

в рамках простой и вместе с тем достаточно адекватной модели — задачи оптимального быстрогодействия, которая для многоэтапного процесса в целом решается методом динамического программирования [3].

### Л и т е р а т у р а

1. Э. Килер, М. Спенс, Р. Зекхаудер. Оптимальный контроль над загрязнением окружающей среды. Математическая экономика. М.: Мир, 1974.
2. Михалевиц В.С. Последовательные алгоритмы оптимизации и их применение. Кибернетика, №1, 2, 1965.
3. Р. Беллман. Динамическое программирование. ИЛ, 1960.

УДК 629.7.539.3

А.И. Данилин, В.А. Комаров

### ПРИМЕНЕНИЕ АЛГОРИТМА ПРОЕКТИРОВАНИЯ С УЧЕТОМ ТРЕБОВАНИЙ ЖЕСТКОСТИ

В данной работе рассматривается одна конкретная задача отыскания рационального распределения материала по элементам конструкции, обеспечивающего одновременное выполнение требований прочности и жесткости. При этом используется автоматизированный метод проектирования, несущий в себе следующие основные идеи.

Требования жесткости рассматриваются в виде ограничений на упругие обобщенные перемещения конструкции под нагрузкой.

Выявлено, что если перемещение определять по формуле Максвелла—Мора, прикладывая единичную обобщенную силу в направлении нежелательных деформаций, то отрицательные значения интегралов Мора для каких-либо элементов конструкции свидетельствуют о том, что для достижения заданных деформаций необходимо увеличить податливость этих элементов. Другими словами, в зонах с отрицательными интегралами Мора нужно назначать толщины, минимально допустимые по прочности, технологичности или другим условиям.

В [1,2] решена задача оптимального распределения материала только по условиям жесткости и без учета зависимости усилий, действующих в элементах конструкции от распределения материала. При этом

получены выражения для толщин элементов, работающих в плоском напряженном состоянии и имеющих постоянное поле напряжений

$$\tilde{\delta}_i = \frac{\sum_{i=1}^n S_i \sqrt{[R_i^*] / E_i}}{\Delta_0 + \Delta^-} \sqrt{[R_i^*] / E_i}, \quad (I)$$

а также для потребного объема материала

$$\tilde{V} = \frac{\left( \sum_{i=1}^n S_i \sqrt{[R_i^*] / E_i} \right)^2}{\Delta_0 + \Delta^-} + \sum_{i=1}^m S_i \delta_i$$

$$[R_i^*] = [\bar{R}_{xi} (R_{xi} - \mu_i R_{zi}) + \bar{R}_{zi} (R_{zi} - \mu_i R_{xi}) + 2(1 + \mu_i) \varphi_{i,z} R_{xi,z}]$$

Здесь:  $\bar{R}_i$  - поток усилий в  $i$ -ом элементе от единичной нагрузки;  
 $R_i$  - поток усилий от расчетного случая нагружения;  $E_i$  и  $\mu_i$  - модуль упругости и коэффициент Пуассона материала  $i$ -го элемента;

$S_i$  - площадь элемента в плане;

$\Delta_0$  - заданное обобщенное перемещение;

$\Delta^-$  - сумма абсолютных величин отрицательных интегралов Мора, подсчитанная при известных минимально допустимых толщинах  $\delta_i$ ;

$n$  - количество элементов с положительными интегралами Мора;

$m$  - общее число элементов.

В ходе решения получено следующее условие оптимальности, которое можно рассматривать как теорему для статически определимых упругих систем.

В оптимальном по жесткости, статически определимом проекте в зонах с положительными интегралами Мора удельная работа внутренних сил, возникающих от единичной нагрузки на деформациях расчетного случая нагружения, должна быть постоянна во всех элементах конструкции:

$$\bar{\sigma}_{xi} \varepsilon_{xi} + \bar{\sigma}_{zi} \varepsilon_{zi}^* \bar{\sigma}_{xzi} \varepsilon_{xzi} = const, \quad i=1, 2, \dots, n \quad (3)$$

Вместе с тем, в зонах с отрицательными интегралами Мора следует разрешить конструкции деформироваться как можно больше, для чего в этих местах надлежит использовать низкомодульные материалы с большими допускаемыми деформациями.

В авиастроении статически определимые конструкции встречаются довольно редко, поэтому для статически неопределимых упругих систем с использованием решения (I,2) строится инженерный алгоритм отыскания рационального распределения материала с одновременным учетом требований жесткости и прочности. Для удовлетворения условий прочности определяется равнопрочное распределение материала на несколько случаев нагружения [3]. При этом, на каждой итерации при фиксированных усилиях  $R_{ij}$ , где  $j$  - номер случая нагружения, проверяется выполнение всех требований жесткости  $\Delta_t \leq \Delta_{t_0}$  и для нарушенных-по (I) определяются толщины, обеспечивающие выполнение всех требований, но каждого в отдельности. Далее, итоговое распределение материала для перехода к следующей итерации, и соответственно перерасчету усилий  $R_{ij}$ , назначается следующим образом. Для элементов конструкции, находящихся при всех ограничениях по жесткости в зоне с отрицательными интегралами Мора отыскивается условно-равнопрочное распределение материала [4]. В остальной части конструкции итоговое распределение материала находится выборкой для каждого элемента максимальных толщин из назначенных по условиям прочности и всех нарушенных ограничений по жесткости. При этом каждое отдельное требование жесткости будет выполняться как неравенство и в целом жесткость конструкции будет завышена. Для выполнения одного из ограничений по жесткости как строгого равенства толщины  $\delta_{ij}$  тех элементов, для которых при всех требованиях жесткости интегралы Мора больше нуля, уменьшаются пропорционально завышению соответствующего ограничения по жесткости

$$\tilde{\delta}_{it,r+1} = \tilde{\delta}_{itr} \frac{\Delta_{tr}^+}{\Delta_{t_0} + \Delta_{tr}^-} \quad (4)$$

Здесь  $\Delta_{tr}^+$  - сумма положительных интегралов Мора при ограничении  $t$  и принятых на данной итерации толщинах элементов. Далее снова проводятся выборки и пересчет по формуле (4) проводится до выполнения одного из требований жесткости  $\Delta_t \leq \Delta_{t_0}$  как строгого равенства. Принятые итоговые толщины являются исходными для перерасчета усилий на следующей итерации.

В итоге алгоритм приводит к конструкциям, в которых для элементов, имеющих при всех требованиях жесткости отрицательные значения интегралов Мора, получается равнопрочное распределение материала, а в остальной части конструкции в каждом ограничении по жесткости дополнительный материал, если он необходим сверх требований прочности,

закладывается эффективно — в элементы с максимальной удельной работой внутренних сил от единичной нагрузки на ограничиваемых расчетных деформациях.

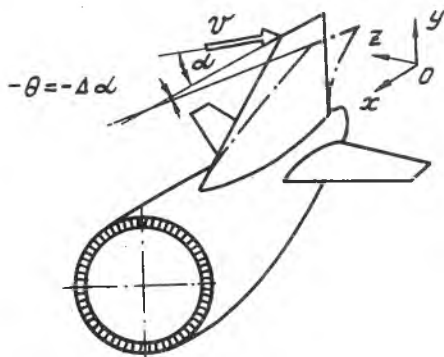
Использование в алгоритме эффекта отрицательных интегралов Мора позволяет находить конструкции, абсолютно жесткие относительно ограничиваемых деформаций. Возможности разработанных методов покажем на примере проектирования конструкции киля, воспринимающего равномерную уравнивающую нагрузку.

Стреловидность по передней кромке приводит к тому, что возникающие деформации изгиба вызывают кручение поточных сечений в сторону уменьшения угла атаки и киль частично флюгирует (рис.1). Поэтому наряду с требованиями прочности введем ограничение по жесткости в виде упругого закручивания поточных сечений в сторону увеличения угла атаки киля  $\theta \geq 0$ , то есть в направлении, противоположном его естественным деформациям.

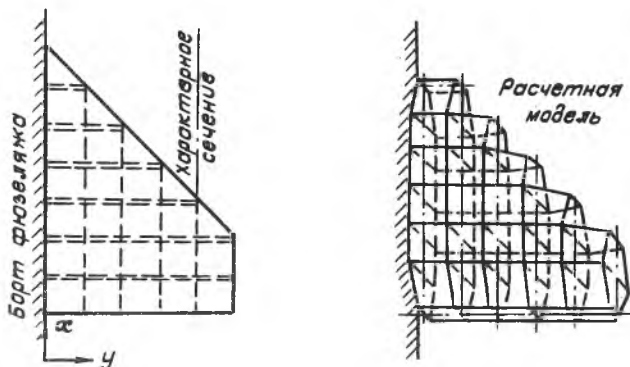
Как показано в [5], нулевого обобщенного перемещения при конечном потребном объеме силового материала можно достичь только тогда, когда в конструкции имеются области с отрицательными значениями интегралов Мора. Заранее трудно предсказать наличие таких областей, однако будем надеяться, что в рассматриваемой конструкции они имеются.

В качестве исходной примем гипотетическую многолонжеронную силовую схему, показанную на рис.2. Киль представляет собой пластину трапецевидной формы в плане с сужением  $\eta = 3,5$  и стреловидностью по передней кромке  $\chi = \frac{\pi}{4} \text{ рад}$ . Задняя кромка прямая, профиль — симметричный с относительной толщиной  $\bar{c} = 10\%$ .

Мерой кручения поточных сечений киля выберем угол упругого закручивания характерного сечения на расстоянии  $\bar{y} = 0,8$  от борта фюзеляжа. Единичный случай нагружения для вычисления интегралов Мора представляет собой крутящий момент в сторону уменьшения угла атаки  $M_y = I$ , приложенный парой сил в крайних узлах характерного сечения.



Р и с.1. Деформация киля



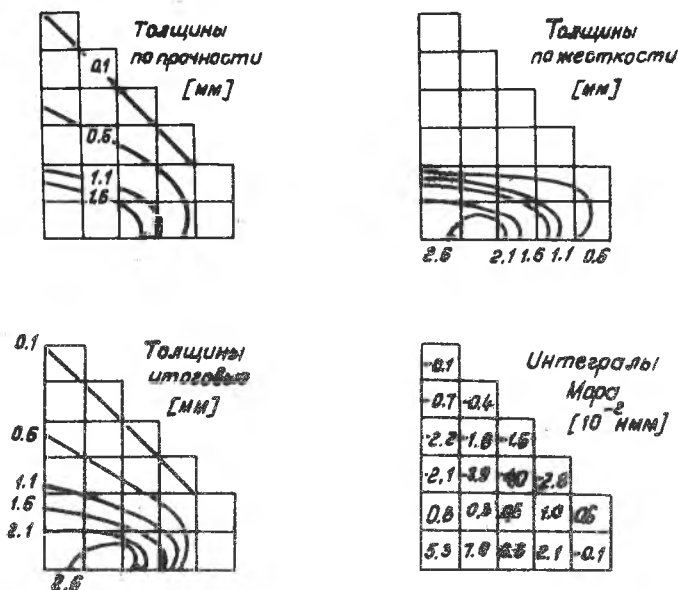
Р и с.2. Моделирование конструкции киля

Заданное обобщенное перемещение  $\Delta_p = 0$ . Ограничений на минимально допустимые толщины, как это имеет место в реальном проектировании, вводить не будем.

С помощью разработанного комплекса программ, адекватно реализующего алгоритм отыскания рационального распределения материала с одновременным учетом требований прочности и жесткости, проведем проектирование конструкции киля. В качестве начального примем равномерное распределение материала: толщины обшивки, стенок лонжеронов и нервюр, равные 1 мм, площади поясов лонжеронов и нервюр, равные 1000 мм<sup>2</sup>. Допускаемые напряжения и модуль упругости материала примем одинаковыми для всех элементов и равными соответственно 100н/мм<sup>2</sup> и  $7.2 \times 10^6$  н/мм<sup>2</sup>.

Конструкцию киля будем моделировать следующими конечными элементами. Для описания лонжеронов и нервюр используем элемент "Двутавр" [6], предназначенный для моделирования участков конструкции, находящихся в условиях изгиба и растяжения-сжатия. Обшивку опишем четырехугольными мембранными изотропными элементами [7]. Отличительной особенностью этих элементов является наличие дополнительного узла в центре четырехугольной панели и ее аппроксимация четырьмя треугольниками с постоянным полем напряжений. Кроме того, по двум противоположным сторонам возможно задание стержней с линейной аппроксимацией перемещений для моделирования поясов балок в случае "Двутавр" и приведенного стрингерного набора в изотропном четырехугольнике.

Результаты расчетов показали следующее. Алгоритм проектирования сходится и довольно быстро. Для инженерной точности достаточно 7-10 итераций. Материал для повышения жесткости закладывается эффективно: проект, отвечающий всем наложенным ограничениям, (рис.3), имеет объем, всего на 3,02% больший, чем у равнопрочной конструкции.

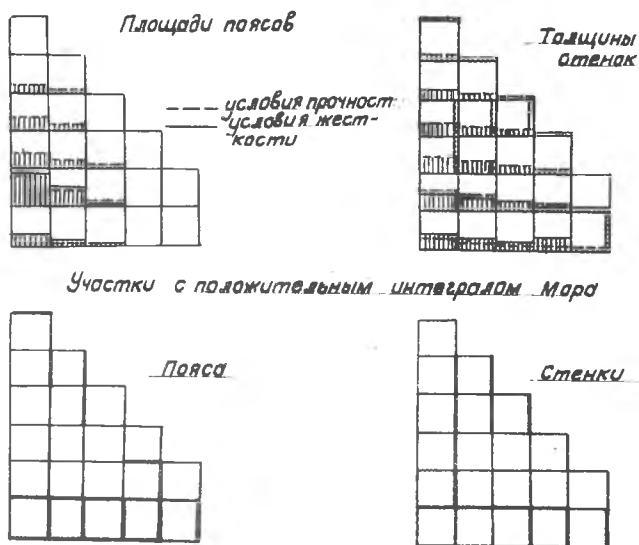


Р и с. 3. Распределение материала в обшивке

Расчет интегралов Мора показал, что для решения поставленной задачи необходимо усиление лишь тех элементов, которые находятся в районе задней кромки киля. Полученное распределение материала показано на рис. 3,4.

При этом угол закручивания характерного сечения равен  $+9,2 \cdot 10^{-4}$  рад., то есть  $\Delta \alpha > 0$ . В то же время в равнопрочном проекте этот угол составляет  $-99,5 \cdot 10^{-4}$  рад. Таким образом, при наличии

в конструкции зон с отрицательными интегралами Мора применение разработанных методов позволяет находить конструкции абсолютно жесткие относительно нежелательных деформаций или даже деформирующиеся в противоположную сторону.



Р и с.4. Распределение материала по лонжеронам и нервюрам: --- условия прочности; ——— условия жесткости

В заключение отметим, что разработанный алгоритм проектирования с учетом требований жесткости реализован в виде комплекса программ для ЕС ЭВМ, ориентированного на использование в автоматизированной системе проектирования.

#### Л и т е р а т у р а

И. Г и н к о И.Б., Данилин А.И., Комаров В.А., Сулименков В.В. Об одной задаче оптимизации жесткостных характеристик крыльев малого

удлинения.-Куйбышев,1977,с.18(Рукопись представлена Куйбышевским авиационным институтом. Деп. в ВИНТИ 27 июня 1977, №2538-77 деп.)

2. Д а н и л и н А.И., К о м а р о в В.А. Проектирование тонкостенных конструкций с учетом ограничений по прочности и жесткости. -В об.: Нелинейные задачи строительной механики. Оптимизация конструкций / Под ред. В.Н. Кислоокого. Киев: Киевский инженерно-строительный институт,1978,с.94-97.

3. К о м а р о в В.А. Основы проектирования силовых конструкций.-Куйбышев:Куйбышевское книжное издательство,1965,с.88.

4. К о м а р о в А.А. О рациональном распределении материала в конструкциях.-Известия АН СССР, серия "Механика", №5,1965,с.85-87.

5. Д а н и л и н А.И. Рациональное проектирование крыльев с учетом требований жесткости.-Дисс. на соиск. учен. степ. канд. техн. наук.-Куйбышев: Куйбышевский авиационный институт,1980,с.180.

6. М а к е е в Е.Г., П е р е с ы п к и н В.П. Конечный элемент для моделирования конструкций типа шпангоутов и лонжеронов.-Куйбышев,1978,с.39.(Рукопись представлена Куйбышевским авиационным институтом. Деп. в ВИНТИ,1978, №3581-78 деп.)

7. К о м а р о в В.А., С о л о в о в А.В. Конечный элемент для проектирования рациональных силовых схем конструкций типа крыла. -Куйбышев,1975,с.29.(Рукопись представлена Куйбышевским авиационным институтом. Деп. в ВИНТИ,1975, №768-75 деп.).