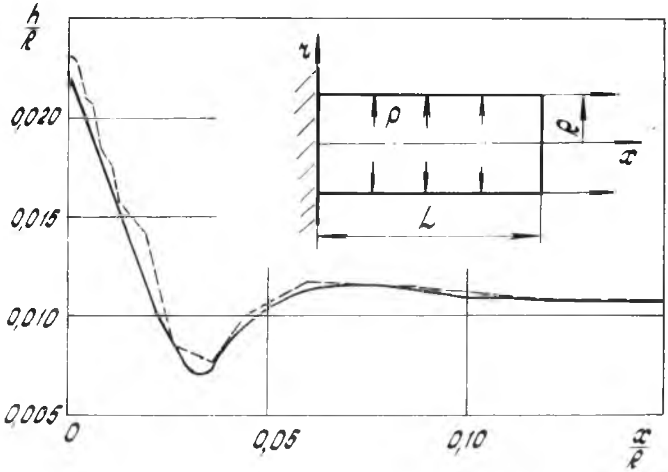
Следует отметить, что на основе вышепредложенного итерационного способа можно построить алгоритмы проектирования дискретно-равнопрочных континуальных конструкций, составленных из подконструкций переменной или постоянной толщины.

Примеры расчета. На языке ПЛ/I применительно к ЭВМ М-4030 была составлена программа расчета и оптимизации оболочек вращения при осесимметричном нагружении. Напряженно-деформированное состояние оболочки определяется при помощи метода конечных элементов в перемещениях. Оболочка идеализируется кольцевыми конечными элементами, поле перемещений которых аппроксимируется полиномами из работы [4], а их жесткости принимаются равными полусумме соответствующих жесткостей на узловых окружностях. Коэффициенты матриц жесткости и узловых усилий конечного элемента определяется путем численного интегрирования. При решении системы линейных уравнений равновесия применяется метод Гаусса. Приведенные напряжения определяются согласно энергетической теории прочности. При вычислении приведенного напряжения не учитываются сдвиговые напряжения. Максимальное приведенное напряжение $\bar{\sigma}$ определяется путем вычисления приведенных напряжений в II точках по толщине оболочки. При вычислении подынтегральных выражений в 5 точках и идеализации оболочки IOO конечными элементами машинное время, необходимое для определения напряженно-деформированного состояния, не превышает 30 секунд.

П р и м е р I. Проектирование защемленной упругой цилиндрической оболочки под действием внутреннего давления (рис. 3). При расчете принимались следующие исходные данные: p = 5 кгс/см^2; L = 0,2375 R ; E = 2·IO^6 кгс/см^2; μ = 0,3; $[\sigma]$ = 40 кгс/мм^2 $\Delta\sigma$ = 0,0I·$[\sigma]$. Таким исходным данным соответствуют безразмерные параметры из работы [5]: γ = 0,554; ω =0,04;

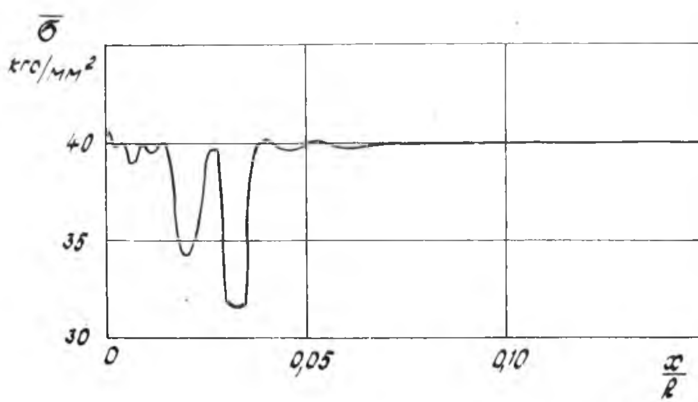
$$L = \sqrt{\frac{H_0 R}{\omega}} \; ; \qquad H_0 = \frac{pR}{[\sigma]} .$$

За начальное распределение материала принималась оболочка постоян-



Р и с. 3. Распределение толщины цилиндрической оболочки: ——— решение Г.В. Иванова [5]; – – – автор

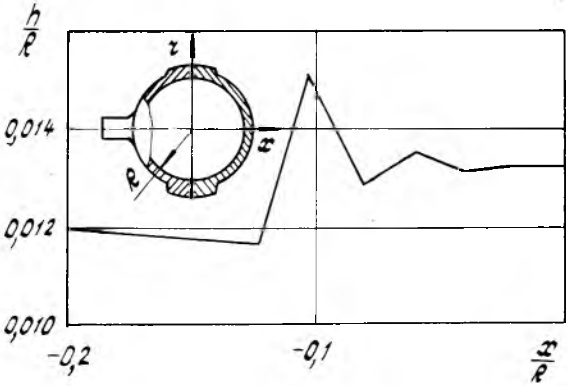
ной толщины (h =0,00I·R). Оболочка разбивалась на I5 подконструкций и идеализировалась 80 геометрически точными кольцевыми конечными элементами. За II итераций была найдена дискретно-равнопрочная оболочка. Некоторые результаты расчета приведены на рис.3 и 4.



Р и с. 4. Зависимость приведенного напряжения $\bar{\sigma}$ дискретно-равнопрочной цилиндрической оболочки от отношения ее осевой координаты x к радиусу R

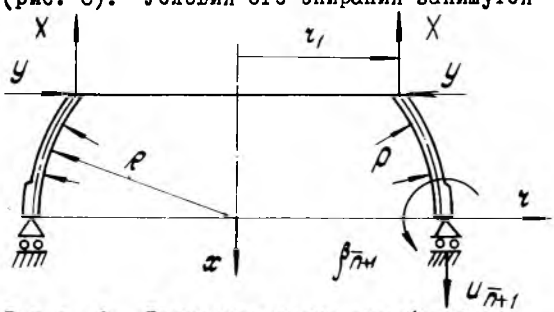
На рис. 3 пунктирной линией показано распределение толщины дискретно-равнопрочной оболочки, а сплошной - решение Г.В.Иванова [5]. Как следует из рис. 3, полученные результаты удовлетворительно согласуются с данными работы [5]. Небольшие скачки толщины дискретно-равнопрочной оболочки ("пилообразность") объясняются особенностями разработанного итерационного способа отыскания таких оболочек. Эти особенности описаны выше и пояснены на рис. 2.

П р и м е р 2. Проектирование шар-баллона (рис. 5) в окрестности сварного шва. Шар-баллон характеризуется постоянным



Р и с. 5. Зависимость отношения толщины h дискретно-равнопрочного шар-баллона к его внутреннему радиусу R

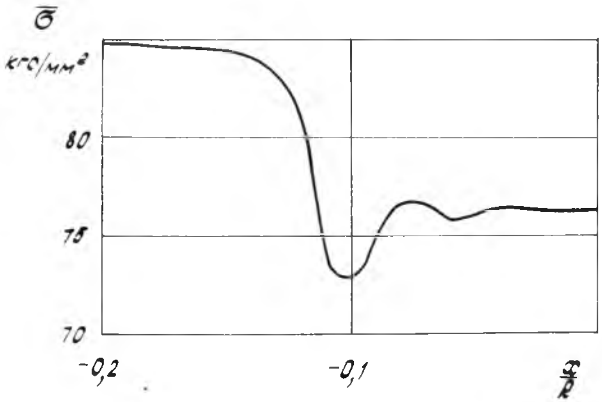
внутренним радиусом R и изготавливается путем сварки двух полусфер. В зоне сварного шва имеется ослабление прочностных свойств материала. При отыскании распределения толщины в окрестности стыка полусфер в качестве расчетной схемы принимается шарнирно-опертый шаровой пояс (рис. 6). Условия его опирания запишутся в виде:



Р и с. 6. Расчетная схема шар-баллона

$u_{\bar{n}+1} = \beta_{\bar{n}+1} = 0$. Шаровой пояс нагружен внутренним давлением p и погонными нагрузками x и y от отсеченного шарового сегмента. Погонные нагрузки x и y определяются из соотношений безмоментной теории.

В расчете были приняты следующие исходные данные: $\Delta\sigma = 0{,}01\,[\sigma]$; p = 200 кгс/см^2; $E = 2\cdot 10^6$ кгс/см^2; μ = 0,3. Допускаемое напряжение $[\sigma]$ принимается равным $[\sigma]$ = 85 кгс/мм^2 при $x \leqslant -0{,}125$ и $[\sigma]$ = 76,5 кгс/мм^2 при $x > -0{,}125$. Величина радиуса r_1 определяется из условия затухания краевых эффектов вдоль меридиана шарового пояса от опертого к нагруженному краю. В расчете принимается $r_1 = 0{,}4\,R$. Шаровой пояс разбивается на 15 подконструкций и идеализируется 80 криволинейными кольцевыми конечными элементами. При этом зона ослабления прочностных свойств материала разбивается на 6 подконструкций. Исходная оболочка имела постоянную толщину ($h = 0{,}01\,R$). За 8 итераций была найдена дискретно-равнопрочная оболочка, распределение толщины в которой показано на рис. 5. На рис. 7 дается зависимость максимального приведенного напряжения по толщине $\bar{\sigma}$ от осевой координаты x.



Р и с. 7. Зависимость приведенного напряжения $\bar{\sigma}$ дискретно-равнопрочного шар-баллона от отношения его осевой координаты x к внутреннему радиусу R

Л и т е р а т у р а

1. М а л к о в В.П. Алгоритм оптимизации цилиндрической оболочки с ребрами жесткости из условий прочности.– В сб. "Методы решения задач упругости и пластичности", вып. 2, Горький, 1970.
2. М а л к о в В.П., Т у р и н ц е в а Г.Д. Оптимизация сосуда под давлением из условий прочности.– В сб. "Методы решения задач упругости и пластичности," вып. 2, Горький, 1970.
3. М а л к о в В.П., А ч и н о в а Г.Д. Оптимальное распределение материала в зоне краевого эффекта цилиндрической системы. – В сб. "Методы решения задач упругости и пластичности", вып. 7, Горький, 1973.
4. Г р а ф т о н, С т р о у м. Расчет осесимметричных оболочек методом прямого определения жесткости.- "Ракетная техника и космонавтика", 1963, № 10.
5. И в а н о в Г.В. О вычислении оптимальной переменной толщины оболочки.– В сб. "Проблемы механики твердого деформируемого тела". Л., "Судостроение", 1970.

УДК 629.7.02

В.Н. Х и в и н ц е в

К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ О РАЦИОНАЛЬНОМ РАСПРЕДЕЛЕНИИ МАТЕРИАЛА В КОНСТРУКЦИИ С УЧЕТОМ ОГРАНИЧЕНИЯ ПО ПЕРЕМЕЩЕНИЮ

Оптимизация авиационных конструкций в направлении жесткость - - вес в большинстве случаев основана на минимизации ее потенциальной энергии деформации при сохранении объема материала [1]. Но иногда целесообразно за критерий жесткости принять обобщенное перемещение в отдельном узле или сечении конструкции. Подобная задача может встретиться, например, при проектировании крыла, когда по соображениям аэроупругости требуется ограничить углы закруч-