

На правах рукописи

ЯРКОВА ОЛЬГА НИКОЛАЕВНА

**МОДЕЛИ И МЕТОДЫ ОЦЕНКИ
ПЛАТЕЖЕСПОСОБНОСТИ СТРАХОВОЙ КОМПАНИИ С
УЧЕТОМ ИНВЕСТИРОВАНИЯ И ПЕРЕСТРАХОВАНИЯ
(на примере КАСКО)**

Специальность

08.00.13 – Математические и инструментальные методы экономики

Автореферат диссертации

на соискание ученой степени кандидата экономических наук

Оренбург – 2009

Работа выполнена на кафедре «Математические методы и модели в экономике» ГОУ ВПО «Оренбургский государственный университет».

Научный руководитель: кандидат технических наук, доцент
Реннер Александр Георгиевич

Официальные оппоненты: доктор экономических наук
Афоничкин Александр Иванович,
кандидат экономических наук
Маяковская Ольга Викторовна

Ведущая организация: Оренбургский филиал института экономики
Уральского отделения Российской академии наук,
г. Оренбург

Защита состоится 5 февраля 2010г. в 10 часов на заседании диссертационного совета ДМ 212.215.01 при ГОУ ВПО «Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П.Королева» по адресу: 443086, г. Самара, Московское шоссе 34, ауд. 209.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ГОУ ВПО «Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П.Королева».

Автореферат разослан 21 декабря 2009г.

Ученый секретарь
диссертационного совета,
доктор экономических наук, доцент

М. Г. Сорокина

Общая характеристика работы

Актуальность темы исследования. Усиливающаяся конкуренция, о которой свидетельствует снижение доли ведущих страховых компаний в совокупном объеме собранных премий (по данным Рейтингового Агентства «Эксперт РА»), и увеличение рисков, обусловленное мировым финансовым кризисом, порождают высокие требования к объективной оценке не только платежеспособности страховых компаний, под которой будем понимать положительность процесса риска, но и инструментов, влияющих на нее. Одним из инструментов влияния на платежеспособность является собственный капитал страховой компании, увеличение которого возможно за счет инвестирования. Влиянию собственного капитала на такую характеристику платежеспособности, как вероятность неразорения, посвящены работы зарубежных и отечественных авторов Ф. Лундберга, Г. Гранделла, Ф. де Вильдера, Т. Андерсона, Х. Крамера, Г.Ш. Цициашвили. К. Сегердал, Дж.Паульсен и Х. Гжессинг исследовали зависимость вероятности неразорения от начального капитала страховой компании с учетом инвестирования свободных средств в безрисковые активы. В работах С. Броуна, А.В. Мельникова и С. Асмуссена проведен анализ влияния начального капитала на вероятность неразорения страховой компаний с учетом инвестирования свободных средств в рискованные активы.

Другой возможностью повысить вероятность неразорения является перестрахование. В работах Х. Шмидли и К.Хиппа получена оценка зависимости вероятности неразорения страховой компании от начального капитала с учетом перестрахования и инвестирования в рискованные активы, но при жестких допущениях о характере распределения размеров выплат и больших значениях начального капитала.

Таким образом, можно констатировать, что в работах отечественных и зарубежных авторов не уделяется внимания вопросам моделирования зависимостей вероятности неразорения страховых компаний от таких характеристик процесса риска и активов, как относительная рискованная надбавка, доходность рискованных и безрисковых активов, волатильность цен рискованного актива, доля инвестирования в рискованные (безрисковые) активы, объем собственного удержания при перестраховании и др. Научно-практическая значимость и недостаточная разработанность указанных вопросов оценки платежеспособности страховых организаций обусловили выбор темы и структуру исследования.

Цель исследования заключается в совершенствовании методов оценки вероятности неразорения в условиях инвестирования и перестрахования при решении задачи повышения платежеспособности страховой компании.

Для достижения указанной цели были поставлены и решены следующие задачи:

- анализ существующих методов и моделей оценки платежеспособности страховых компаний;
- моделирование взаимосвязей между вероятностью неразорения и характеристиками процесса рисков, активов, объемом инвестирования и перестрахования;
- разработка методики формирования стратегий инвестирования
 - в безрисковые активы;
 - в рискованные активы;
 - в рискованные и безрисковые активы;
- разработка методики формирования стратегий перестрахования в различных условиях инвестирования.

Объект исследования – вероятность неразорения, как характеристика платежеспособности страховой компании.

Предмет исследования – методы и модели оценки вероятности неразорения страховой компании.

Область исследования - 1.6. Математический анализ и моделирование процессов в финансовом секторе экономики, развитие метода финансовой математики и актуарных расчетов.

Теоретическая и методологическая база исследования В качестве теоретической основы диссертационной работы использовались труды отечественных и зарубежных авторов по страхованию и актуарной математике, теории вероятностей, случайным процессам, математической статистике, численному анализу. Численное моделирование реализовано с помощью среды разработки программ Delphi 7.0.

В качестве информационной базы исследования использованы данные страховой компании РЕСО-Гарантия.

Научная новизна заключается в моделировании зависимостей вероятности неразорения от характеристик процесса риска, рискованного и безрискованного активов, позволяющих формировать стратегии инвестирования и перестрахования для повышения платежеспособности страховой компании.

Наиболее существенные научные результаты:

- предложена и реализована процедура математического моделирования взаимосвязей между вероятностью неразорения и относительной рискованной надбавкой, относительной рискованной надбавкой и начальным капиталом, вероятностью неразорения и доходностью рискованного и безрискованного активов, вероятностью неразорения и волатильностью цен рискованного актива и др., позволяющих количественно оценить влияние характеристик процесса риска и активов на характеристики платежеспособности страховой компании;
- разработана методика формирования стратегий инвестирования в рискованные и/или безрискованные активы на основе построенных моделей, характеризующих взаимосвязи между вероятностью неразорения и объемом инвестирования; объемом инвестирования и начальным капиталом, применение которых позволяет повышать платежеспособность страховой компании;

- предложена методика формирования стратегий перестрахования в различных условиях инвестирования на основе построенных моделей, описывающих зависимости между характеристиками платежеспособности и объемом собственного удержания, реализация которых позволяет повышать вероятность неразорения страховой компании.

Практическая значимость

Результаты исследования приняты к внедрению в страховой компании ОСАО РЕСО-Гарантия (Оренбургский филиал), используются при рассмотрении вопросов, связанных с обеспечением высокого уровня неразорения. Теоретические и практические результаты, полученные в ходе исследования, используются в курсе учебной дисциплины «Страхование и актуарные расчеты».

Апробация работы. Основные теоретические и практические положения диссертационной работы докладывались и обсуждались на конференциях:

- Всероссийская научно-практическая конференция «Взаимодействие реального и финансового сектора в трансформационной экономике» (г. Оренбург, ГОУ ОГУ, 2008 г.);
- Всероссийская научно-практическая конференция «Финансовая и актуарная математика» (г. Нефтекамск, НФБашГУ, 2009 г.);
- Всероссийская научно-практическая конференция "Многопрофильный университет как региональный центр образования и науки" (г. Оренбург, ГОУ ОГУ, 2009 г.).

Публикации. Автором по теме диссертации опубликовано 8 работ, общим объемом 2.43 п.л.(1.565 п.л. автора), в том числе 2 статьи - в ведущих рецензируемых журналах и изданиях, определенных высшей аттестационной комиссией.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, списка литературы и приложений. В приложениях приведены информационно-справочные материалы, иллюстрирующие и дополняющие основное содержание исследования. Диссертационная работа изложена на 212 страницах машинописного текста, содержит 84 таблицу и 56 рисунков. Список литературы включает 93 наименований работ отечественных и зарубежных авторов. Приложения представлены на 107 страницах.

Основное содержание работы

Во введении обоснована актуальность темы исследования, охарактеризована степень изученности проблемы, определены цель, задачи и методы исследования, раскрыты научная новизна и практическая значимость результатов исследования.

В первой главе «Модели риска в страховании и методы повышения платежеспособности страховых компаний» раскрыта экономическая сущность страхования, как одного из методов управления риском, описаны модели и

методы оценки вероятности неразорения, рассмотрены подходы к повышению платежеспособности страховой компании.

Наиболее полно отражает понятие «риск» следующее определение: риск, это ситуация возможных потерь, связанная с преодолением неопределенности в условиях неизбежного выбора, в которой имеется возможность оценить вероятность достижения предполагаемого результата, неудачи и отклонения от цели. Через риск реализуется ущерб, обретая при этом измеримые очертания. Риск и необходимость хотя бы частичного покрытия возможного ущерба вызывают потребность в страховании. Для реализации своей основной функции — осуществления выплат при наступлении страховых случаев — страховая компания должна располагать специальными денежными ресурсами, которые определяют ее капитал. Формирование и использование капитала - основная сторона деятельности страховых организаций, направленная на обеспечение платежеспособности. Источником прибыли страховщика может служить доход от инвестиционной деятельности, поэтому естественной является задача выявления зависимости такой характеристики платежеспособности, как вероятность неразорения, от характеристик процесса риска и активов.

Первые исследователи зависимости вероятности неразорения от начального капитала не рассматривали возможность инвестирования свободных средств, но даже в этих условиях получить точное решение удалось только в частных случаях распределения размеров выплат. Лишь сравнительно недавно предложена методика оценки вероятности неразорения в пуассоновских моделях коллективного риска без учета инвестирования, инвариантная относительно характера распределения выплат. Модели для вероятности неразорения, учитывающие инвестирование в рисковые и безрисковые активы, предлагались в работах С. Броуна, С. Асмуссена и Мельникова А.В.. Исследования таких моделей, полученных при следующем характере эволюции цены акции:

$$dS_t = S_t (\mu dt + \sigma dW_t), \quad (1)$$

где μ и σ - доходность и волатильность цены рискованного актива,

W_t - винеровский процесс,

не содержат анализа влияния характеристик активов на платежеспособность.

Возможным подходом к повышению платежеспособности является перестрахование. Перестрахование обеспечивает вторичное перераспределение риска, тем самым способствует количественному и качественному выравниванию страхового портфеля, что в свою очередь позволяет принимать на страхование уникальные и дорогостоящие риски. Но, в работах, посвященных исследованию платежеспособности страховой компании с учетом перестрахования, не уделяется внимания оценке зависимости вероятности неразорения от объема собственного удержания и характеристик активов.

Таким образом, в литературе отсутствуют работы, посвященные вопросам количественной оценки влияния на вероятность неразорения

страховой компании таких характеристик, как доходность рискового и безрискового актива, волатильность рискового актива, доля инвестирования в рисковые и безрисковые активы, объема перестрахования, а так же выбору стратегий инвестирования и перестрахования.

Во второй главе «Исследование влияния характеристик процесса риска и активов на вероятность неразорения» построены зависимости вероятности неразорения страховой компании от начального капитала в пуассоновской модели коллективного риска с учетом инвестирования или в рисковые, или в безрисковые активы. Предложена и реализована процедура моделирования взаимосвязей между вероятностью неразорения и относительной рисковой надбавкой, относительной рисковой надбавкой и начальным капиталом, вероятностью неразорения и доходностью рискового и безрискового активов, вероятностью неразорения и волатильностью цен рискового актива. Разработана методика формирования стратегии инвестирования в рисковые или безрисковые активы.

Динамика капитала страховой компании Y_t , в случае пуассоновского процесса поступления исков и инвестирования средств в рисковый актив, цены которого удовлетворяют уравнению (1), описывается моделью

$$dY_t = (\mu dt + \sigma dW_t)Y_t + cdt - d\left(\sum_{i=N(t)}^{N(t)} X_i\right), \quad (2)$$

$$Y|_{t=0} = u,$$

где u – начальный капитал компании;

c - интенсивность поступления страховых премий;

$N(t)$ – число поступивших исков за время $[0, t]$ - Пуассоновский процесс с параметром λt ;

λ - интенсивность поступления исков;

$\{X_i\}$ - размеры выплат по искам страховой компании - последовательность независимых, одинаково распределенных случайных величин с неизвестной плотностью распределения вероятностей $f(x)$. При этом, как известно, вероятность неразорения $\varphi(u) = P\{Y_t \geq 0, Y_0 = u, t \geq 0\}$ может быть найдена как решение задачи:

$$\frac{1}{2}(\sigma^2)\mu^2\varphi''(u) + (c + \mu u)\varphi'(u) - \lambda\varphi(u) +$$

$$+ \lambda \int_0^u \varphi(u-y)f(y)dy = 0, \quad (3)$$

$$\varphi(\infty) = 1, \quad \mu > \sigma^2/2.$$

Случай $\mu = 0$ и $\sigma = 0$ соответствует тому, что страховая компания не инвестирует свободные средства; при $\mu = r > 0, \sigma = 0$ - страховая компания вкладывает свободные средства в безрисковые активы с доходностью r ; если $\mu \neq 0, \sigma \neq 0$ - страховая компания вкладывает свободные средства в рисковые активы.

Численное решение задачи (3), предполагающее предварительную аппроксимацию $f(x)$ отрезком обобщенного ряда Фурье по системе ортогональных полиномов Чебышева, получено методом сеток.

Зависимости вероятности неразорения от начального капитала, построенные для договоров КАСКО, при некоторых фиксированных значениях параметров λ, c, μ, σ , представлены на рисунке 1.

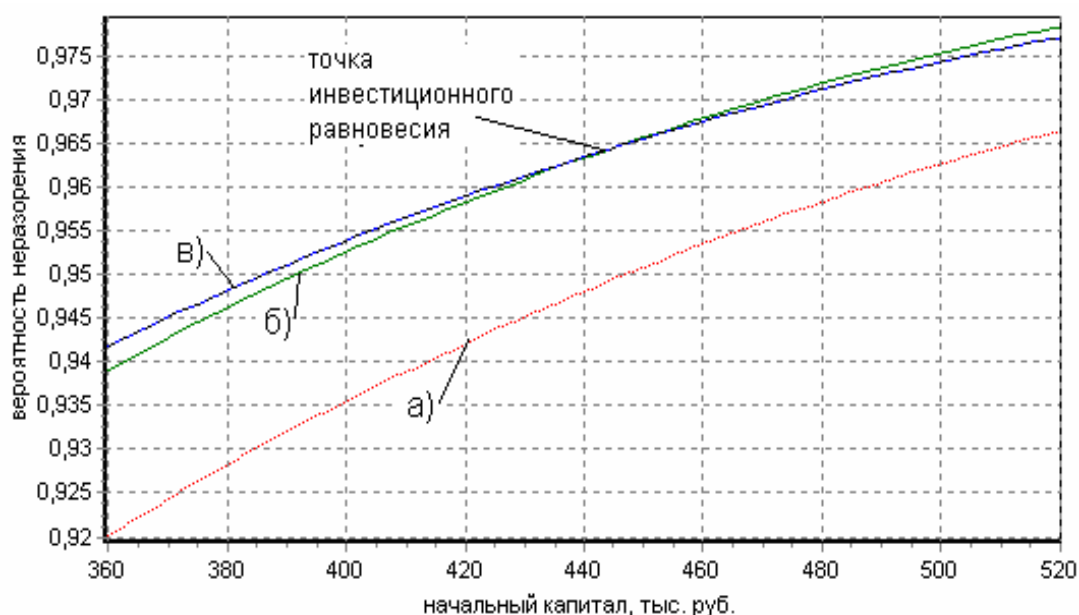


Рисунок 1 - Зависимости вероятности неразорения от начального капитала (тыс. руб.) для случаев: а) без инвестирования; б) с инвестированием в безрисковые активы $r=0.13$; в) с инвестированием в рисковые активы $\mu = 0.4, \sigma = 0.25$, при $u \in [360, 520]$ тыс. руб., $\hat{\lambda} = 3.82$ исков/день, $\hat{c} = 196.5$ тыс. руб./день, $h = 0.1$ тыс. руб..

Сравнительный анализ показал безусловную целесообразность инвестирования. Для определения области значений начального капитала при которых вложения в рисковый актив обеспечивают более высокий уровень вероятности неразорения, чем вложения в безрисковые активы, определена точка инвестиционного равновесия из следующего соотношения

$$\varphi^{\mu, \sigma}(u^p) = \varphi^r(u^p) = \varphi^p \quad (4)$$

где $\varphi^{\mu, \sigma}$ - вероятность неразорения страховой компании при инвестировании свободных средств в рисковые активы с доходностью μ и волатильностью σ ;

φ^r - вероятность неразорения страховой компании при инвестировании свободных средств в безрисковые активы с доходностью r ;

(u^P, φ^P) - точка инвестиционного равновесия;

u^P - равновесный капитал;

φ^P - равновесная вероятность.

Таким образом, мы получили возможность формировать стратегию инвестирования, в зависимости от размеров начального капитала, при фиксированных параметрах процесса риска, обеспечивающую более высокий уровень вероятности неразорения. Так, например, инвестирование в рисковые активы ($\mu = 0.4$; $\sigma = 0.25$) позволяет достичь вероятности неразорения 0.95 при значении начального капитала 386.4 тыс. руб., при инвестировании в безрисковые активы ($r = 0.13$) вероятность неразорения 0.95 достигается при значении начального капитала 391.8 тыс. руб., а при отсутствии инвестирования требуется 447.3 тыс. руб. В приведенном случае, при значениях начального капитала менее 444 тыс. руб. более высокую вероятность неразорения обеспечивают рисковые активы, при значениях начального капитала более 444 тыс. руб. - безрисковые.

Семейство численных решений задачи (3) при фиксированных значениях параметров модели коллективного риска, позволило построить зависимости между относительной рискованой надбавкой и начальным капиталом в случаях с инвестированием и без инвестирования для заданного уровня вероятности неразорения φ^* , которые представлены на рисунке 2. Для наглядности, выпишем аппроксимации зависимостей относительной рискованой надбавки от начального капитала в виде обобщенного многочлена по системе функций $(u/100)^{1-i}$, $i = 0,1..5$, полученные рекуррентным методом наименьших квадратов, при фиксированных значениях отдельных параметров ($\hat{\lambda} = 3.82$ исков/день, $\varphi = 0.95$):

$$\begin{aligned} \theta(u/\varphi, \hat{\lambda}, \mu, \sigma) = & -0.271685 + 1.6449 * 10^{-4} u + 3.101368 \frac{100}{u} \\ & + 2.057515 \left(\frac{100}{u}\right)^2 + 0.918646 \left(\frac{100}{u}\right)^3 + 0.3478 \left(\frac{100}{u}\right)^4, \end{aligned}$$

при $\mu = 0, \sigma = 0$;

$$\begin{aligned} \theta(u/\varphi, \hat{\lambda}, r) = & -0.293405 - 1.0435 * 10^{-4} u + 3.043587 \frac{100}{u} \\ & + 2.002341 \left(\frac{100}{u}\right)^2 + 0.886994 \left(\frac{100}{u}\right)^3 + 0.333604 \left(\frac{100}{u}\right)^4, \end{aligned}$$

при $r = 0.13$;

$$\theta(u/\varphi, \hat{\lambda}, \mu, \sigma) = -0.339056 - 1.173 \cdot 10^{-4} u + 3.11963 \frac{100}{u} + 2.094024 \left(\frac{100}{u}\right)^2 + 0.943321 \left(\frac{100}{u}\right)^3 + 0.360165 \left(\frac{100}{u}\right)^4,$$

при $\mu = 0.4$, $\sigma = 0.25$.

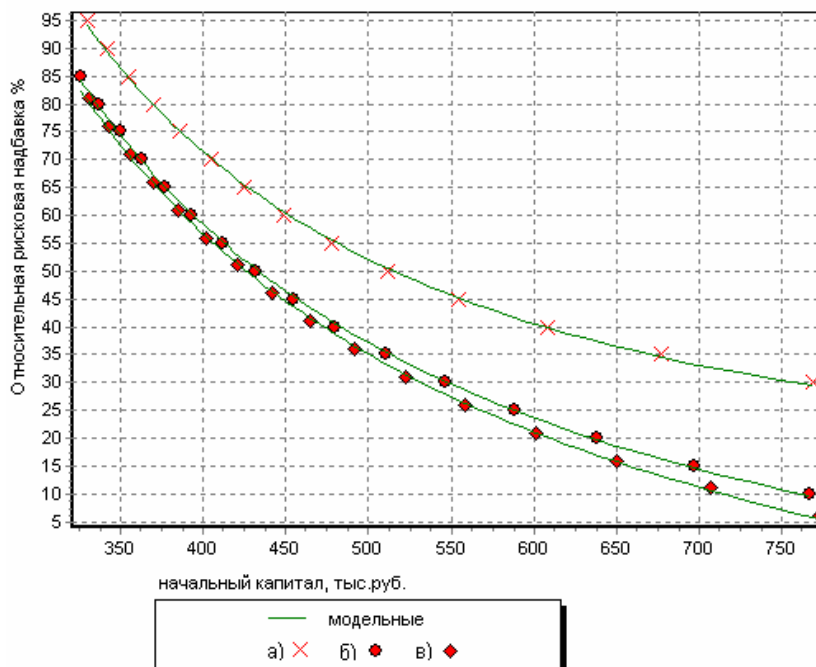


Рисунок 2 - Зависимости между относительной рискованной надбавкой и начальным капиталом для случаев: а) без инвестирования, б) с инвестированием в безрисковые активы с доходностью 0.13, в) с инвестированием в рискованные активы $\mu = 0.4$, $\sigma = 0.25$, при $\hat{\lambda} = 3.82$ исков/день, $\varphi = 0.95$

Подобные зависимости позволяют определить значение относительной рискованной надбавки, которая обеспечит заданный уровень вероятности неразорения, в зависимости от размера начального капитала. Так, например: страховой компании с начальным капиталом 400 тыс. руб. для обеспечения вероятности неразорения 0.95 требуется установить относительную рискованную надбавку в размере 71% при отсутствии инвестирования. Инвестирование в безрисковые активы с доходностью 0.13 позволяет снизить рискованную надбавку до 57.5%, что обеспечит тот же уровень вероятности неразорения. Инвестирование в рискованные активы с доходностью 0.4 и волатильностью 0.25 позволяет снизить относительную рискованную надбавку до 55.5%.

Анализ чувствительности относительной рискованной надбавки к изменению величины начального капитала проведенный с помощью коэффициентов эластичности (таблица 1) показал, что зависимость между относительной рискованной надбавкой и начальным капиталом в модели без инвестирования характеризуется малой вариацией и высоким по модулю коэффициентом эластичности, причем, увеличение начального капитала на 1% позволит страховой компании снизить относительную рискованную надбавку в среднем на 1.42%. При инвестировании в безрисковые активы увеличение начального

капитала на 1% позволит страховой компании снизить относительную рисковую надбавку на 1.75% при начальном капитале 330тыс.руб. и на 2.14% при начальном капитале 450тыс.руб.. Зависимость между относительной рисковой надбавкой и начальным капиталом в модели с инвестированием в рисковые активы характеризуется убывающим, высоким по модулю коэффициентом эластичности. Увеличение начального капитала на 1%, в этом случае, позволит страховой компании снизить относительную рисковую надбавку на 1.85% при начальном капитале 330тыс.руб, а при начальном капитале 450 тыс.руб. можно снизить относительную рисковую надбавку на 2.37%.

Таблица 1 Значения оценок коэффициентов эластичности относительной рисковой надбавки по начальному капиталу, при фиксированном $\varphi = 0.95$, $\hat{\lambda} = 3.82$ исков/день в случаях а) без инвестирования; б) инвестирования в безрисковые активы с доходностью 0.13; в) инвестирования в рисковые активы с $\mu = 0.4, \sigma = 0.25$

Начальный капитал	оценки коэффициентов эластичности относительной рисковой надбавки по начальному капиталу		
	а)	б)	в)
330	-1.431	-1.75	-1.85
350	-1.427	-1.80	-1.91
370	-1.423	-1.85	-1.98
390	-1.42	-1.91	-2.06
410	-1.416	-1.98	-2.15
430	-1.412	-2.055	-2.26
450	-1.407	-2.14	-2.37

Аналогичным образом построены зависимости между вероятностью неразорения и относительной рисковой надбавкой при фиксированном уровне начального капитала в различных условиях инвестирования, аппроксимации которых для заданных параметров процесса риска ($\hat{\lambda} = 3.82$ исков/день, $u=350$ тыс. руб.), можно записать аналитически:

$$\varphi(\theta/u, \hat{\lambda}, \mu, \sigma) = 0.607741 * \exp\left(\frac{\theta}{1+\theta}\right) + 0.208026 * \theta - 0.262166 * \theta^2, \text{ при } \mu = 0, \sigma = 0;$$

$$\varphi(\theta/u, \hat{\lambda}, r) = 0.746759 * \exp\left(\frac{\theta}{1+\theta}\right) - 0.226096 * \theta - 0.044564 * \theta^2, \text{ при } r = 0.13;$$

$$\varphi(\theta/u, \hat{\lambda}, \mu, \sigma) = 0.785235 * \exp\left(\frac{\theta}{1+\theta}\right) - 0.352961 * \theta + 0.020933 * \theta^2, \text{ при } \mu = 0.4, \sigma = 0.25.$$

Аппроксимации зависимостей вероятности неразорения от доходности безрискового или рискового активов при фиксированном значении начального капитала, для ($\hat{\lambda} = 3.82$ исков/день, $\bar{c} = 196.5$ тыс. руб./день, $u=350$ тыс.руб.) представлены ниже:

$$\varphi(r/u, \hat{\lambda}, \hat{c}) = 0.914590 + 0.021292r - 5.781 * 10^{-3}r^2 + 9.86 * 10^{-4}r^3, \text{ при } \sigma = 0;$$

$$\varphi(\mu/u, \hat{\lambda}, \hat{c}, \sigma) = 0.886245 + 0.152066\mu - 0.03407\mu^2 - 0.057465\mu^3, \text{ при } \sigma = 0.25.$$

Полиномиальное приближение зависимости вероятности неразорения от волатильности цен рискового актива при фиксированном значении начального капитала приведено ниже:

$$\varphi(\sigma/u, \hat{\lambda}, \hat{c}, \mu) = 0.956531 - 0.051763 * \sigma^2 - 0.970834 * \sigma^3,$$

где $\hat{\lambda} = 3.82$ исков/день, $\hat{c} = 196.5$ тыс. руб./день, $u = 350$ тыс.руб., $\mu = 0.4$.

Полученные результаты показывают как повышать вероятность неразорения страховой компании, за счет варьирования характеристик процесса риска и активов.

Варьируя σ в задачах (3), (4) построили зависимость между равновесным капиталом и волатильностью цен рискового актива, которая представлена на рисунке 6 а). На рисунке 6 б) представлена зависимость между равновесной вероятностью и волатильностью цен рискового актива при фиксированной доходности рискового и безрискового активов.

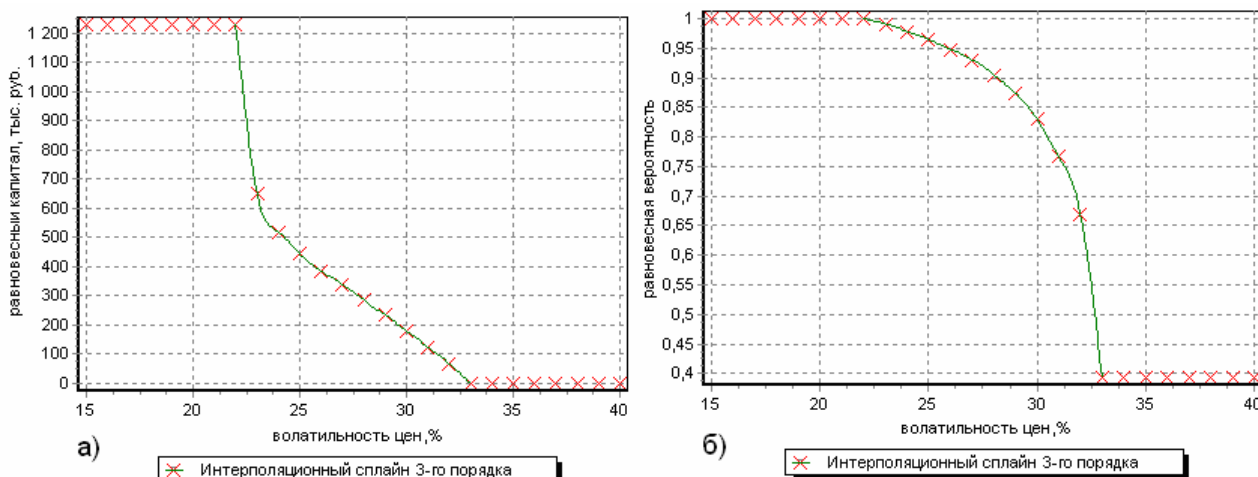


Рисунок 6 - Зависимость между а) равновесным капиталом и волатильностью цен рискового актива, б) равновесной вероятностью и волатильностью цен рискового актива, при $\mu = 0.4; r = 0.13$, $\hat{\lambda} = 3.82$ исков/день, $\hat{c} = 196.5$ тыс.руб./день

Отправляясь от таких взаимосвязей, можно сформировать стратегию инвестирования, в зависимости от размера начального капитала и значения равновесного капитала. Так, например, для заданных характеристик активов ($r = 0.13$ и $\mu = 0.4$): при $\sigma \leq 23$ вложение в рисковый актив дает более высокие значения вероятности неразорения при любых значениях начального капитала; для $\sigma \geq 33$ более высокий уровень неразорения обеспечивает инвестирование в безрисковые активы; при $23 < \sigma < 33$ зависимость между равновесным капиталом и волатильностью цен рискового актива приведена на рисунке 6 а). К примеру, точка (30,180.6) на графике 6 а) означает, что при $u < 180.6$ тыс. руб.

лучше инвестировать в рисковые активы с доходностью $\mu = 0.4$ и волатильностью $\sigma = 0.3$, а при $u > 180.6$ тыс. руб. инвестирование в безрисковые активы с доходностью $r = 0.13$ обеспечит более высокие значения вероятности неразорения.

Таким образом, методика формирования стратегии инвестирования включает в себя:

1) построение зависимости вероятности неразорения от начального капитала при инвестировании свободных средств в безрисковые активы с доходностью r ;

2) построение зависимости вероятности неразорения от начального капитала при инвестировании свободных средств в рисковые активы с доходностью μ и волатильностью цен σ ;

3) нахождение значения равновесного капитала;

4) выбор вида инвестирования в зависимости от соотношения между начальным капиталом и равновесным капиталом.

В третьей главе «Формирование стратегий инвестирования и перестрахования» построена зависимость вероятности неразорения от начального капитала в условиях инвестирования в рисковые и безрисковые активы. Проведено моделирование взаимосвязей между вероятностью неразорения и объемом инвестирования в рисковые и безрисковые активы; объемом инвестирования и начальным капиталом страховой компании. Предложена методика формирования стратегий перестрахования в различных условиях инвестирования.

Если стратегия инвестирования свободных средств страховой компании (α, β) , $\alpha + \beta \leq 1$, где β - доля инвестирования в безрисковый актив с доходностью $r \geq 0$, а α - доля инвестирования в рисковый актив, цены S_t которого удовлетворяют стохастическому дифференциальному уравнению (1), тогда вероятность неразорения, как известно, является решением задачи

$$\frac{1}{2}\alpha^2\sigma^2u^2\varphi''(u) + (c + (\beta r + \alpha\mu)u)\varphi'(u) - \lambda\varphi(u) + \lambda\int_0^u\varphi(u-y)f(y)dy = 0, \quad (5)$$

$$\varphi(\infty) = 1, \quad \mu > \sigma^2/2.$$

Семейство численных решений задачи (5), полученных при фиксированных значениях интенсивности поступления исков, скорости поступления премий, доходности рискового и безрискового актива, волатильности цен рискового актива позволило построить:

- зависимости между долей инвестирования в рисковый актив и начальным капиталом при фиксированном значении вероятности неразорения ($\beta = 0$) (рисунок 7);

- зависимости вероятности неразорения страховой компании с заданным начальным капиталом от доли инвестирования в рисковый актив ($\beta = 0$) (рисунок 8), аппроксимации которых, при заданных параметрах процесса риска ($\hat{\lambda} = 3.82$ исков/день, $\hat{c} = 196.5$ тыс. руб./день, $\beta = 0$, $u=350$ тыс.руб., $\mu = 0.4$), можно записать в виде:

$$\varphi(\alpha / \hat{\lambda}, \hat{c}, u, \beta, \mu, \sigma) = 0.915314 + 0.07166\alpha - 0.053887\alpha^2 + 0.01726\alpha^3, \text{ при } \sigma = 0.15;$$

$$\varphi(\alpha / \hat{\lambda}, \hat{c}, u, \beta, \mu, \sigma) = 0.915376 + 0.070346\alpha - 0.058998\alpha^2 + 0.018652\alpha^3, \text{ при } \sigma = 0.2;$$

$$\varphi(\alpha / \hat{\lambda}, \hat{c}, u, \beta, \mu, \sigma) = 0.915452 + 0.068667\alpha - 0.065432\alpha^2 + 0.019422\alpha^3, \text{ при } \sigma = 0.25.;$$

- зависимости вероятности неразорения страховой компании с заданным начальным капиталом от α ($\beta = 1 - \alpha$). Приближения, построенные с помощью рекуррентного метода наименьших квадратов, представлены ниже:

$$\varphi(\alpha / \varphi, \hat{\lambda}, \hat{c}, \beta, \mu, \sigma, r) = 0.934609 + 0.030264\alpha - 0.01936\alpha^2 + 0.004829\alpha^3, \text{ при } \sigma = 0.15;$$

$$\varphi(\alpha / \varphi, \hat{\lambda}, \hat{c}, \beta, \mu, \sigma, r) = 0.934647 + 0.029566\alpha - 0.024098\alpha^2 + 0.005249\alpha^3, \text{ при } \sigma = 0.2;$$

$$\varphi(\alpha / \varphi, \hat{\lambda}, \hat{c}, \beta, \mu, \sigma, r) = 0.934698 + 0.028586\alpha - 0.0296\alpha^2 + 0.004414\alpha^3, \text{ при } \sigma = 0.25,$$

где $\hat{\lambda} = 3.82$ исков/день, $\hat{c} = 196.5$ тыс. руб./день, $\beta = 1 - \alpha$, $r = 0.13$, $\mu = 0.4$, $u = 350$ тыс.руб.;

- зависимости между α и начальным капиталом при фиксированном значении вероятности неразорения ($\beta = 1 - \alpha$), представленные на рисунке 9.

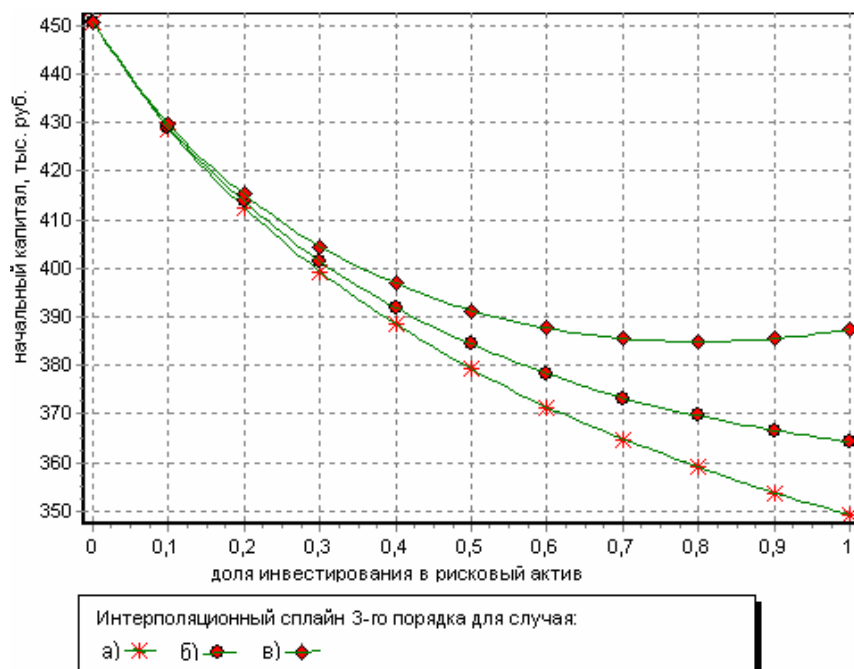


Рисунок 7 - Зависимости между долей инвестирования в рисковый актив и начальным капиталом, при $\mu = 0.4$, а) $\sigma = 0.15$, б) $\sigma = 0.2$, в) $\sigma = 0.25$, $\hat{\lambda} = 3.82$ исков/день, $\hat{c} = 196.5$ тыс. руб./день, $\varphi = 0.95$, $\beta = 0$

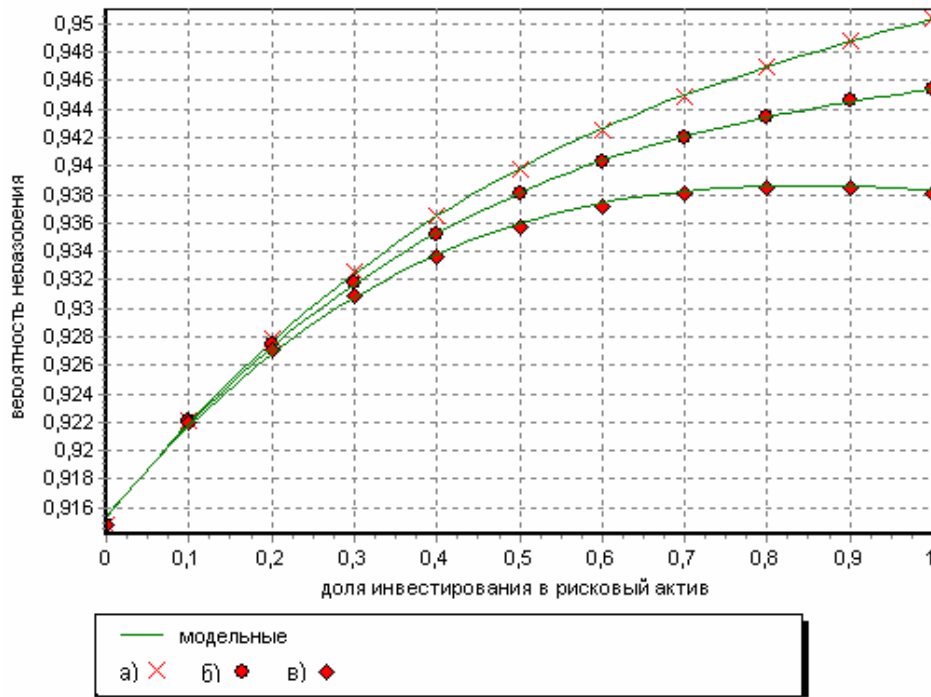


Рисунок 8 - Зависимости вероятности не ruины от доли инвестирования в рискованный актив, при $\mu = 0.4$, а) $\sigma = 0.15$, б) $\sigma = 0.2$, в) $\sigma = 0.25$, $\hat{\lambda} = 3.82$ исков/день, $\hat{c} = 196.5$ тыс. руб./день, $u = 350$ тыс. руб., $\beta = 0$

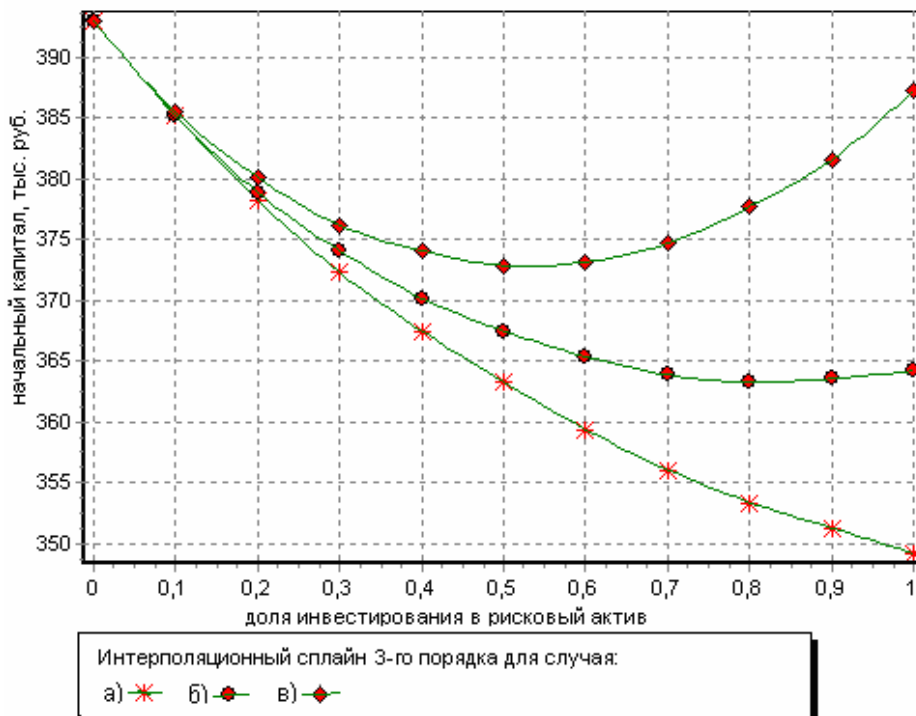


Рисунок 9 - Зависимости между α и начальным капиталом при $\mu = 0.4$, а) $\sigma = 0.15$, б) $\sigma = 0.2$, в) $\sigma = 0.25$; $\beta = 1 - \alpha$, $r = 0.13$, $\hat{\lambda} = 3.82$ исков/день, $\hat{c} = 196.5$ тыс. руб./день, $\varphi = 0.95$.

Зависимости подобного рода можно использовать при формировании стратегии инвестирования. К примеру: страховой компании с начальным капиталом – 385.5 тыс. руб., для обеспечения вероятности неразорения 0.95 необходимо инвестировать от 70% до 90% свободных средств в рисковые активы с доходностью 0.4 и волатильностью 0.25; для страховой компании с начальным капиталом 372.9 тыс. руб. для обеспечения вероятности неразорения 0.95 необходимо инвестировать 50% свободного капитала в рисковые активы с доходностью 0.4 и волатильностью цен 0.25 и 50% свободных средств в безрисковые активы с доходностью 0.13.

С целью обеспечения необходимого уровня платежеспособности, страховщик может так же воспользоваться перестрахованием, т.е. передать часть ответственности по рискам другим страховым компаниям. Задача для определения вероятности неразорения страховой компании с учетом пропорционального перестрахования имеет вид

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \alpha^2 \sigma^2 u^2 \varphi''(u) + ((1 + \theta) \cdot \lambda \cdot m - (1 + \xi) \cdot \lambda \cdot \gamma \cdot m + \\ & + (\beta r + \alpha \mu) u) \varphi'(u) - \lambda \varphi(u) + \lambda \int_0^u \varphi(u - y) f^{\text{цед}}(y) dy = 0, \\ & \varphi(\infty) = 1, \quad \mu > \sigma^2 / 2, \end{aligned} \quad (6)$$

где $\gamma : 0 \leq \gamma \leq 1$ - доля перестрахования, $(1 - \gamma)$ - объем собственного удержания;

θ — относительная рисковая надбавка цедента;

ξ — относительная рисковая надбавка перестраховщика;

m - математическое ожидание размеров выплат по искам X_i ;

$f^{\text{цед}}(x)$ - плотность распределения размеров выплат цедента.

Зависимости вероятности неразорения от объема собственного удержания для случаев с инвестированием и без инвестирования при фиксированном значении начального капитала, полученные численно на основе семейства решений задачи (6), представлены на рисунке 10, а их аппроксимации, полученные для заданных характеристик процесса риска ($\hat{\lambda} = 3.82$ исков/день, $\theta = 0.6$, $\xi = 0.65$, $u = 350$ тыс. руб.) рекуррентным методом наименьших квадратов в форме обобщенных многочленов по системе функций $1/(1 - \gamma)^i, i = \overline{0,5}$, приведены ниже:

$$\begin{aligned} \varphi(1 - \gamma / u, \theta, \xi, \alpha, \beta) = & 0.671867 + 0.310863 \frac{1}{1 - \gamma} - 0.107783 \frac{1}{(1 - \gamma)^3} + \\ & + 0.045716 \frac{1}{(1 - \gamma)^4} - 0.005897 \frac{1}{(1 - \gamma)^5}, \end{aligned}$$

при $\alpha = 0, \beta = 0$;

$$\varphi(1-\gamma/u, \theta, \xi, \alpha, \beta, r) = 0.69472 + 0.313513 \frac{1}{1-\gamma} - 0.120656 \frac{1}{(1-\gamma)^3} + \\ + 0.05417 \frac{1}{(1-\gamma)^4} - 0.007365 \frac{1}{(1-\gamma)^5},$$

при $\alpha = 0, \beta = 1, r = 0.13$;

$$\varphi\left(1-\gamma/\left(u, \hat{\lambda}, \theta, \xi, \alpha, \beta, \mu, \sigma, r\right)\right) = 0.710573 + 0.305547 \frac{1}{1-\gamma} - 0.12337 \frac{1}{(1-\gamma)^3} + \\ + 0.056791 \frac{1}{(1-\gamma)^4} - 0.007907 \frac{1}{(1-\gamma)^5}.$$

при $\alpha = 0.5, \beta = 0.5, r = 0.13, \mu = 0.4, \sigma = 0.25$.

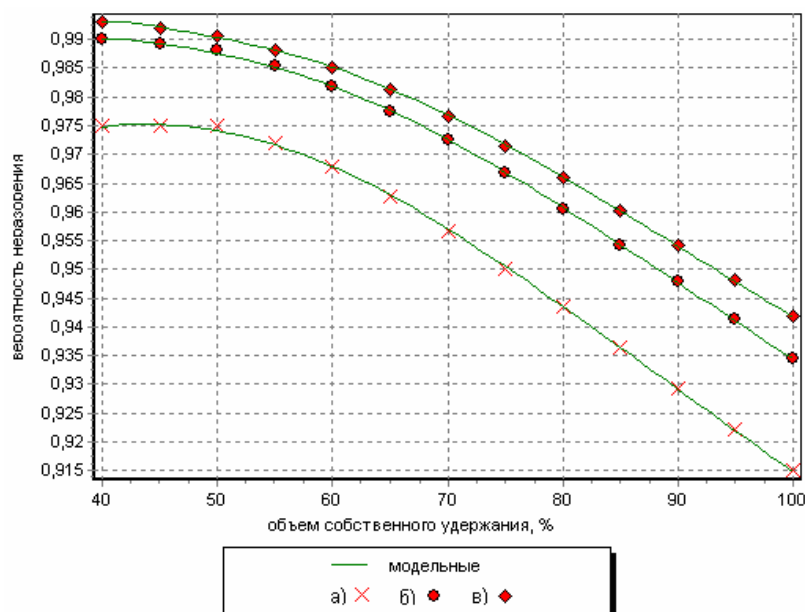


Рисунок 10 - Зависимость вероятности неразорения от объема собственного удержания для случаев: а) без инвестирования, б) с инвестированием в безрисковые активы $r = 0.13$, в) с инвестированием 50% свободных средств в рискованные активы $\mu = 0.4, \sigma = 0.25$ и 50% свободных средств в безрисковые активы $r = 0.13$; $\hat{\lambda} = 3.82$ исков/день, $\theta = 0.6$, $\xi = 0.65$, $u = 350$ тыс. руб.

Построение и анализ подобных зависимостей позволят страховой компании выбрать приемлемые объемы перестрахования с учетом характеристик процесса риска. Например, для обеспечения вероятности неразорения 0.96 страховой компании с начальным капиталом 350 тыс. руб. необходимо инвестировать 50% свободных средств в рискованные активы с доходностью 0.4 и волатильностью цен 0.25, 50% свободных средств - в безрисковые активы с доходностью 0.13 и отдать на перестрахование 15% рисков, если относительная рискованная надбавка перестраховщика 0.65.

Методика формирования стратегий перестрахования в условиях инвестирования представлена на рисунке 11. На рисунке: $\varphi^{\mu, \sigma, \alpha, r^\beta}$ - вероятность неразорения страховой компании при стратегии инвестирования (α, β) соответственно в рисковые активы с доходностью μ и волатильностью σ и безрисковые активы с доходностью r .

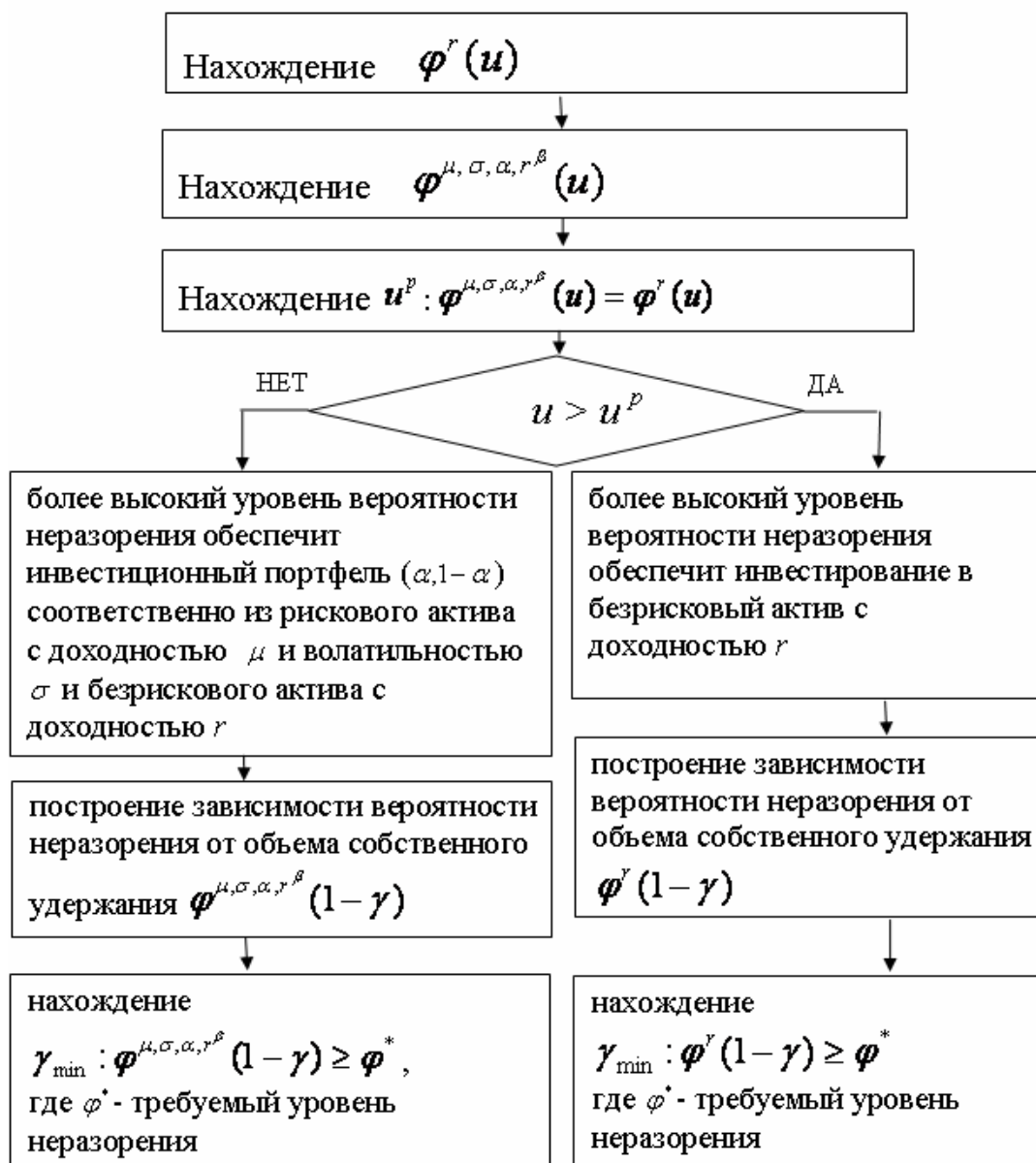


Рисунок 11 - Методика формирования стратегий перестрахования в условиях инвестирования

Все численные расчеты, представленные в работе, получены с помощью автоматизированного программного комплекса «Анализ платежеспособности страховой компании».

В заключении представлены научные и практические результаты проведенного исследования.

Основные результаты и выводы по работе

1. Проанализированы существующие методы и модели оценки платежеспособности страховых компаний.

2. Предложена и реализована на примере договоров КАСКО процедура моделирования взаимосвязей между: вероятностью неразорения и относительной рисковой надбавкой в различных условиях инвестирования; относительной рисковой надбавкой и начальным капиталом в различных условиях инвестирования; вероятностью неразорения и доходностью рискового актива; вероятностью неразорения и доходностью безрискового актива; вероятностью неразорения и волатильностью цен рискового актива; позволяющих количественно оценить влияние характеристик процесса риска и активов на характеристики платежеспособности страховой компании.

3. Разработана методика формирования стратегий инвестирования в рисковые и/или безрисковые активы на основе построенных моделей, описывающих зависимости между характеристиками платежеспособности и объемом инвестирования, реализация которых позволяет повышать вероятность неразорения страховой компании.

4. Предложена методика формирования стратегий перестрахования в различных условиях инвестирования на основе построенных моделей, характеризующих взаимосвязи между вероятностью неразорения и объемом собственного удержания; объемом собственного удержания и начальным капиталом, применение которых позволяет повышать платежеспособность страховой компании.

5. Разработанные в диссертационной работе методы и модели внедрены в практику работы страховой компании РЕСО-Гарантия.

Публикации по теме диссертации

в рецензируемых ведущих изданиях, определенных Высшей аттестационной комиссией:

1. Реннер А.Г., Яркова О.Н. Анализ платежеспособности страховой компании с учетом инвестирования в рисковые активы //Вестник Оренбургского государственного университета.- №8. -2009. -С. 102 – 106 (0.6/0.3 п.л.)
2. Яркова О.Н. Исследование вероятности неразорения страховой компании с учетом диверсификации вложений и перестрахования //Вестник Оренбургского государственного университета. №9.-2009. - С. 63 - 66 (0.5/0.25 п.л.)

в других изданиях:

3. Яркова, О.Н. Оценка вероятности неразорения страховой компании в коллективной модели риска/Яркова, О.Н.// Взаимодействие реального и финансового секторов в трансформационной экономике. Материалы Международной научной конференции Оренбург: ИПК ГОУОГУ, -2008. - С.450-453 (0.25 п.л.)
4. Яркова О.Н., Программное средство: «Автоматизированный программный комплекс для исследования вероятности неразорения страховых компаний», Зарегистрировано в ОФАП № 10870. -01.07.2008.
5. Яркова, О.Н. Анализ платежеспособности страховой компании/Яркова, О.Н.// Сборник материалов Всероссийской научно-практической конференции «Финансовая и актуарная математика» г. Нефтекамск, Уфа РИЦ БашГУ, - 2009. –с. 210-213 (0.25 п.л.)
6. Реннер А.Г., Яркова О.Н. Программное средство: Автоматизированный программный комплекс «Анализ платежеспособности страховой компании» /Реннер А.Г., Яркова, О.Н.// Зарегистрировано в реестре программ для ЭВМ №2009614611 от 28.08.09, Федеральная служба по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам
7. Яркова, О.Н. Исследование вероятности неразорения страховой компании с учетом перестрахования /Яркова, О.Н.//по материалам конференции «Многопрофильный университет как региональный центр образования и науки». - 2009. -с. 1067 – 1069 (0.2 п.л.)
8. Реннер А.Г., Яркова О.Н. Автоматизированный программный комплекс «Анализ платежеспособности страховой компании» // Прикладная информатика, М. - 2009. -№5(23), с. 9-15 (0.63/0.315 п.л.)