На правах рукописи

КУЛИКОВСКИХ Илона Марковна

Построение моделей корреляционно-спектральных характеристик методом аналитических разложений

Специальность 05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Самара – 2011

Работа выполнена в государственном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королева (национальный исследовательский университет)» (СГАУ) на кафедре информационных систем и технологий.

Научный руководитель: Заслуженный работник высшей школы РФ,
доктор технических наук,
профессор Прохоров Сергей Антонович

Официальные оппоненты: доктор технических наук,
доцент Горячкин Олег Валериевич

доктор физико-математических наук,
профессор Радченко Владимир Павлович

Ведущая организация:

Федеральное государственное унитарное предприятие
Государственный научно - производственный ракетно - космический центр «ЦСКБ-Прогресс» (г. Самара)

Защита состоится 17 июня 2011 г. в 12 час. на заседании диссертационного совета Д 212.215.05, созданного при СГАУ, по адресу: 443086 Самара, Московское шоссе, д. 34.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке СГАУ.

Автореферат разослан 16 мая 2011 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета,
доктор технических наук, профессор В.А. Фурсов

Общая характеристика работы

Актуальность темы диссертации

В результате анализа различных технических объектов получают большой объем разнородных данных, требующих обработки для дальнейшего принятия решения. Часто поставленной задачей является проведение корреляционно - спектрального анализа данных, позволяющего исследовать поведение объекта во временной и частотной областях. Для этого необходимо представить анализируемые корреляционные и спектральные оценки как функционально-преобразованные исходные данные, а затем провести их всестороннее исследование через построение математической модели в виде параметрической модели. Необходимым требованием к построению такой модели является соблюдение основных свойств (условий нормировки) анализируемой характеристики – корреляционной функции (КФ) или спектра. Учитывая разнообразие объектов и порождаемых данных, целесообразнее строить их модель методом ортогональных разложений, инвариантным к виду анализируемой характеристики.

Применение метода ортогональных разложений в различных приложениях распространено достаточно широко, а процедура построения модели понятна и прозрачна. С ростом технического прогресса и развитием научных теорий возрастают и требования к получению конечного результата, а, следовательно, и этот метод нуждается в значительном усовершенствовании и доработке.

В данной работе рассмотрено одно из возможных развитий метода ортогональных разложений – метод аналитических разложений. Суть метода заключается в том, что все соотношения, связанные с ортогональными функциями – интегралы, производные, другие ортогональные функции, а также коэффициенты разложения ряда Фурье – выражаются через аналитические выражения, напрямую связанные с самими функциями. Такой метод дает возможность:

- работать в пространстве простейшей базисной системы функций, выражая «соседние»базисные системы через простейшую, и поставить вопрос о целесообразности применения множества базисных систем и выбора наилучшей системы;
- повысить точность и снизить временные и ресурсные затраты на построение моделей корреляционно - спектральных характеристик;
- оперировать пространством детерминированных функций (простейшей системой функций), анализируя при этом случайные функции (оценки корреляционно - спектральных характеристик).

С этой позиции наибольший интерес представляют классические ортогональные многочлены с варьируемыми параметрами ортогонального базиса, такие как многочлены Якоби и обобщенные многочлены Лагерра. В отличие от эмпирических ортогональных функций, широко развивающихся в последнее время, классические многочлены хорошо изучены и имеют явное аналитическое представление.

Получением и изучением классических ортогональных систем многочленов занимались такие ученые, как К.Г.Я. Якоби, А.М. Лежандр, Э.Н. Лагерр, П.Л. Чебышев, исследованию их свойств и развитию теории ортогональных многочленов посвящены работы А.А. Маркова, Р. Аски, Г. Сеге, Т. Чихара, В. Коэпфа, Ф. Марселиана, вопросы построения моделей на основе базисных систем функций рассматривались А.Ф. Романенко и Г.А. Сергеевым, Ф.Ф. Дедусом, И.И. Волковым, С.А. Прохоровым, В.И. Батищевым и другими учеными.

Применение метода аналитических разложений делает возможным создание комплекса программ в рамках методологии «Data Mining», используя аналитические модели для выявления скрытых закономерностей между различными наборами данных.

Работа выполнялась при финансовой поддержке гранта по программе «У.М.Н.И.К.» (Участник молодежного научно - инновационного конкурса) в 2010-2011 годах и позволила автору работы стать победителем областного конкурса «Молодой ученый»в номинации «Аспирант» в 2009 году.

Объектом исследования в диссертационной работе являются модели корреляционно - спектральных характеристик стационарных случайных процессов, построенные методом ортогональных разложений.

Предметом исследования в диссертационной работе является метод ортогональных разложений.

Целью диссертационной работы является повышение точности и снижение временных затрат при оценке корреляционно - спектральных характеристик стационарных случайных процессов.

Методы, используемые в диссертации, основаны на положениях теории ортогональных многочленов, теории случайных процессов, теории аппроксимации, теории операционного исчисления, теории функций комплексной переменной, численных методах, методах интегрального представления и вычисления комбинаторных сумм.

Задачи диссертационной работы:

1. Анализ существующих подходов к оценке корреляционно-спектральных характеристик методом ортогональных разложений, направлений развития и приложений теории ортогональных многочленов, а также инструментальных средств для анализа данных.

2. Повышение точности оценки корреляционно-спектральных характеристик ортогональных рядов с помощью свойств и характеристик орто-

гональных функций.
3. Разработка подхода к построению ортогональных рядов для снижения временных и ресурсных затрат на оценку корреляционных и спектральных характеристик.
4. Разработка комплекса программ для оценки корреляционно - спектральных характеристик методом ортогональных разложений в рамках методологии систем «Data Mining».
5. Проведение имитационного моделирования для метрологического анализа разработанных методов и подходов и апробация комплекса при обработке реальных сигналов.

Научная новизна работы:

1. Разработан метод аналитических разложений для представления функциональных характеристик ортогональных функций, таких как производные и неопределенные интегралы, в виде конечного ряда через ортогональные функции.
2. Предложен численно-аналитический алгоритм к оценке коэффициентов ортогональной модели.
3. Приведено обобщение алгоритма оценки параметра масштаба, гарантирующего минимум-миниморум погрешности приближения, на функции Сонина-Лагерра с помощью метода аналитических разложений.
4. Предложен аналитический подход к построению ортогональных рядов, основанный на методе аналитических разложений.
5. Получено фазовое представление корреляционно-спектральных характеристик в рамках аналитического подхода.

Практическая значимость работы:

1. Алгоритмы оценки параметров моделей корреляционно-спектральных характеристик, построенных методом аналитических разложений.
2. Технология аналитической обработки данных, основанная на методе ортогональных разложений.
3. Пространственная схема взаимодействия объектов.
4. Комплекс программ для построения моделей корреляционно - спектральных характеристик методом аналитических разложений в рамках методологии «Data Mining».

На защиту выносятся:

1. Метод аналитических разложений, позволяющий:
    - представить функциональные характеристики ортогональных функций, такие как производные и неопределенные интегралы, в виде конечного ряда через ортогональные функции;

- получить аналитические модели корреляционно - спектральных характеристик, используя простейшие ортогональные базисы;
- снизить временные и ресурсные затраты при оценке коэффициентов разложения и фазового представления корреляционно - спектральных характеристик;
- получить обобщение алгоритма оценки параметра масштаба на функции Сонина-Лагерра, гарантирующего минимум-миниморум погрешности приближения.

2. Численно-аналитический алгоритм оценки коэффициентов разложения ортогональных моделей, позволяющий повысить ее точность.
3. Комплекс программ для оценки корреляционно - спектральных характеристик методом аналитических разложений в рамках методологии систем «Data Mining».
4. Результаты исследований разработанных методов и алгоритмов с помощью комплекса программ методом имитационного моделирования.

Апробация работы. Результаты, полученные в диссертации, представлялись на Всероссийской межвузовской научно - практической конференции «Компьютерные технологии в науке, практике и образовании», Самара (2005, 2006, 2007, 2008, 2009); научно - технической конференции с международным участием «Перспективные информационные технологии в научных исследованиях, проектировании и обучении (ПИТ - 2006)», Самара (2006); Всероссийской научной конференции «Инновационные технологии в управлении, образовании, промышленности (АСТИНТЕХ - 2007)», Астрахань (2007); Международной научно - технической конференции «Проблемы автоматизации и управления в технических системах», Пенза (2007, 2008, 2011); Международном конгрессе студентов, аспирантов и молодых ученых «Перспектива - 2007», Нальчик (2007); Межрегиональной научно - технической конференции «Информационные технологии в высшем профессиональном образовании», Тольятти (2007); Международной научно - технической конференции «Радиотехника и связь», Саратов (2007, 2009); Международной открытой конференции «Современные проблемы информатизации в анализе и синтезе технологических и программно - телекоммуникационных систем (СПИ - 2008)», Воронеж (2008); Международной молодежной научной конференции «XXXIV Гагаринские чтения», Москва (2008); Всероссийской научной конференции с международным участием «Математическое моделирование и краевые задачи», Самара (2008); Международной научно - технической конференции «Методы, средства и технологии получения и обработки измерительной информации (ИЗМЕРЕНИЯ - 2008)», Пенза (2008); Международной научно - технической конференции «Проблемы и перспективы развития двигателестроения», Самара (2009); Российской школы - семинара аспирантов, студентов и молодых ученых «Информатика, моделирование, автоматизация проектирования (ИМАП - 2009)», Ульяновск (2009); Международной конференции «Interactive Systems and Technologies: The Problems of Human-Computer Interaction», Ульяновск (2007); Всероссийской молодежной научной конференции с международным участием «X Королевские чтения», Самара (2009); Международной научно - практической конференции «Аналитические и численные методы моделирования естественнонаучных и социальных проблем», Пенза (2009); Международной конференции «Идентификация, измерение характеристик и имитация случайных сигналов (ИИИ - 2009)», Новосибирск (2009); Международной научно - практической конференции «Образование - инвестиции в успех», Алматы, Казахстан (2009); Международной конференции с элементами научной школы для молодежи «Перспективные информационные технологии для авиации и космоса (ПИТ - 2010)», Самара (2010).

Публикации. Результаты диссертации опубликованы в 57 работах, из них: 2 монографии (в соавторстве), 3 публикации в журналах, рекомендованных ВАК, 32 работы в материалах и трудах Международных и Всероссийских конференций, 4 тезиса доклада, 3 свидетельства о регистрации программ, 6 отчетов о НИР, 7 электронных публикаций.

Объем и структура диссертации. Диссертация состоит из введения, шести глав, заключения и трех приложений. Общий объем диссертации 132 страницы. Диссертация содержит 37 таблиц, 49 рисунков и список литературы из 167 названий.

Содержание диссертации

Во введении показана актуальность темы диссертации, определены цель и задачи работы, методы исследования, изложена научная новизна и практическая значимость полученных результатов, сформулированы основные положения, выносимые на защиту.

В первой главе отражены вопросы оценки и построения моделей корреляционно - спектральных характеристик методом ортогональных разложений, даны определения обобщенных многочленов Лагерра и Якоби, рассмотрены направления развития и приложения ортогональных многочленов, а также рассматривались и анализировались существующие математические системы анализа данных, среди которых были выделены две группы – системы общего назначения и специализированные системы аппроксимативного анализа.

При проведении научных исследований и комплексных испытаний с использованием средств информационно-измерительной техники получают случайный сигнал $x(t, \bar{\Theta})$, характеристики $\bar{\Theta}$ которого подлежат оценке. На основании общей теории статистических измерений измеряемая вероятностная характеристика определяется как предел выборочного среднего функционально - преобразованного случайного процесса

$$\Theta\Big[X(t)\Big] = \lim_{d\to\infty} S_d[x_j(t)],$$

где Θ – измеряемая функциональная характеристика; S_d – идеальный оператор усреднения; d – параметр усреднения (время T, совокупность реализаций N или время и совокупность реализаций TN); g – оператор, представляющий собой преобразования, лежащие в основе определения вероятностной характеристики Θ; $x_j(t)$ – j-тая реализация случайного процесса.

Следующим шагом в оценивании вероятностной характеристики является построение ее математической модели вероятностной функциональной характеристики в виде ортогональной модели, при этом модель должна сохранять основные свойства анализируемой характеристики, в первую очередь, условие нормировки.

Представим оценку модели вероятностной функциональной характеристики $g(x)$ через многочлены, ортогональные на $[a, b]$ как

$$\hat{g}_a(x) = \sum_{k=0}^{m} \beta_k \psi_k(x, \gamma).$$

При минимизации квадратической погрешности приближения

$$\Delta = \int_a^b \Big(\hat{g}(x) - \sum_{k=0}^{m} \beta_k \psi_k(x,\gamma)\Big)^2 \mu(x,\gamma)dx \longrightarrow \min,$$

лишь коэффициенты разложения β_k определяются автоматически

$$\beta_k = \frac{1}{\big\|\psi_k\big\|^2} \int_a^b g(x)\psi_k(x,\gamma)\mu(x,\gamma)dx,$$

а для определения остальных параметров модели необходимо решать дополнительные задачи: выбор ортогонального базиса $\psi_k(x, \gamma)$; определение численного значения параметра масштаба γ; определение количества членов разложения ряда; вычисление корректирующих коэффициентов, обеспечивающих выполнение моделью основных свойств вероятностной функциональной характеристики (условие нормировки).

Во второй главе рассмотрены преобразования ортогональных функций во временной и частотной областях, дано описание метода аналитических разложений и введено понятие фазового представления ортогональных функций.

Остановимся на рассмотрении трех групп ортогональных многочленов: Якоби с варьируемым параметром α и нулевым β; Якоби с нулевым α и варьируемым параметром β; обобщенные многочлены Лагерра с варьируемым параметром α. Разбиение на такие группы объясняется влиянием параметров на их характеристики и свойства.

При построении моделей корреляционных и спектральных характеристик необходимо привести область существования ортогональных многочленов к полубесконечному интервалу.

Для ортогональных многочленов Лагерра замена аргумента, позволяющая произвести такое преобразование, соответствует $x = \gamma\tau$, а для функций Якоби – $x = 1 - 2\exp(-c\gamma\tau)$.

Аналитическое представление рассмотренных ортогональных функций приведено в табл. 1.

Таблица 1 – Аналитическое представление

Вид функций $\psi_k(\tau,\gamma)$	Выражение
$P_k^{(\alpha,0)}(\tau,\gamma)$	$\sum\limits_{s=0}^{k}\binom{k}{s}\binom{k+s+\alpha}{s+\alpha}(-1)^s\exp\bigl(-(2s+\alpha+1)c\gamma\tau/2\bigr)$
$P_k^{(0,\beta)}(\tau,\gamma)$	$\sum\limits_{s=0}^{k}\binom{k}{s}\binom{k+s+\beta}{s}(-1)^s\exp\bigl(-(2s+1)c\gamma\tau/2\bigr)$
$L_k^{(\alpha)}(\tau,\gamma)$	$\sum\limits_{s=0}^{k}\binom{k+\alpha}{k-s}\frac{(-\gamma\tau)^s}{s!}\exp\bigl(-\gamma\tau/2\bigr)$

Такая форма представления удобна при выполнении аналитических преобразований над ортогональными функциями. Однако при реализации предложенных аналитических выражений в форме конечного ряда на ЭВМ возникает ряд трудностей, связанных с вычислением комбинаторных чисел. Наиболее предсказуемым выходом из сложившейся ситуации является применение рекуррентных соотношений. Но, несмотря на возможность вычисления функций высоких порядков, рекуррентные соотношения громоздки, что влечет за собой значительные вычислительные затраты и увеличение времени их реализации. Решение данной проблемы лежит в разработке метода аналитических разложений.

Суть метода аналитических разложений состоит в следующем. Представим функциональную характеристику k - того порядка $\vartheta_k(\tau,\gamma)$, связанную с $\psi_k(\tau,\gamma)$, например, $\dfrac{\partial\psi_k(\tau,\gamma)}{\partial\tau}$, $\int\psi_k(\tau,\gamma)\mathrm{d}\tau$ и т.д. в виде

$$\vartheta_k(\tau,\gamma) = \sum_{\nu=0}^{\infty}\beta_{k,\nu}\psi_\nu(\tau,\gamma), \tag{1}$$

где

$$\beta_{k,\nu} = \frac{1}{\left\|\psi_\nu(\gamma)\right\|^2} \int_0^\infty \vartheta_k(\tau,\gamma)\psi_\nu(\tau,\gamma)\mu^{\{\psi_\nu(\tau,\gamma)\}}(\tau,\gamma)d\tau$$

– коэффициенты разложения ряда (1), а

$$\int_0^\infty \vartheta_k(\tau,\gamma)\psi_\nu(\tau,\gamma)\mu^{\{\psi_\nu(\tau,\gamma)\}}(\tau,\gamma)d\tau = h_{k,\nu}(\gamma) \quad (k=0..K, \nu=0..K)$$

– расширенное соотношение ортогональности функций $\psi_k(\tau,\gamma)$.

В отличие от основного соотношения ортогональности, имеющего значения только по главной диагонали

$$\int_0^\infty \psi_k(\tau,\gamma)\psi_\nu(\tau,\gamma)\mu^{\{\psi_\nu(\tau,\gamma)\}}(\tau,\gamma)d\tau = g_{k,\nu}(\gamma),$$

$$G(\gamma) = diag\left\{g_{0,0}(\gamma), g_{1,1}(\gamma), ..., g_{K,K}(\gamma)\right\},$$

в расширенном соотношении ортогональности значения располагаются по нескольким смежным диагоналям, например,

$$H(\gamma) = \begin{pmatrix} h_{0,0}(\gamma) & h_{1,0}(\gamma) & 0 & 0 & \dots & 0 \\ h_{0,1}(\gamma) & h_{1,1}(\gamma) & h_{2,1}(\gamma) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & h_{1,2}(\gamma) & h_{2,2}(\gamma) & h_{3,2}(\gamma) & \dots & 0 \\ 0 & 0 & h_{2,3}(\gamma) & h_{3,3}(\gamma) & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & h_{K-1,K}(\gamma) \\ 0 & 0 & 0 & \dots & h_{K,K-1}(\gamma) & h_{K,K}(\gamma) \end{pmatrix}.$$

В третьей главе описаны принципы построения ортогональных моделей корреляционно - спектральных характеристик с наперед заданной точностью, дано описание численно - аналитического алгоритма оценки коэффициентов разложения, аналитического подхода к построению ортогональных рядов, приведено описание фазовых корреляционно - спектральных характеристик.

Стандартная процедура построения модели методом ортогональных разложений предполагает следующую последовательность действий:

$$\Delta = \int_0^\infty \left(f(\tau) - \sum_{k=0}^{m} \hat{\beta}_k \psi_k(\tau,\gamma) \right)^2 \mu^{\{\psi_k(\tau,\gamma)\}}(\tau,\gamma)d\tau, \tag{2}$$

$$\hat{\beta}_k = \hat{\beta}_k^{(1)} = \frac{1}{\left\|\psi_k\right\|^2} \Xi\Big(\hat{f}(i\Delta\tau)\psi_k(i\Delta\tau,\gamma)\mu(i\Delta\tau,\gamma), \tau_{k\ \max}, N\Big)\,|_{i=0\ ..\ I_{\max}-1} \tag{3}$$

- оценка коэффициента разложения

$$\beta_k = \frac{1}{\left\|\psi_k\right\|^2} \int_0^\infty f(\tau)\psi_k(\tau,\gamma)\mu^{\{\psi_k(\tau,\gamma)\}}(\tau,\gamma)d\tau, \tag{4}$$

$\tau_{k\ \max}$ – максимальный интервал корреляции; $\Delta\tau$ – шаг дискретизации; $i = 0\ ..\ I_{\max} - 1$, $I_{\max} = \mathrm{ent}[\tau_{k\ \max}/\Delta\tau]$ – число ординат, необходимых для построения функциональной характеристики; N – объем выборки; $\Xi()$ – функционал, зависящий от метода численного интегрирования.

Для снижения результирующей погрешности (2) необходимо повысить точность оценки коэффициентов (4). Этого можно добиться применением численно-аналитического метода оценки коэффициентов разложения

$$f(\tau) = \sum_{i=0}^{I_{\max}-1} \big(a_i + b_i\tau\big)\delta_i, \tag{5}$$

где $\delta_i = \begin{cases} 1, & \text{если } \tau_i \leqslant \tau \leqslant \tau_{i+1}; \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$ – индикатор состояния. Подстановкой выражения (5) в (4) получим

$$\hat\beta_k = \hat\beta_k^{(2)} = \frac{1}{\left\|\psi_k\right\|^2} \sum_{i=0}^{I_{\max}-1} \Bigg(a_i \int_{\tau_i}^{\tau_{i+1}} \psi_k(\tau,\gamma)\mu^{\{\psi_k(\tau,\gamma)\}}(\tau,\gamma)d\tau + \\ + b_i \int_{\tau_i}^{\tau_{i+1}} \tau\psi_k(\tau,\gamma)\mu^{\{\psi_k(\tau,\gamma)\}}(\tau,\gamma)d\tau \Bigg). \tag{6}$$

Для определения оценки (6) необходимо взять неопределенные интегралы $\displaystyle\int \psi_k(\tau,\gamma)\mu^{\{\psi_k(\tau,\gamma)\}}(\tau,\gamma)d\tau$ и $\displaystyle\int \tau\psi_k(\tau,\gamma)\mu^{\{\psi_k(\tau,\gamma)\}}(\tau,\gamma)d\tau$.

Данные выражения могут быть представлены в различных формах: в виде конечного ряда с комбинаторными числами, в виде рекуррентных соотношений и в виде выражений, полученных с использованием метода аналитических разложений.

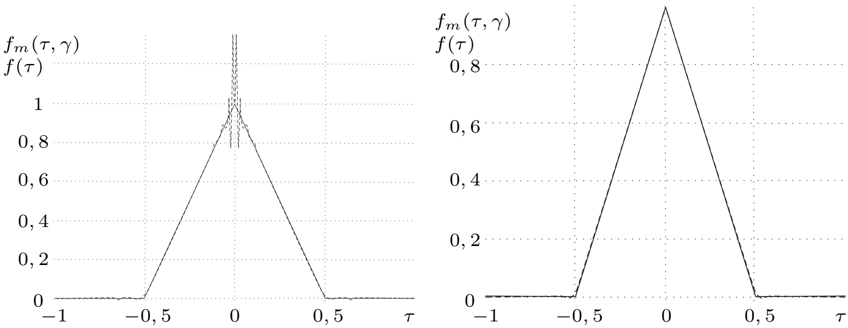
На рис. 1 представлены результаты построения модели сигнала

$$f(\tau) = \begin{cases} 1 - 2\tau/T, & \text{если } |\tau| \leqslant T/2; \\ 0, & \text{если } |\tau| > T/2 \end{cases} \tag{7}$$

ортогональными функциями Лагерра с параметрами $T = 1$, $m = 50$ и $\gamma = 40$ при различных подходах.

Для построения моделей на основе выражений, полученных методом аналитических разложений, разработан аналитический подход.

Аналитический подход позволяет организовать процедуру построения модели таким образом, чтобы вычислялись лишь значения ортогональных функций, которые, в свою очередь, хранятся в памяти ЭВМ в виде матрицы значений, а все характеристики ортогональных функций, включая коэффициенты разложения, а в последующем и корреляционно - спектральные характеристики, вычисляются по данной матрице.



а) б)

Рис. 1 – Вид модели $f(\tau)$: а) при численном алгоритме; б) при численно-аналитическом алгоритме

В соответствии с представленным подходом можно показать, что коэффициенты разложения $\beta_k^{(\ )}$ функций с весом $\psi_k^{(\ )}(\tau,\gamma)$ выражаются через коэффициенты разложения β_k простейших представителей базисной системы $\psi_k(\tau,\gamma)$.

Рассмотрим процедуру построения модели корреляционной функции (КФ) и производной КФ с учетом предлагаемого аналитического подхода

$$\hat{K}_{\text{а}}(\tau) = \sigma_x^2 \sum_{k=0}^{m} \beta_k^{\{\hat{K}_{\text{x}}(\tau)\}} \psi_k(\tau,\gamma), \tag{8}$$

$$\beta_k^{\{\hat{K}_{\text{x}}(\tau)\}} = \frac{1}{\left\|\psi_k\right\|^2} \int_0^{\infty} K_x(\tau)\psi_k(\tau,\gamma)\mu^{\{\psi_k(\tau,\gamma)\}}(\tau,\gamma)d\tau. \tag{9}$$

Для получения адекватной математической модели необходимо пронормировать коэффициенты разложения $\beta_k^{\{K_{\text{x}}(\tau)\}}$ таким образом, чтобы выполнялось основное свойство КФ

$$\hat{K}_{\text{а}}(0) = \sigma_x^2 \sum_{k=0}^{m} b_k^{\{\hat{K}_{\text{x}}(\tau)\}} \psi_k(0,\gamma) = \sigma_x^2. \tag{10}$$

С помощью аналитического подхода определим модель производной КФ

$$\frac{d\hat{K}_{\text{а}}^{[1]}(\tau)}{d\tau} = \sigma_x^2 \sum_{k=0}^{m} b_k^{\{\hat{K}_{\text{x}}(\tau)\}} \frac{\partial \psi_k(\tau,\gamma)}{\partial \tau}. \tag{11}$$

Для модели (11) справедливо следующее условие нормировки:

$$\int_0^\infty \left(\frac{d\hat{K}_{\text{а}}^{[1]}(\tau)}{d\tau} \right) d\tau = \sigma_x^2 \int_0^\infty \left(\sum_{k=0}^{m} b_k^{\{\hat{K}_{\text{x}}(\tau)\}} \frac{\partial \psi_k(\tau,\gamma)}{\partial \tau} \right) d\tau = -\sigma_x^2. \tag{12}$$

Такой подход позволяет исключить погрешность численного дифференцирования $\dfrac{dK_{\text{x}}(\tau)}{d\tau} \approx \dfrac{K_{\text{x}}(\tau+\Delta\tau) - K_{\text{x}}(\tau)}{\Delta\tau}$, где $\Delta\tau$ – интервал дискретизации.

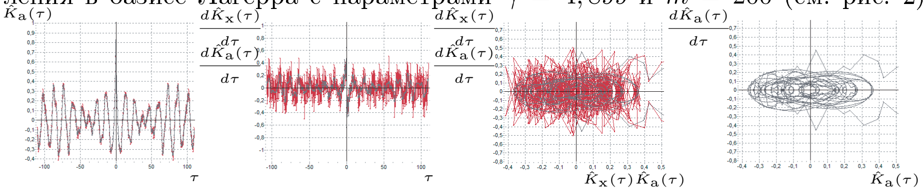
Знание модели КФ и производной КФ позволяет построить фазовое представление КФ

$$\Phi^{\{\hat{K}_{\text{x}}(\tau)\}}(j\tau) = \hat{K}_{\text{x}}(\tau) + j\frac{d\hat{K}_{\text{x}}(\tau)}{d\tau}$$

и с учетом фазового представления ортогональных функций представить в следующей форме:

$$\Phi^{[1]\{\hat{K}_{\text{x}}(\tau)\}}(j\tau) = \sum_{k=0}^{m} \beta_k^{\{\hat{K}_{\text{x}}(\tau)\}} \Phi_k^{\{\psi_k(\tau,\gamma)\}}(j\tau). \tag{13}$$

Ниже представлены модели КФ, ее производной и фазового представления в базисе Лагерра с параметрами $\gamma = 4,899$ и $m = 200$ (см. рис. 2).



а) б) в) г)

Рис. 2 – Вид моделей корреляционных характеристик: а) КФ; б) производной КФ; в) фазового представления КФ; г) выявленной характеристики на фоне шумовых помех

В четвертой главе приведен анализ методических погрешностей построения ортогональных рядов с наперед заданной точностью: погрешности оценки коэффициентов разложения, погрешности оценки параметров модели, фазовые погрешности оценки корреляционно - спектральных характеристик.

Представим методическую погрешность аппроксимации (2) в виде

$$\Delta = \Delta_{\min} + \Delta_1, \tag{14}$$

$$\Delta_{\min} = \int_0^\infty \big(f(\tau)\big)^2 \mu^{\{\psi_k(\tau,\gamma)\}}(\tau,\gamma) d\tau - \sum_{k=0}^{m} \big(\beta_k\big)^2 \big\|\psi_k\big\|^2 \tag{15}$$

– минимальная погрешность аппроксимации, вызванная ограничением числа членов ряда m;

$$\Delta_1 = \sum_{k=0}^{m} \big(\Delta\beta_k\big)^2 \big\|\psi_k\big\|^2 \tag{16}$$

– погрешность аппроксимации, вызванная оценкой коэффициентов $\Delta\beta_k = \hat{\beta}_k - \beta_k$. Значение методической погрешности (14), главным образом, зависит от способа оценки параметров, в частности, параметра масштаба. Существует несколько приближенных алгоритмов оценки параметра масштаба, которые, в свою очередь, не обеспечивают минимум-миниморум квадратической погрешности аппроксимации (14). Для ортогональных функций Лагерра известен оптимальный алгоритм определения данного параметра $\beta_{m+1} = 0$ (И.И. Волков, С.А. Прохоров, 1972).

С помощью метода аналитических разложений было получено обобщение данного алгоритма для функций Лагерра с произвольным параметром ортогонального базиса.

Рассмотрим методическую погрешность оценки коэффициентов разложения, рассчитанных с помощью численно-аналитического алгоритма, приведенного в главе 3. Представим оценку (6) идеальных коэффициентов разложения (4) с учетом представления приближаемой функции $\hat{f}(i\Delta\tau) = f(i\Delta\tau) + \xi(i\Delta\tau), \max|\xi(i\Delta\tau)| < \xi_{\max}$ в кусочно-линейном виде (5) со случайными параметрами $\hat{a}_i$ и $\hat{b}_i$

$$\hat{\beta}_k = \frac{1}{\left\|\psi_k\right\|^2} \sum_{i=0}^{I_{\max}-1} \left(\hat{a}_i I_{1,i,k} + \hat{b}_i I_{2,i,k}\right), \tag{17}$$

где

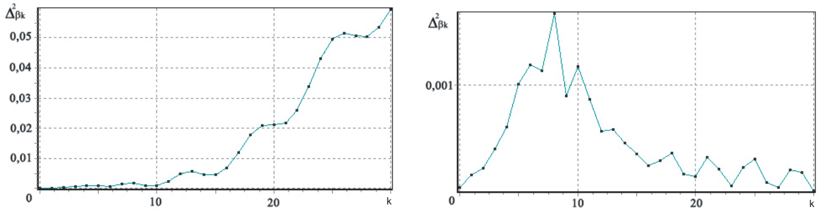
$$I_{1,i,k} = \int_{\tau_i}^{\tau_{i+1}} \psi_k(\tau,\gamma)\mu^{\{\psi_k(\tau,\gamma)\}}(\tau,\gamma)d\tau,\; I_{2,i,k} = \int_{\tau_i}^{\tau_{i+1}} \tau\psi_k(\tau,\gamma)\mu^{\{\psi_k(\tau,\gamma)\}}(\tau,\gamma)d\tau.$$

Пусть $\Xi_k(\hat{a}_i,\hat{b}_i)_{i=0..I_{\max}-1} = \sum\limits_{i=0}^{I_{\max}-1} \left(\hat{a}_i I_{1,i,k} + \hat{b}_i I_{2,i,k}\right)$. Тогда

$$\hat{\beta}_k = \frac{1}{\left\|\psi_k\right\|^2}\left[\Xi_k(a_i,b_i) + \Xi_k(\mathring{\hat{a}}_i,\mathring{\hat{b}}_i)\right], \quad M[\hat{\beta}_k] = \frac{1}{\left\|\psi_k\right\|^2}\Xi_k(a_i,b_i),$$

$$M\left[\left(\mathring{\hat{\beta}}_k\right)^2\right] = \frac{1}{\left\|\psi_k\right\|^4} \sum_{i=0}^{I_{\max}-1} \left(\sigma_{a_i}^2 I_{1,i,k} + \sigma_{b_i}^2 I_{2,i,k}\right).$$

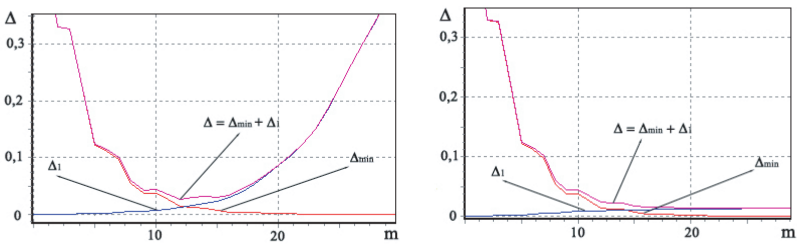
На рис. 3 приведены результаты оценки коэффициентов при численном алгоритме (стандартном) и предлагаемом численно-аналитическом алгоритме при проведении имитационного моделирования со следующими исходными данными: диапазон порядка коэффициента $k = 0..m$, $m = 30$; параметр масштаба функций Лагерра $\gamma = 4,899$; $\rho(\tau) = \exp(-\lambda\tau)\cos(\omega_0\tau)$ с отношением $\omega_0/\lambda = 5/1$, $\Delta\tau = 0,0816$, числом ординат $J = 37$, объем выборки $N = 5000$, $n_{exp} = 29$.



а) б)

Рис. 3 – Вид оценок $\left(\hat{\beta}_k - \beta_k\right)^2$: а) при численном алгоритме; б) при численно-аналитическом алгоритме

Из рис. 3 б) видно, что при дальнейшем увеличении числа членов ряда значения отклонений $\left(\hat{\beta}_k - \beta_k\right)^2$ уменьшаются, а величина этих отклонений ниже более чем на порядок. Отсюда следует – вклад погрешности вычисления коэффициентов, вызванной случайными отклонениями, в результирующую погрешность (14) снижается. Ниже приведены квадратические погрешности приближения при оценке коэффициентов разложения по различным методикам (см. рис. 4).



а) б)

Рис. 4 – Вид погрешности Δ и ее составляющих: а) при численном алгоритме; б) при численно-аналитическом алгоритме

В пятой главе приведено описание комплекса программ и основных программ построения ортогональных моделей с помощью описанных выше методов и алгоритмов.

Разработанный программный продукт имеет следующие требования и технические характеристики: тип ЭВМ - IBM PC совместимый; тип операционной системы - Windows XP и выше; наличие Microsoft Office (Word, Excel); среда разработки – Borland Delphi v. 7.0; размер программного продукта – 5,19 Мб; текущая версия – SCAN ver. 3.1.

Структура разработанного комплекса программ представлена на рис. 5.

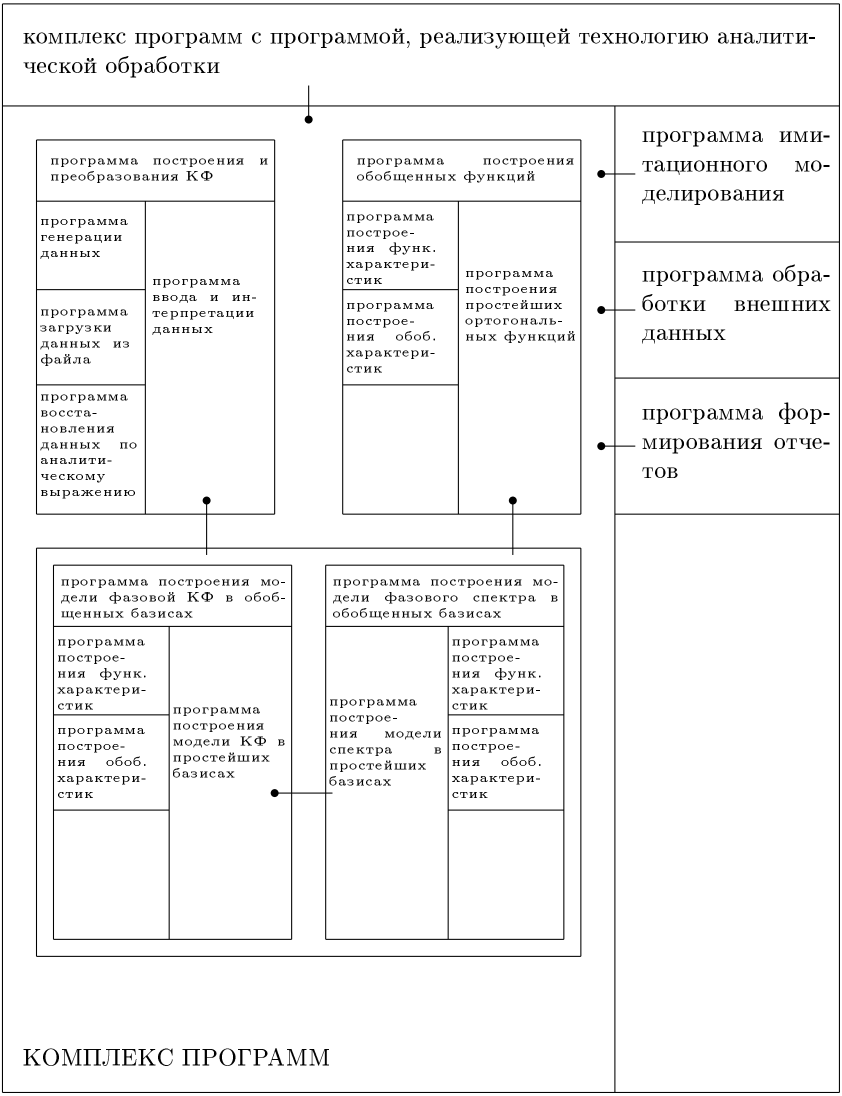


Рис. 5 – Структура разработанного комплекса программ

В шестой главе содержатся результаты проведения имитационного моделирования и решения прикладных задач с помощью разработанного комплекса программ.

Приводятся результаты имитационного моделирования, подтверждающие правильность работы разработанных методов и подходов. С помощью разработанного комплекса программ были решены две задачи прикладного характера, связанные с обработкой музыкальных и фотоплетизмографических сигналов.

В заключении сформулированы основные выводы, перечислены полученные в работе результаты.

В результате выполнения диссертационной работы были решены поставленные задачи и получены следующие результаты:

1. Проведен сравнительный анализ методов и программных комплексов ортогональных представлений корреляционно-спектральных характеристик. Показано, что дальнейшее улучшение качества ортогональных моделей связано с применением новых свойств ортогональных функций.
2. Разработаны алгоритмы, основанные на методе аналитических разложений, позволяющие:
   - представить функциональные характеристики ортогональных функций, такие как производные и неопределенные интегралы, в виде конечного ряда через ортогональные функции;
   - получить аналитические модели корреляционно - спектральных характеристик, используя простейшие ортогональные базисы;
   - снизить временные и ресурсные затраты при оценке коэффициентов разложения и фазового представления корреляционно - спектральных характеристик;
   - получить обобщение алгоритма оценки параметра масштаба, гарантирующего минимум-миниморум погрешности приближения, на базисные функции Сонина-Лагерра.
3. Предложен численно-аналитический алгоритм оценки коэффициентов разложения ортогональных моделей, позволяющий повысить ее точность.
4. Разработан комплекс программ для оценки корреляционно - спектральных характеристик методом ортогональных разложений в рамках методологии систем «Data Mining».
5. С помощью программного комплекса методом имитационного моделирования проведен метрологический анализ разработанных алгоритмов оценки корреляционно-спектральных характеристик.
6. Результаты исследований использовались при выполнении гранта по программе «У.М.Н.И.К.», а также внедрены в учебный процесс при подготовке специалистов по специальности 230102 - «Автоматизированные системы обработки информации и управления»в Самарском государственном аэрокосмическом университете, Саратовском государственном техническом университете, Пензенском государственном университете.

Основные результаты диссертации опубликованы в работах:

Монографии (в соавторстве):

1. Прикладной анализ случайных процессов/ Под ред. С. А. Прохорова/С.А. Прохоров, А.В. Графкин, **И.М. Куликовских** и др. – Самара: СНЦ РАН, 2007. – 582 с.

2. Прохоров, С. А. Ортогональные модели корреляционно - спектральных характеристик случайных процессов. Лабораторный практикум/С. А. Прохоров, **И. М. Куликовских**. – Самара: СНЦ РАН, 2008. – 301 с.

Статьи в изданиях, рекомендованных ВАК:

3. Прохоров, С. А. Частотные характеристики ортогональных функций Сонина-Лагерра/С.А. Прохоров, **И.М. Куликовских**//Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Серия физ.-мат. науки. – 2007. – №2(15). – С. 123-127.

4. Прохоров, С.А. Аппроксимация корреляционных функций и спектральных плотностей мощности ортогональными функциями Сонина-Лагерра/С.А. Прохоров, **И.М. Куликовских**//Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Серия физ.-мат. науки. – 2008. – №2(17). – С. 185-191.

5. Прохоров, С.А. Численно-аналитический подход к вычислению интегралов при построении ортогональных моделей/С.А. Прохоров, **И.М. Куликовских**// Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Серия физ.-мат. науки. – 2009. – №2(19). – С. 140-146.

Статьи в других изданиях:

6. Прохоров, С. А. Корреляционно - спектральный анализ в ортогональных базисах Якоби/С. А. Прохоров, **И. М. Куликовских**//Компьютерные технологии в науке, практике и образовании: труды Всероссийской межвузовской научно - практической конференции. – Самара: СГТУ, 2005. – С. 54-59.

7. Куликовских, И. М. Изучение влияния весовых функций ортогональных базисов на результаты аппроксимации корреляционных функций заданного вида/ **И. М. Куликовских**//«Перспектива - 2007». Т. II. Технические науки, архитектура, физика, математика: материалы Международного конгресса студентов, аспирантов и молодых ученых. – Кабардино-Балкария, Нальчик, 2007. – С. 51-53.

8. Прохоров, С.А. Частотные свойства ортогональных функций Якоби/С.А. Прохоров, **И.М. Куликовских**//Информационные технологии в высшем профессиональном образовании: сборник докладов второй межрегиональной научно - технической конференции. – Тольятти, 2007. – С. 125-128.

9. **Куликовских, И.М.** Многомерная параметрическая модель артериальной пульсовой волны/ И.М. Куликовских//Биомедсистемы - 2007. Биотехнические, медицинские и экологические системы и комплексы: материалы XX Юбилейной Всероссийской научно-технической конференции студентов, молодых ученых и специалистов. – Рязань: РГРТУ, 2007. – С. 112-113.

10. Калакутский, Л.И. Моделирование сигнала фотоплетизмографического измерительного преобразователя гемодинамических параметров сосудистого кровотока / Л.И. Калакутский, **И.М. Куликовских**//Актуальные проблемы радиоэлектроники и телекоммуникаций: материалы Всероссийской научно - технической конференции. – Самара: СГАУ, 2007. – С. 22-24.

11. **Куликовских, И.М.** Применение автоматизированной системы аппроксимативного корреляционно - спектрального анализа в ортогональных базисах при обработке физиологических биосигналов/И.М. Куликовских//XXXIV ГАГАРИНСКИЕ ЧТЕНИЯ: научные труды Международной молодежной научной конференции. – М: МАТИ, 2008. – С. 74.

12. Прохоров, С.А. Лабораторный практикум по ортогональным моделям корреляционно - спектральных характеристик случайных процессов/С.А. Прохоров, **И.М. Куликовских**//Математическое моделирование и краевые задачи: труды пятой Всероссийской научной конференции с международным участием. Ч.4. – Самара, 2008. – С. 112-116.

13. Прохоров, С.А. Погрешность оценки спектра по параметрам аппроксимирующего выражения корреляционной функции/С.А. Прохоров, **И.М. Куликовских**//Математическое моделирование и краевые задачи: труды пятой Всероссийской научной конференции с международным участием. Ч.4. – Самара, 2008. – С. 116-120.

14. **Куликовских, И.М.** Программный комплекс оценки корреляционно - спектральных характеристик методом ортогональных разложений/И.М. Куликовских//Проблемы и перспективы двигателестроения, секция «Коммерциализация результатов научно - технической деятельности»: материалы докладов конкурса программы «У.М.Н.И.К.» – Самара: СГАУ, 2009. – С. 17-18.

15. Прохоров, С.А. О некоторых свойствах ортогональности/ С.А. Прохоров, **И.М. Куликовских**//Информатика, моделирование, автоматизация проектирования (ИМАП-2009): сборник научных трудов Российской школы - семинара аспирантов, студентов и молодых ученых. – Ульяновск, 2009. – С. 195-197.

16. Prokhorov, S.A. Reduction of a numerical differentiation error by the method of orthogonal decomposition/S.A. Prokhorov, **I.M. Kulikovskikh**//Interactive systems and technologies: the problem of human - computer interaction: Collection of scientific papers. Vol.III. – Ulyanovsk, 2009. – С. 169-171.

17. **Куликовских, И. М.** Тенденции развития аппроксимативного подхода на примере разработки программного комплекса оценки корреляционно - спектральных характеристик методом ортогональных разложений в рамках программы «У.М.Н.И.К.»/И. М. Куликовских//X Королевские чтения: сборник трудов Всероссийской молодежной научной конференции с международным участием – Самара: СГАУ, 2009. – С. 292.

18. Прохоров, С.А. Применение метода ортогональных разложений для выявления зависимостей между характеристиками ортогональных базисов/С.А. Прохоров, **И.М. Куликовских**//Аналитические и численные методы моделирования естественнонаучных и социальных проблем: сборник статей IV

Международной научно - технической конференции – Пенза: Приволжский Дом знаний, 2009. – С. 81-83.

19. Прохоров, С.А. О некоторых преобразованиях коэффициентов разложения ортогональных моделей/ С.А. Прохоров, **И.М. Куликовских** // Компьютерные технологии в науке, практике и образовании: труды Всероссийской межвузовской научно - практической конференции. – Самара: СГТУ, 2009. – С. 40-43.

20. Прохоров, С.А. Методы оценки коэффициентов разложения ортогональных рядов/С.А. Прохоров, **И.М. Куликовских**//Идентификация, измерение характеристик и имитация случайных сигналов (состояние, перспективы развития) (ИИИ,2009): Сборник материалов международной конференции. – Новосибирск: НГТУ, 2009. – С. 168-171.

21. Prokhorov, S.A. SCAN: Software package of spectral-correlation analysis/ S.A. Prokhorov, **I.M. Kulikovskikh**//Перспективные информационные технологии для авиации и космоса (ПИТ-2010): Избранные труды Международной конференции с элементами научной школы для молодежи. – Самара, 2010. – С. 3-8.

22. Прохоров, С.А. Разработка программного продукта корреляционно - спектрального анализа в рамках методологии «Data Mining»/С.А. Прохоров, **И.М. Куликовских** // Проблемы автоматизации и управления в технических системах: материалы международной научно - технической конференции.— Пенза: ИИЦ ПГУ, 2011. – С. 164-167.

Свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ:

23. **Куликовских, И.М.** Автоматизированная система спектрально - корреляционного анализа методом ортогональных разложений «СКАН»/И.М. Куликовских, С.А. Прохоров / Свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ. Рег. №2009613943 от 24.07.09 г.

24. **Куликовских, И.М.** Автоматизированная информационная система исследования обобщенных ортогональных многочленов Якоби/И.М. Куликовских, С.А. Прохоров/Свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ. Рег. №2009614285 от 14.08.09 г.

25. Гребнев, В.В. Программа обработки базы данных нейтрализаторов/В.В. Гребнев, Г.Д. Мальчиков, В.И. Заражевский, И.Е. Кравченко, С.А. Прохоров, **И.М. Куликовских**/Свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ. Рег. №2010612790 от 06.10.10 г.

Подписано к печати 13 . 05 .2011 Формат $60 \times 84/16$

Тираж 100 Бесплатно

СГАУ 443086, Самара, Московское шоссе, д. 34