

На правах рукописи

**БАЛАЛАЕВ Сергей Анатольевич**

**Бездифракционные свойства гипергеометрических пучков,  
формируемых фазовыми дифракционными оптическими  
элементами**

Специальность 01.04.05 – Оптика

Автореферат  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

**САМАРА - 2010**

Работа выполнена в Государственном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королева (национальный исследовательский университет)» и Учреждении Российской академии наук Институт систем обработки изображений РАН

**Научный руководитель:** доктор физико-математических наук,  
профессор Хонина Светлана Николаевна

**Официальные оппоненты:** доктор физико-математических наук, профессор  
Волостников Владимир Геннадиевич,  
кандидат физико-математических наук, доцент  
Курушина Светлана Евгеньевна

**Ведущая организация:** Государственное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования «Самарский государственный университет», г. Самара

Защита состоится «22» октября 2010 г. в 13 00 на заседании диссертационного совета Д.212.215.01 при Государственном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королева (национальный исследовательский университет)», по адресу: 443086, г. Самара, Московское шоссе, д. 34.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королева (национальный исследовательский университет)».

Автореферат разослан 20 сентября 2010 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета

В.Г. Шахов

### Общая характеристика работы

Диссертационная работа посвящена изучению бездифракционных свойств гипергеометрических пучков, которые являются новым классом решений парааксиального волнового уравнения в цилиндрической системе координат, а также сравнению различных типов дифракционных оптических элементов, с помощью которых можно формировать данные пучки.

**Актуальность темы.** Существует семейство световых полей, которые сохраняют свою структуру, изменяясь только масштабно. Оно является еще одним решением с разделенными переменными парааксиального волнового уравнения в цилиндрической системе координат. Функции, описывающие эти моды, содержат вырожденную гипергеометрическую функцию, поэтому называются гипергеометрическими. Они были рассмотрены впервые в 2007 году (В.В. Котляром, С.Н. Хониной, В.А. Соيفером и Р.В. Скидановым).

Гипергеометрические моды отличаются от известных парааксиальных мод тем, что их основной радиус увеличивается как  $z^{1/2}$ . Следовательно, они обладают наименьшей расходимостью, среди всех известных парааксиальных мод, в том числе расходятся меньше, чем парааксиальный бесселевый пучок, формируемый с помощью линзы и узкой кольцевой диафрагмы в непрозрачном экране (J. Durnin, J.J. Miceli, J.H. Eberly, 1978г.).

Похожее по структуре, но более компактное, чем у бесселевых мод, распределение энергии (за счет уменьшающегося периода колец) позволяет гипергеометрическим модам дольше сопротивляться дифракционным искажениям, связанным с необходимостью обрезать моду до некоторого радиуса.

У любой гипергеометрической моды при  $n \neq 0$  (целочисленный параметр моды) всегда (кроме начальной плоскости) в центре (на оптической оси) имеется нуль интенсивности, характерный для оптических вихрей (M.S. Soskin, U.N. Gorshkov, M.V. Vasnetsov, 1997). Кроме этого гипергеометрические моды в начальной плоскости ( $z=0$ ) при  $r=0$  имеют гиперболическую особенность амплитуды  $1/r$  и фазовую неустойчивость  $\log(r/w)$ . Поэтому физическая реализация гипергеометрических мод имеет дополнительные сложности: необходимо вырезать или аппроксимировать неоднозначную центральную область совместно с ограничением апертурой.

Вместо ограничения кольцевой апертурой при получении гипергеометрических пучков прибегают к добавлению Гауссовой составляющей. Таким образом вводится понятие гипергеометрических пучков (V.V. Kotlyar, A.A. Kovalev, 2008г.), энергия которых ограничена, но сами пучки теряют модовые свойства, сохраняя винтовую фазовую сингулярность.

В работах зарубежных авторов (E. Karimi, G. Zito, B. Piccirillo, L. Marrucci, E. Santamato, M.A. Bandres, J.C. Gutiérrez-Vega, 2007-2009гг) демонстрируются преимущества гауссовых гипергеометрических пучков перед остальными парааксиальными модами с гауссовой составляющей, однако отсутствует очень важное сравнение дифракционных свойств гауссовых гипергеометрических с гипергеометрическими пучками, так как введение гауссовой составляющей

может приводить к сильной расходимости пучка при распространении и к значительному влиянию дифракции на структуру пучка.

Ранее аналитически были рассмотрены непараксиальные гипергеометрические пучки, полезные в задачах субволновой локализации светового излучения, однако оценки размера центрального светового пятна сделаны только для случая отсутствия логарифмической фазовой сингулярности. Использование же амплитудной сингулярности энергетически неэффективно.

Для улучшения характеристик гипергеометрических пучков – равномерности интенсивности, размера светового пятна или протяженности - используются как аналитические (J. Sochacki, 1993, G. Mikuła, 2007), так и численные (Котляр В.В., Сойфер В.А., Хонина С.Н., 1991) методы расчета фазы оптических элементов. В последнем случае, как правило, реализовать рассчитанный оптический рельеф можно только методами литографии, т.е. речь идет о дифракционных оптических элементах (ДОЭ) (J. Turunen, A. Vasara, and A.T. Friberg, 1988, S.N. Khonina, V.V. Kotlyar, V.A. Soifer, 1992), или с помощью жидкокристаллического пространственного модулятора света (N. Chattrapiban, E.A. Rogers, D. Cofield, W.T. Hill, III, R. Roy, 2003). С помощью логарифмического аксикона можно воспроизводить гипергеометрические пучки, бездифракционные свойства которых должны быть лучше Бесселевых, но этот вопрос не исследован.

Гипергеометрические моды как и Бесселевы моды находят применение в задачах оптических микроманипуляторов (K. Dholakia, 2001) (для перемещения и вращения микробиологических препаратов, для сборки микромеханических систем), а также в системах передачи момента движения микромеханическим системам. С помощью жидкокристаллического микродисплея были сформированы гипергеометрические моды, предназначенные для задачи вращения микрообъектов.

**Цель работы.** Исследование различных методов синтеза ДОЭ, формирующих гипергеометрические пучки с наилучшими бездифракционными свойствами и высокой дифракционной эффективностью.

**Задачи диссертации:**

1. Изучение влияния ограничения кольцевой диафрагмой бесконечных гипергеометрических мод на их модовые свойства.
2. Численное сравнение бездифракционных свойств гипергеометрических и бесселевых пучков, сформированных с помощью ДОЭ различного типа.
3. Исследование формирования гипергеометрических пучков в ближней зоне дифракции.
4. Разработка и реализация методологии оценки качества изготовленных фазовых ДОЭ, формирующих гипергеометрические пучки на основе моделирования действия оцифрованного микрорельефа и сравнения экспериментально полученных результатов с численными.
5. Поиск наилучшего решения в изготовлении фазового ДОЭ, формирующего гипергеометрический пучок с наилучшей дифракционной эффективностью и минимальным расхождением от аналитической моды.

### **Научная новизна работы:**

1. На основе параксиального численного моделирования определены зависимости радиусов кольцевой диафрагмы, пространственно ограничивающей бесконечные гипергеометрические моды при их физической реализации, которые обеспечивают минимальную погрешность их формирования на заданном расстоянии.

2. Численно показано, что ограниченные кольцевой диафрагмой гипергеометрические моды при распространении в свободном пространстве сохраняют модовые свойства на расстоянии в 2-3 раза больше, чем моды Бесселя, так же ограниченные диафрагмой.

3. При помощи непараксиального оператора распространения показано, что нормированные распределения интенсивности гипергеометрических пучков, сформированные с помощью амплитудно-фазового и фазового входных распределений комплексной амплитуды отличаются менее чем на 5%.

4. Разработана методология и реализовано программное обеспечение для аттестации изготовленных оптических элементов, формирующих гипергеометрические пучки, по оцифрованному рельефу и экспериментально полученным распределениям интенсивности. Показано преимущество бинарных фазовых ДОЭ, формирующих гипергеометрические пучки над многоуровневыми по устойчивости к погрешностям изготовления.

5. С помощью бинарного фазового ДОЭ, рассчитанного методом частичного кодирования и изготовленного по технологии электронной литографии, была экспериментально сформирована пара комплексно-сопряженных гипергеометрических мод с погрешностью менее 13%.

### **На защиту выносятся:**

1. Эмпирические зависимости радиусов кольцевой диафрагмы, пространственно ограничивающей гипергеометрические моды при их физической реализации от расстояния распространения, на котором отклонение формируемого распределения интенсивности от аналитического решения минимально.

2. Результаты сравнения дифракционных свойств бесселевых и гипергеометрических пучков, ограниченных кольцевой диафрагмой, демонстрирующие преимущество последних в сохранении бездифракционных свойств на больших (в 2-3 раза) расстояниях, чем первые при распространении в свободном пространстве.

3. Результаты непараксиального моделирования фазового ДОЭ, формирующего гипергеометрический пучок в ближней зоне дифракции.

4. Методология оценки качества изготовленных ДОЭ с использованием оцифрованного микрорельефа и экспериментально полученных распределений интенсивности гипергеометрических пучков, с помощью которой показана конкурентоспособность бинарных ДОЭ по сравнению с многоуровневыми в устойчивости к погрешностям изготовления.

5. Анализ экспериментальных результатов по точности и эффективности формирования гипергеометрических мод, полученных с помощью фазовых ДОЭ 4-х типов: многоуровневый, бинарный с кодированием амплитуды и фазы,

бинарный с кодированием только фазы и бинарный, полученный методом частичного кодирования.

#### **Практическая ценность работы:**

- Обладая большей протяженностью фокальной линии (в 2-3 раза большей, чем у бесселевых и гауссовых пучков) гипергеометрические пучки могут использоваться в задачах юстировки.

- Метод оценки качества микрорельефа изготовленного ДОЭ вместе с методом численной оценки экспериментальных результатов могут быть использованы для анализа качества изготовления ДОЭ, формирующие другие типы пучков.

**Апробация работы.** Основные результаты диссертационной работы были изложены в докладах, представленных на 3-ем международном форуме «Голография ЭКСПО-2006» (Москва, сентябрь 2006), на 8-ой международной научно-технической конференции «Компьютерное моделирование 2007» (Санкт-Петербург, июнь 2007), на 5-ой международной конференции молодых ученых и специалистов «Оптика-2007» (Санкт-Петербург, октябрь 2007), на 6-ой летней школе молодых ученых по дифракционной оптике и обработке изображений (Самара, июнь 2008), на 5-ой международной конференции Optoinformatics'2008 (Санкт-Петербург, сентябрь 2008).

**Публикации.** По результатам диссертационной работы опубликовано 17 печатных работ, из них 9 статей - в журналах рекомендуемых ВАК, 2 статьи в зарубежных журналах, 5 тезисов докладов конференций и одно свидетельство о регистрации программного обеспечения.

**Структура и объем работы.** Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка цитируемой литературы (100 наименований), одного приложения, изложенных на 155 страницах, содержит 91 рисунок и 8 таблиц.

### **СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ**

Во **введении** обоснована актуальность выбранной темы диссертации. Сформулированы цели и задачи, сделан обзор научных работ по рассматриваемым вопросам. Изложена научная новизна, практическая значимость, защищаемые положения, описаны содержание и структура диссертации.

В **первой главе** рассмотрено теоретически и экспериментально новое семейство оптических вихрей, названных гипергеометрическими модами, которые удовлетворяют параксиальному уравнению типа Шредингера:

$$\left( 2ik \frac{\partial}{\partial z} + \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right) E(r, \varphi, z) = 0, \quad (1)$$

где  $(r, \varphi)$  - поперечные полярные координаты,  $z$  - координата, направленная вдоль оптической оси,  $k=2\pi/\lambda$  - волновое число света с длиной волны  $\lambda$ .

Аналитически полученное решение уравнения (1) в виде гипергеометрических мод имеет вид:

$$E_{\gamma,n}(r, \varphi, z) = \frac{(-1)^{|n|}}{2\pi |n|!} \left( \frac{2z}{kw^2} \right)^{\frac{i\gamma-1}{2}} \exp \left[ -\frac{i\pi}{4} (|n| - i\gamma + 1) \right] \left( \frac{kr^2}{2z} \right)^{|n|/2} \times \quad (2)$$

$${}_1\Gamma \left( \frac{|n| + i\gamma + 1}{2} \right) F_1 \left( \frac{|n| + 1 - i\gamma}{2}, |n| + 1; \frac{ikr^2}{2z} \right) \exp(in\varphi),$$

где  $n$  – целое число (порядок вихревой фазовой сингулярности, топологический заряд),  $\gamma$  – комплексное число, являющееся вторым индексом гипергеометрической моды;  $w$  – вещественный параметр, задающий масштаб формируемого пучка, аналогичен радиусу перетяжки гауссового пучка, однако имеет другой смысл (в данном разделе будут рассмотрены пучки для которых  $w=1$ );  $\Gamma(x)$  – гамма функция;  ${}_1F_1(a, b; x)$  – вырожденная (или конфлюэнтная) гипергеометрическая функция.

Для расчета (2) реализованы различные методы вычисления вырожденной гипергеометрической функции и гамма функции. Проведено сравнение реализации гипергеометрических функций через полиномиальное представление и интегральное. Показано, что интегральное является более устойчивым к росту значения аргумента. Произведена оптимизация алгоритма вычисления выражения (2) (ускорение работы в 8 раз) за счет радиально-симметричного характера составляющей этого выражения.

Выполнено сравнение аналитического решения (2), которое получено для бесконечной гипергеометрической моды, и полученного при моделировании ограниченного поля с помощью параксиального оператора распространения функции комплексного пропускания:

$$E_{\gamma,n}(r, \varphi) = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{w}{r} \right) \exp \left[ i\gamma \ln \left( \frac{r}{w} \right) + in\varphi \right]. \quad (4)$$

Установлено, что ограниченная гипергеометрическая мода демонстрирует такую же расходимость, как и аналитическая – пропорционально  $z^{1/2}$ , однако ограниченный бесселевый пучок имеет расходимость, среднюю между непараксиальным и параксиальным своим аналитическим решением.

Проведенный анализ пространственного изменения картин дифракции показал, что в отличие от бесселевых у гипергеометрических мод ширина колец сужается, линейно увеличивая свою пространственную частоту, с ростом радиальной координаты пучка, это видно на рисунке 1а.

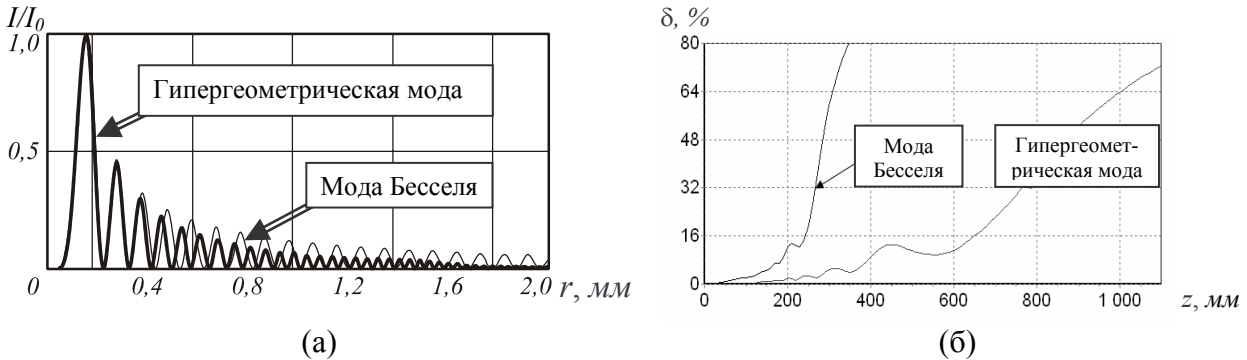
В таблице 1 получены зависимости радиусов апертуры  $R_1$  и  $R_2$ , ограничивающие гипергеометрические моды при распространении на определенных расстояниях  $z$  с наименьшей погрешностью.

На рисунке 1б показано численно, что гипергеометрические моды, ограниченные круглой диафрагмой, сохраняют свои модовые свойства на расстоянии в 2-3 раза большем, чем аналогичные бездифракционные моды Бесселя, ограниченные круглой диафрагмой того же радиуса. В частности показано, что гипергеометрическая мода с параметрами  $\gamma = -10$ ,  $n = 4$ , ограниченная диафрагмой радиусом 0,95 мм при длине волны  $\lambda = 633$  нм, отклонится не более чем на 8% от аналитического решения на расстоянии 400 мм от входной плоскости, в то

время как Бесселевый пучок с согласованными по размеру центрального кольца параметрами (мода  $n=4$ ,  $\alpha=32$ ) сохраняется с такой же погрешностью лишь на расстоянии 180 мм.

**Таблица 1 – Подбор параметров  $R_1$  и  $R_2$  для гипергеометрической моды ( $n=4$ ,  $\gamma=-10$ )**

$z$ , мм	$R_1$ , мм	$R_2$ , мм	$\delta$ , %
100	0,05	0,99	0,28
200	0,12	0,96	1,36
400	0,23	1,00	8,36



**Рисунок 1 - а) Согласование интенсивности гипергеометрической и бесселевой моды по центральному кольцу на заданном расстоянии, б) среднеквадратичное отклонение от аналитического решения для бесселевой и гипергеометрической моды**

Во **второй** главе приведен быстрый алгоритм вычисления непараксиального интегрального оператора распространения лазерных полей в свободном пространстве Релея-Зомерфельда первого типа:

$$E(x, y, z) = -\frac{z}{2\pi} \iint_{\Sigma} E_0(\xi, \eta) \frac{e^{ikr}}{r^2} \left( ik - \frac{1}{r} \right) d\xi d\eta. \quad (5)$$

Алгоритм основан на использовании радиальной симметрии ядра интегрального преобразования (5) и табулировании его значений:

$$G_r = \frac{e^{ikr}}{r^2} \left( ik - \frac{1}{r} \right). \quad (6)$$

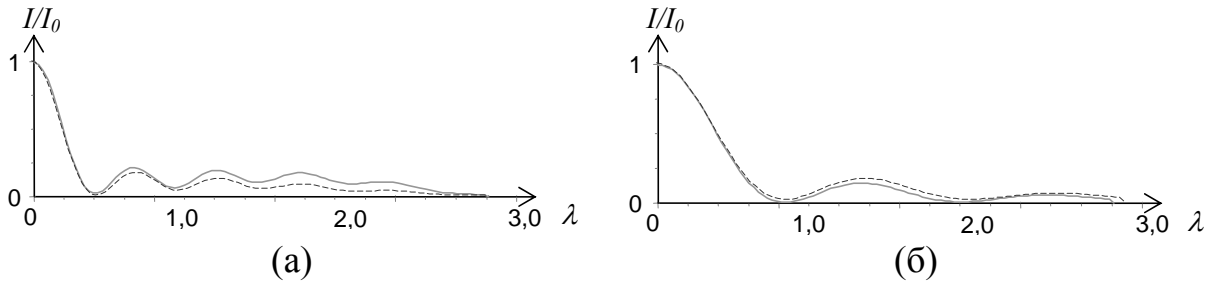
При этом повышение точности вычисления интеграла достигается не за счет увеличения числа отсчетов входной функции, а за счет разбиения на дополнительные отсчеты быстро осциллирующего ядра преобразования (6) (для получения более точного интегрального значения), что существенно снижает вычислительную нагрузку.

С использованием данного алгоритма было проведено моделирование распространения ограниченных апертурой бесселевых пучков и сравнение модовых свойств этих пучков с известным аналитическим соотношением для скалярных бездифракционных бесселевых пучков в ближней зоне дифракции. Таким образом, алгоритм был опробован на хорошо изученном решении.

Рассмотрим дифракцию ограниченной гипергеометрической моды (4) при следующих параметрах:  $w=1$ ,  $\gamma=-10$ ,  $n=0$ , длина волны освещающего пучка  $\lambda=633$  нм, внутренний и внешний радиусы ограничивающей кольцевой диа-



фрагмы  $R_1 = 0,03\lambda$ ,  $R_2 = 3\lambda$ , число отсчетов по радиусу равно 100 (т.е.  $\sim 30$  точек на длину волны). Результаты моделирования представлены на рисунке 2.



**Рисунок 2 - Радиальные распределения интенсивности, соответствующие распространению ограниченной идеальной гипергеометрической моды  $\gamma = -10$ ,  $m = 0$  (темная пунктирная) и сформированной с помощью фазового ДОЭ (светлая), освещенного плоской волной в ближней зоне дифракции на расстоянии а)  $\lambda/2$  б)  $5\lambda$**

В рамках скалярной непараксиальной теории дифракции численно проведены исследования преобразования особенностей гипергеометрических мод при их распространении в ближней зоне (несколько длин волн). Показана возможность субволновой локализации светового излучения (ширина по полуспаду интенсивности:  $300 \text{ нм} \approx 0,47\lambda$ ) на расстояниях, превышающих длину волны, т.е. в области распространяющихся волн (см. рисунок 2). Данный эффект достигается за счет потери энергии, уходящий из центральной части пучка.

Важно, что такой эффект можно получить с помощью чисто фазового дифракционного логарифмического аксикона, т.е. без использования амплитудной сингулярности, приводящей к большим потерям энергии. На рисунке 2 демонстрируется неплохое согласование результатов моделирования распространения гипергеометрических пучков, полученных для амплитудно-фазовой и фазовой с равномерным начальным распределением интенсивности функциями пропускания, при этом на расстоянии  $5\lambda$  среднеквадратичное отклонение (СКО) второго относительно первого решения составляет всего лишь 4,6%.

Также в ходе вычислительного эксперимента обнаружено, что параксиальный интегральный оператор позволяет получать корректные результаты значительно раньше, чем предсказывает условие параксиальности. Данный факт объяснен на основе представления фазовой функции логарифмического аксикона (4) как набора линейных кольцевых аксиконов.

В **третьей главе** исследуется возможность формирования гипергеометрических мод с помощью ДОЭ. Определяется зависимость между параметрами мод и расстоянием сохранения бездифракционных свойств пучков, ограниченных апертурой. Таким образом, эмпирически получена оценка расстояния, на котором сохраняется четко выраженное центральное кольцо гипергеометрической моды (при небольших значениях входной апертуры  $R_2$ ):

$$z_c \sim \begin{cases} c_1 k R_2^2 / |\gamma|^{\alpha_1}, & \gamma > 0; \\ c_2 k R_2^2 / |\gamma|^{\alpha_2}, & \gamma < 0, \end{cases}$$

где  $\alpha_1 \approx 0.5$ ,  $c_1 \approx 0.25$ ,  $\alpha_2 \approx 2.3$ ,  $c_2 \approx 25$ .

Отмечено, что гипергеометрические моды, имеющие противоположные знаки параметра  $\gamma$ , имеют различные диаметры центральных колец в зоне дифракции Френеля, которые, однако, в дальней зоне дифракции становятся совершенно одинаковыми.

В данной главе рассматривается обобщенное решение гипергеометрических пучков, имеющее аналитический вид:

$$E_{\gamma,n,m}(\rho, \theta, z) = \frac{(-i)^{n+1}}{2\pi n!} \left( \frac{z_0}{zq^2} \right) \left( \frac{\sqrt{2}\sigma}{wq} \right)^{m+i\gamma} \left( \frac{k\sigma\rho}{\sqrt{2}qz} \right)^n \exp\left( \frac{ik\rho^2}{2z} \right) \times \\ \times \Gamma\left( \frac{n+m+2+i\gamma}{2} \right) {}_1F_1\left[ \frac{n+m+2+i\gamma}{2}, n+1, -\left( \frac{k\sigma\rho}{\sqrt{2}qz} \right)^2 \right] \exp(in\theta). \quad (7)$$

Так же как (4) является решением (2) при  $z=0$ , для (7) можно получить аналогичную функцию для плоскости перетяжки ДОЭ, формирующей ограниченный аналог обобщенного гипергеометрического пучка:

$$E_{\gamma,n,m}(r, \varphi) = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{r}{w} \right)^m \exp\left( -\frac{r^2}{2\sigma^2} \right) \exp\left( i\gamma \ln \frac{r}{w} + in\varphi \right). \quad (8)$$

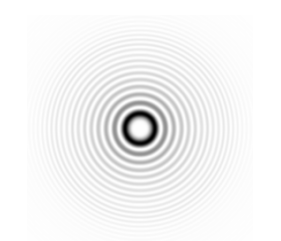
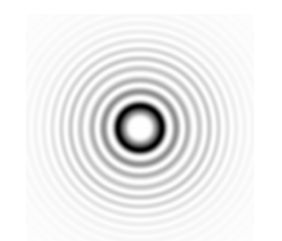
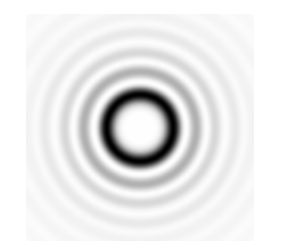
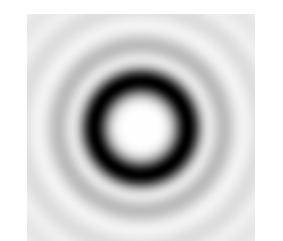
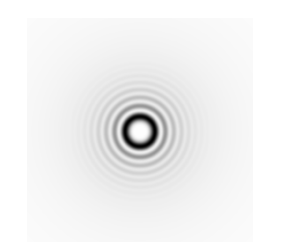
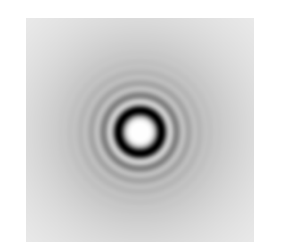

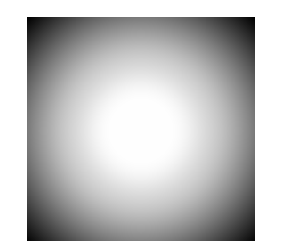
Заметим, что при  $\sigma \rightarrow \infty$  и  $m = -1$  выражение (8) сводится к гипергеометрическим модам (4) в плоскости перетяжки. Если же  $\sigma \rightarrow \infty$  и  $m = 0$ , то амплитудная функция переходит в постоянную величину и в плоскости перетяжки в комплексном распределении гипергеометрического пучка остается только особенность, связанная с логарифмической фазовой функцией.

На рисунке 3 видно, что гауссовый гипергеометрический пучок, согласованный по параметрам с гипергеометрической модой одинакового радиуса апертуры в плоскости перетяжки  $R_2 = 1$  мм сохраняет свою структуру на значительно меньшем расстоянии. Однако дополнительный параметр  $m$  позволяет варьировать концентрацию энергии таких пучков в центральной части. К тому же распространение гауссовых гипергеометрических пучков более предсказуемо с помощью аналитического выражения (7), поскольку является таким же ограниченным гауссовым начальным распределением интенсивности, как и при моделировании (8) (см. СКО на рисунке 3).

Далее были рассмотрены линейные и логарифмические дифракционные аксиконы, в том числе имеющие вихревую составляющую, как рассеивающую, так и собирающую свет.

Для фиксированного размера апертуры параметр аксикона  $\alpha$  (соответствующий внутреннему углу рефракционного аксикона) связывает фокальную глубину и размер фокального пятна соотношением неопределенности: уменьшение фокального пятна достигается увеличением  $\alpha$ , что одновременно приводит к уменьшению фокальной длины. Однако безгранично увеличить глубину фокуса уменьшением  $\alpha$ , невозможно, так как при  $|\alpha| < 2\pi/R$  формируемый пучок превращается в гауссовый и сохраняет свою структуру на расстоянии Рэля, которое не зависит от параметра  $\alpha$ . Кроме того, в этом случае формирова-

ние центрального светового пятна начинается на некотором расстоянии от плоскости оптического элемента.

	$z=1000$ мм	$z=2000$ мм	$z=5000$ мм	$z=10000$ мм
<i>Гипергеометрическая мода (<math>\gamma, n</math>): (-10, 4)</i>				
Инвертированная интенсивность				
$\delta, \%$	16,2	18,8	30,7	33,4
<i>Гаусовый гипергеометрический пучок (<math>\gamma, n, m</math>): (-10, 4, -1)</i>				
Инвертированная интенсивность				
$\delta, \%$	1,6	0,3	0,08	0,15

**Рисунок 3 - Моделирование распространения обобщенных гипергеометрических пучков с помощью параксиального оператора распространения**

Численные эксперименты показали, что для логарифмических аксиконов таких ограничений не имеется: независимо от малости модуля параметра аксикона формирование фокального пятна для собирающих аксиконов происходит сразу на небольшом расстоянии от оптического элемента. Также распределение энергии вдоль оптической оси более равномерное.

На согласованных по характеристикам пучков примерах показано, что логарифмический аксикон формирует более глубокий фокус как для вихревых, так и не имеющих вихревой составляющей пучков. Таким образом, подтверждены преимущества логарифмического аксикона перед линейным не только по равномерности распределения интенсивности вдоль оптической оси, но и в существенном удлинении фокальной зоны.

В **четвертой главе** рассматриваются результаты, полученные в ходе экспериментов над изготовленными фазовыми ДОЭ четырех типов: многоуровневый, бинарный с кодированием амплитуды и фазы, с кодированием только фазы и полученный методом частичного кодирования. Показано, что бинарные элементы, при потере эффективности (40% дифракционной эффективности приходится на каждую из сопряженных мод) обеспечивают точность формирования пучков, сравнимую с многоуровневыми элементами. В связи со сложностью изготовления многоуровневых элементов это делает бинарные элементы конкурентоспособными для определенного круга задач.

Погрешность изготовления рассмотренных фазовых ДОЭ по высоте микрорельефа у всех элементов была примерно одинаковая (у бинарных - 2%, у многоуровневого - 6%), однако у многоуровневого имеет место дополнительная погрешность в структуре (см. рисунок 4). Это связано с нелинейностью процесса травления, которым трудно управлять при изготовлении полутонного рельефа, показанного на рисунке 5а. Поэтому многоуровневый элемент в эксперименте не позволил сформировать ожидаемой гипергеометрической моды, показанной на рисунке 5б.

При моделировании действия ДОЭ, фаза которого была получена из оцифрованного рельефа (см. рисунок 5а), было сформировано распределение, показанное на рисунке 5в, и оно хорошо согласуется с экспериментальным результатом, приведенном на рисунке 5г. Визуально видно существенное отличие от аналитического вида, приведенного на рисунке 5б, следовательно такой ДОЭ не пригоден к формированию гипергеометрических мод.

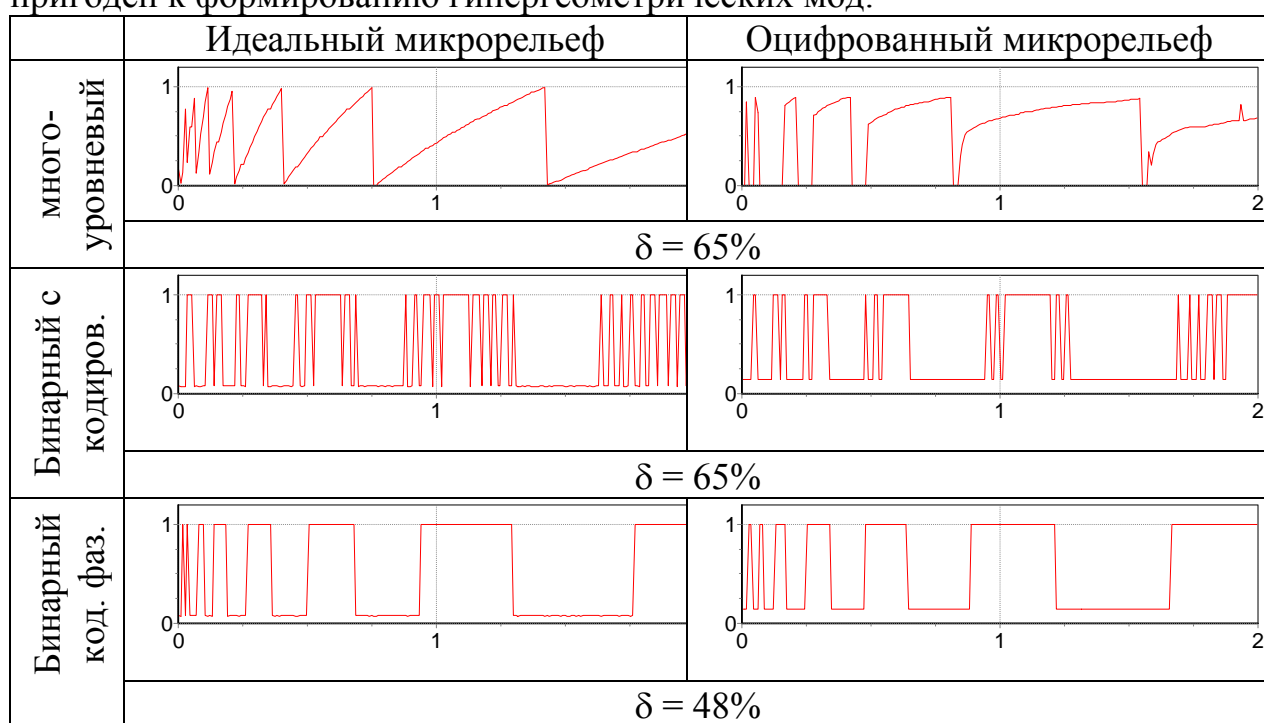


Рисунок 4 - Сравнения оцифрованных интерферометром микрорельефов с идеальными микрорельефами для многоуровневого и бинарных фазовых ДОЭ

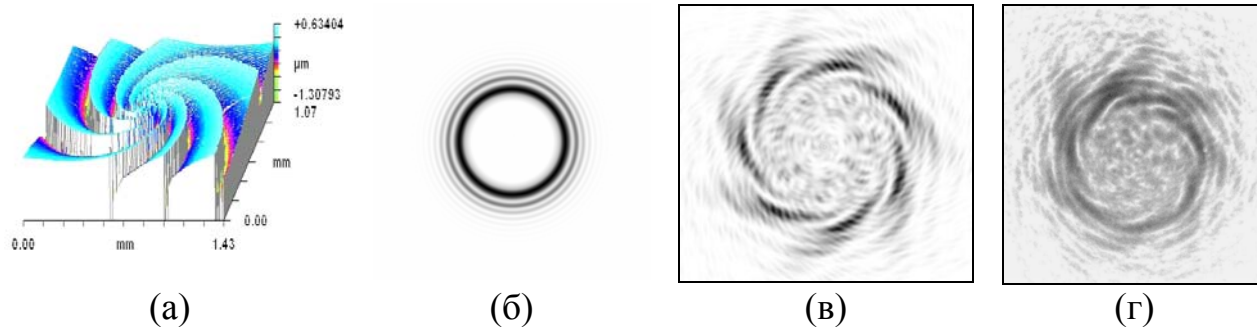


Рисунок 5 - Исследование качества изготовления полутонного дифракционного оптического элемента

Для анализа экспериментальных результатов формирования гипергеометрических мод был разработан метод численной оценки:

1. Выделение области, содержащей распределение интенсивности только одного из гипергеометрических пучков.
2. Вычисление центра пучка в первом приближении по формулам:

$$x_c = \frac{1}{C} \iint_D I(x, y) x dx dy, y_c = \frac{1}{C} \iint_D I(x, y) y dx dy, \text{ где } C = \iint_D I(x, y) dx dy.$$

3. Вычисление усредненных координат локальных максимумов (соответствующих первому кольцу) и коррекция координат центра с учетом этой информации:

$$x_c = \frac{x_{\max 1} + x_{\max 2}}{2}, y_c = \frac{y_{\max 1} + y_{\max 2}}{2}.$$

4. Перевод распределения интенсивности в полярную систему координат  $I(r, \varphi)$ .
5. Формирование радиального сечения с помощью формулы:

$$I(r) = \frac{1}{2\pi r} \int_0^{2\pi} I(r, \phi) d\phi,$$

при  $r > 0$ ,  $I(0) \rightarrow I(0, 0)$ .

6. Снижение яркости интенсивности по формуле:

$$I(r) = I(r) - \min_{0 < r < R} [I(r)].$$

7. Нормализация по уровню интенсивности, рассчитанная по формуле:

$$I(r) = \frac{I(r)}{\max_{0 < r < R} [I(r)]}.$$

Сравнение экспериментальных результатов с численными для пучков, сформированных бинарным ДОЭ с кодированием только фазы на расстоянии 3000 мм от плоскости ДОЭ (диаметром 5 мм) при помощи приведенного метода показало существенное СКО интенсивности формируемых пучков от идеальных (около 15%). Однако хорошо выраженная кольцевая структура при этом сохраняется, и основной вклад в погрешность вносят затухающие периферийные кольца.

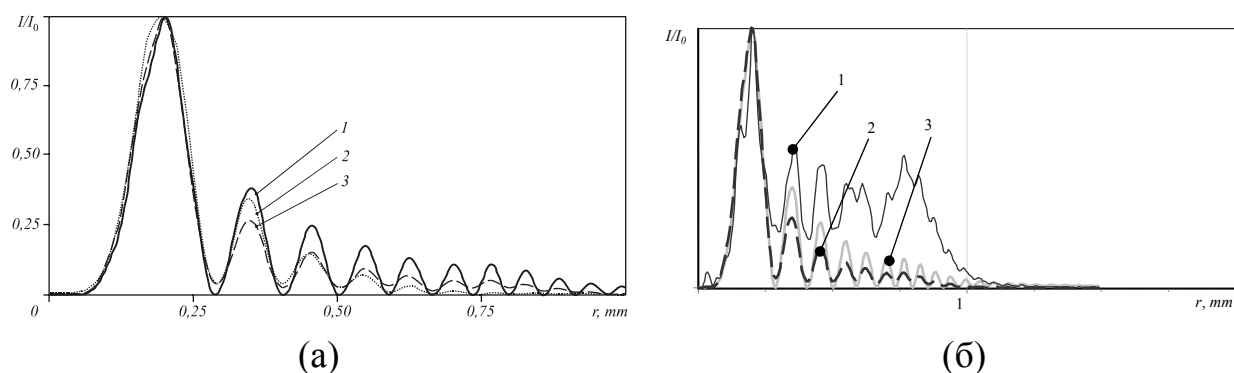
В работе было отмечено, что кодирование с учетом амплитуды при использовании несущей пространственной частоты в суперпозиции комплексно-сопряженных функций, является избыточным. В этом случае улучшение точности очень незначительно по сравнению с дополнительной потерей эффективности.

Рассмотренная аподизация амплитудной информации гауссовым освещающим пучком дает преимущества перед плоским пучком только до некоторого расстояния, на более дальних расстояниях использование плоского пучка позволяет лучше сохранить структуру.

С помощью метода частичного кодирования был рассчитан бинарный ДОЭ диаметром 4,5 мм (1500×1500 отсчетов), который был изготовлен по технологии прямой записи электронным лучом на резисте (с шагом 3 μm) и использован для формирования двух лазерных пучков, близких к гипергеометрическим модам с параметрами  $\gamma = -3$ ,  $n = 3$  и  $\gamma = 3$ ,  $n = -3$ . Сравнение экспериментальных

данных с численными на расстоянии 230 мм от плоскости ДОЭ представлено на рисунке 6а (условия аналогичны исследованию, орма). Среднеквадратичное отклонение экспериментальных данных относительно идеальной моды составляет 13,2%, а относительно пучка, полученного при моделировании того же ДОЭ, составляет 7,3%.

На рисунке 6б показано, что повышение точности относительно идеальной моды для ДОЭ, рассчитанного методом частичного кодирования (СКО 9,8%) по сравнению с элементом, в котором кодировалась только фаза (СКО 45,7%) было достигнуто за счет понижения дифракционной эффективности с 40,4% до 3,8%.



**Рисунок 6 - Сравнение радиальных сечений интенсивности (а) на расстоянии  $z=230$  мм: (1)-идеальной моды, (2)-моделирование действия ДОЭ и (3)-экспериментальные данные для метода частичного кодирования; (б) на  $z=100$  мм: полученных при моделировании (1) – ДОЭ с кодированной фазой и (2) - ДОЭ, рассчитанного методом частичного кодирования в сравнении с (3) – идеальной модой**

### **Заключение.**

В работе получены следующие основные результаты:

1. Получены эмпирические зависимости радиусов кольцевой диафрагмы, пространственно ограничивающей гипергеометрические моды при их физической реализации, которые обеспечивают минимальную погрешность их формирования на заданном расстоянии.

2. Численно показано, что ограниченные кольцевой диафрагмой гипергеометрические моды при распространении в свободном пространстве сохраняют модовые свойства (неизменность поперечного распределения интенсивности) на расстоянии в 2-3 раза больше, чем моды Бесселя, также ограниченные диафрагмой.

3. На основе непараксиального численного моделирования показано, что различие между гипергеометрическими пучками, сформированными с помощью амплитудно-фазового и фазового входных распределений комплексной амплитуды, различаются по интенсивности, нормированной на максимальное значение, менее чем на 5%.

4. Разработана методология и реализовано программное обеспечение для аттестации изготовленных оптических элементов, формирующих гипергеометрические пучки, по оцифрованному рельефу и экспериментально полученным распределениям интенсивности.

5. С помощью бинарного фазового ДОЭ, рассчитанного методом частичного кодирования и изготовленного по технологии электронной литографии, была экспериментально сформирована пара комплексно-сопряженных гипергеометрических мод с погрешностью менее 13%.

В **приложении А** кратко описан программный пакет СААМ, с помощью которого производились численное моделирование и численные эксперименты, а так же сравнение его с известным аналогичным программным обеспечением.

**Основные положения работы отражены в следующих публикациях:**

*в ведущих рецензируемых научных изданиях, рекомендуемых Высшей аттестационной комиссией Минобрнауки России:*

1. Котляр, В.В. Гипергеометрические моды [Текст] / В.В. Котляр, Р.В. Скиданов, С.Н. Хонина, С.А. Балалаев // Компьютерная оптика. – 2006. – Т. 30. - С. 16-22.
2. Балалаев, С.А. Реализация быстрого алгоритма преобразования Кирхгофа на примере бесселевых пучков [Текст] / С.А. Балалаев, С.Н. Хонина // Компьютерная оптика. – 2006. – Т. 30. - С. 69-73.
3. Балалаев, С.А. Непараксиальное моделирование распространения Бесселевых пучков [Текст] / С.А. Балалаев, С.Н. Хонина // Известия Самарского научного центра РАН. – 2006. – Т. 8, № 4 - С. 1204-1210.
4. Балалаев, С.А. Расчет гипергеометрических мод [Текст] / С.А. Балалаев, С.Н. Хонина, В.В. Котляр // Известия Самарского научного центра РАН. – 2007. – Т. 9, № 3. – С. 584-591.
5. Балалаев, С.А. Сравнение свойств гипергеометрических мод и мод Бесселя [Текст] / С.А. Балалаев, С.Н. Хонина // Компьютерная оптика. – 2007. – Т. 31, № 4. – С. 23-28.
6. Балалаев, С.А. Исследование возможности формирования гипергеометрических лазерных пучков методами дифракционной оптики [Текст] / С.А. Балалаев, С.Н. Хонина, Р.В. Скиданов // Известия Самарского научного центра РАН. – 2008. – Т. 10, № 3. – С. 694-706.
7. Хонина, С.Н. Исследование свойств ограниченных гипергеометрических лазерных пучков [Текст] / С.Н. Хонина, С.А. Балалаев // Компьютерная оптика. – 2008. – Т. 32, № 3. – С. 226-233.
8. Хонина, С.Н. Сравнительный анализ распределений интенсивности, формируемых дифракционным аксиконом и дифракционным логарифмическим аксиконом [Текст] / С.Н. Хонина, С.А. Балалаев // Компьютерная оптика. – 2009. – Т. 33, № 2. – С. 162-174.
9. Хонина, С.Н. Гипергеометрические пучки в ближней зоне дифракции в рамках скалярной модели [Текст] / С.Н. Хонина, С.А. Балалаев // Компьютерная оптика. – 2009. – Т. 33, № 4. – С. 427-435.

*в других изданиях:*

10. Балалаев, С.А. Восстановление искаженных бесселевых пучков [Текст] / С.А. Балалаев, С.Н. Хонина // Третий Международный форум «Голография ЭКСПО-2006»: сб. науч. тр. / ООО «Голография-Сервис». – Москва, 2006. – С. 110-111.
11. Балалаев, С.А. Комплекс автоматизированного аналогового моделирования и программирования математических моделей [Текст] / С.А. Балалаев, А.Н. Балалаев // VIII-я научно-техническая конференция «Компьютерное моделирование 2007»: сб. науч. тр. / Изд-во Политехнического университета. – Санкт-Петербург, 2007. – С. 169-170.
12. Балалаев, С.А. Сравнение свойств гипергеометрических мод и мод Бесселя [Текст] / С.А. Балалаев, С.Н. Хонина // Пятая международная конференция молодых ученых и специалистов «Оптика-2007»: сб. науч. тр. / Оптическое общество им. Д.С. Рождественского, Санкт-Петербургский гос. ун-т информационных технологий, механики и оптики. – Санкт-Петербург, 2007. – С. 140.
13. Balalayev, S.A. Calculation of Hyper-Geometric Modes [Text] / S.A. Balalayev, S.N. Khonina // Optical Memory & Neural Networks (Information Optics). – 2008. – Vol. 17, N. 2. – P. 75-83.
14. Balalayev, S.A. Possibilities of generating hypergeometric laser beams with diffractive optics methods [Text] / S.A. Balalayev, S.N. Khonina // Proceedings of the topical meeting on optoinformatics'2008, St. Petersburg State University for Information Technologies, Mechanics and Optics – St. Petersburg, Russia, 2008. – P. 260-263.
15. Балалаев, С.А. Моделирование распространения гипергеометрических лазерных пучков с использованием параллельных вычислений на многоядерных архитектурах [Текст] / С.А. Балалаев // Вестник СГАУ. – 2008. – Т. 15, № 2. – С. 94-100.
16. Khonina, S. N. Encoded binary diffractive element to form hyper-geometric laser beams [Text] / Khonina S. N., Balalayev S. A., Skidanov R. V., Kotlyar V. V., Paivanranta B., Turunen J. // J. Opt. A: Pure Appl. Opt.. – 2009. – Vol. 11, N. 6. – P. 65702-65708.
17. Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ. Комплекс автоматизированного программирования математических моделей компьютерной оптики [Текст] / С.А. Балалаев; заявитель и правообладатель С.А. Балалаев - №2005610469; заявл. 23.12.2004; опубл. 18.02.2005, Реестр программ для ЭВМ.