

В.В.Иванов

ДВЕ АНАЛОГИИ ПРИ РАСЧЕТЕ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ
В МАГНИТНЫХ ЦЕПЯХ

Наиболее точно рассчитать поля в электромагнитных преобразователях можно было бы на основе теории электромагнитного поля. Однако эти методы расчета сложны, трудоемки и недостаточно полно разработаны, особенно для двух- и трехмерных задач. Наиболее доступными являются методы расчета магнитных цепей, основанные на замене магнитной системы электрической схемой замещения. Схема замещения составляется в соответствии с конфигурацией магнитопроводов [1].

Возможны две аналогии при составлении схем замещения. По первой широко применяемой аналогии магнитный поток Φ соответствует току в схеме замещения. Обозначим ток I_m . По второй аналогии ток соответствует производной от магнитного потока по времени. Намагничивающая сила обмотки U_m , равная произведению числа ее витков W на ток I в ней, соответствует для обеих аналогий э.д.с.

Первую аналогию целесообразно применять для расчета датчиков с гальваномагнитными чувствительными элементами, выходные сигналы которых пропорциональны магнитному потоку, проходящему через них. В тех же случаях, когда необходимо рассчитать напряжение на одной из обмоток датчика, применение второй аналогии упрощает расчеты. Напряжение U_i в этом случае находится по простой формуле

$$U_i = I_m^* W_i, \quad (1)$$

где W_i - число витков обмотки;

I_m^* - рассчитанный по второй аналогии магнитный ток, проходящий через участок магнитопровода, охваченный обмоткой.

Вычисление производной от потока становится ненужным.

При второй аналогии легко определяется полное обобщенное сопротивление любой обмотки преобразователя Z_3 по известной проводимости его магнитной цепи G_m^* . Действительно, без учета активного сопротивления обмотки $R_{ос}$, э.д.с. на ней равна

$$U_i = I Z_3. \quad (2)$$

В свою очередь

$$\bar{I}_m = U_m G_m^* = W_i I G_m^* . \quad (3)$$

Подставив выражение (3) в (1), получим $U_i = W^2 I G_m^*$, т.е.

$$Z_3 = W^2 G_m^* ,$$

а с учетом активного сопротивления обмотки $Z = W^2 G_m^* + R_0 \delta$.

Расчет схем замещения участков магнитной цепи при гармонических намагничивающих силах достаточно полно разработан и широко применяется. Но его нельзя применять при вычислении переходных процессов в магнитной цепи и при негармонической намагничивающей силе.

Для определения сопротивления участка магнитной цепи круглого сечения радиусом A , длиной h с магнитной проницаемостью μ и электропроводностью σ воспользуемся известным уравнением для электромагнитного поля в цилиндрическом проводнике круглого сечения [2/

$$\frac{\partial^2 B(r,t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial B(r,t)}{\partial r} = \mu \sigma \frac{\partial B(r,t)}{\partial t} , \quad (4)$$

где r - расстояние от центра магнитопровода.

Граничное условие

$$B(A,t) = \mu \frac{W I(t)}{h} .$$

Используя преобразование Лапласа по переменной t ,

$$B(r,t) \div B(r,p) ;$$

$$\frac{dB(r,t)}{dt} \div p B(r,p) + B(r,0)$$

и приняв $B(r,0) = 0$,

получим уравнение

$$\frac{d^2 B(r,p)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dB(r,p)}{dr} - \mu \sigma B(r,p) = 0 ,$$

решение которого

$$B(r,p) = \frac{\mu W I(p)}{h} \frac{J_0(r\sqrt{-\mu\sigma p})}{J_0(A\sqrt{-\mu\sigma p})} ,$$

где J_0 - функция Бесселя первого рода нулевого порядка.

Из этого выражения легко найти магнитный поток

$$\Phi(p) = \frac{m S W I(p)}{h A \sqrt{-m \sigma p}} \frac{J_1(A \sqrt{-m \sigma p})}{J_0(A \sqrt{-m \sigma p})},$$

где S - площадь сечения магнитопровода.

По первой аналогии магнитное сопротивление

$$Z_{\text{мк}}(p) = \frac{W I(p)}{\Phi(p)} = \frac{h}{m S} \frac{J_1(A \sqrt{-m \sigma p})}{A \sqrt{-m \sigma p} J_0(A \sqrt{-m \sigma p})}. \quad (5)$$

Индекс K означает, что выражение относится к круглому магнитопроводу. Соответственно Γ будет обозначать принадлежность к плоскому.

Для тонкого плоского магнитопровода толщиной $2A$ исходным уравнением будет

$$\frac{\partial^2 B(x, t)}{\partial x^2} = m \sigma \frac{\partial B(x, t)}{\partial t}.$$

Решив это уравнение подобно (5), получим

$$Z_{\text{мп}}(p) = \frac{h}{m S} A \sqrt{m \sigma p} \operatorname{cth}(A \sqrt{m \sigma p}). \quad (6)$$

Зная $Z_{\text{м}}^*$, легко найти магнитное сопротивление для второй аналогии

$$Z_{\text{мк}}^*(p) = \frac{W I(p)}{p \Phi(p)} = \frac{Z_{\text{м}}(p)}{p}.$$

Пользоваться выражениями (6) и (5) в практических расчетах трудно. Упростить их можно разложением в цепную дробь

$$Z_{\text{мп}}(p) = \frac{h}{m S} \left(1 + \frac{A^2 m \sigma p}{3 + \frac{A^2 m \sigma p}{5 + \frac{A^2 m \sigma p}{7 + \dots}}} \right),$$

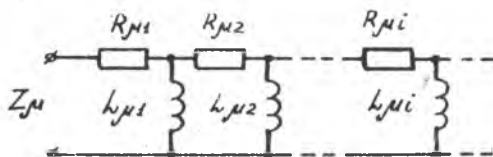
$$Z_{\text{мк}}(p) = \frac{h}{m S} \left(1 + \frac{A^2 m \sigma p}{8 + \frac{A^2 m \sigma p}{3 + \frac{A^2 m \sigma p}{16 + \dots}}} \right),$$

из которых можно определить элементы лестничного двухполюсника.

Элементы схемы по первой аналогии (рис. 1) для круглого и плоского сечений определяются по формулам:

$$R_{\mu k} = \frac{h}{j\omega S} (2i-1); \quad R_{\mu n} = \frac{h}{j\omega S} [4(i-1)+1];$$

$$L_{\mu k} = \frac{h A^2 \sigma}{S 8i}; \quad L_{\mu n} = \frac{h A^2 \sigma}{S (4i-1)}$$

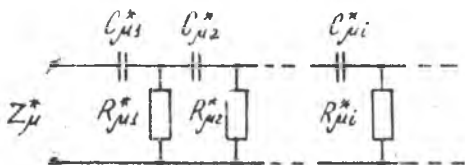


Р и с. 1. Схема замещения участка магнитной цепи при первой аналогии

Рассчитанные по второй аналогии элементы схемы замещения (рис. 2) вычисляются по формулам:

$$C_{\mu k}^* = \frac{j\omega S}{h(2i-1)}; \quad C_{\mu n}^* = \frac{j\omega S}{h[4(i-1)+1]};$$

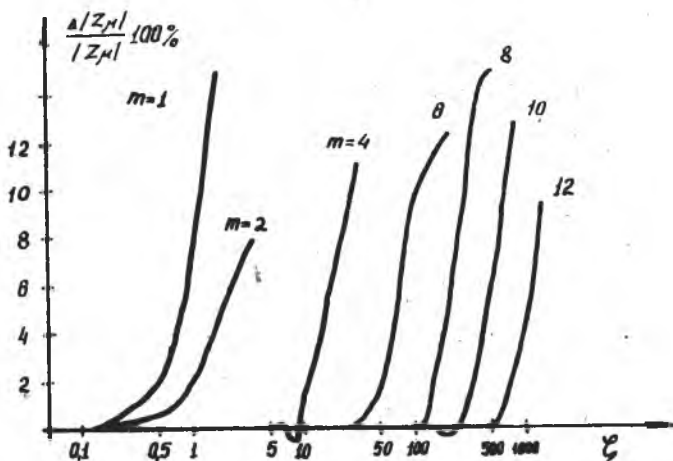
$$R_{\mu k}^* = \frac{h A^2 \sigma}{S 8i}; \quad R_{\mu n}^* = \frac{h A^2 \sigma}{S (4i-1)}$$



Р и с. 2. Схема замещения при второй аналогии

На рис. 3 изображена зависимость от относительной частоты $\xi = \omega A^2 \mu \sigma$ отклонения модуля магнитного сопротивления плоско-го магнитопровода, вычисленного по одно-, двух-, четырех- и т.д.

элементной схеме замещения, от сопротивления, вычисленного по формуле (6). Зная диапазон частот тока I , можно выбрать количество элементов схемы замещения.



Р и с. 3. Относительная погрешность вычисления магнитного сопротивления Z_{μ} при m - элементной схеме замещения

Шихтованные магнитопроводы нужно рассчитывать по формулам для плоского тонкого магнитопровода, считая каждую пластину магнитопроводом.

В большинстве случаев сечение магнитопровода нельзя отнести ни к круглому, ни к плоскому. Тогда целесообразно воспользоваться схемой замещения, элементы которой вычисляются по формулам:

$$R_{\mu i} = \frac{h}{\mu S} (3i-2); \quad C_{\mu i}^* = \frac{\mu S}{h(3i-2)};$$

$$L_{\mu i} = \frac{h A^2 \sigma}{86i}; \quad R_{\mu i}^* = \frac{h A^2 \sigma}{86i}.$$

Модуль магнитного сопротивления, рассчитанного по этой схеме замещения, отличается от вычисленного для круглого или плоского магнитопровода не более, чем на 30%. Такая погрешность вполне допустима, так как в электромагнитных преобразователях обычно ос-

новым элементом, определяющим магнитное сопротивление, является воздушный зазор.

Литература

1. Буль Б.К. Основы теории и расчета магнитных цепей. - М.-Л.: Энергия, 1964, - 464 с.
2. Анго А. Математика для электро- и радиомехаников. - М.: Наука, 1967. - 780 с.

УДК 621.317.39:084.2

Н.П.Волков, Н.И.Даников, А.В.Космачев

МЕТОДИКА РАСЧЕТА ЛИНЕЙНОЧАСТОТНОГО ЕМКОСТНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ ЛИНЕЙНЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ С ЧЕТНЫМ ЗАКОНОМ ИЗМЕНЕНИЯ ЧАСТОТЫ

В работотехнических комплексах, в системах автоматического управления для измерения линейных перемещений применяют емкостные преобразователи (ЕП), в частности, линейночастотные ЕП с изменяемой площадью взаимодействия подвижной и неподвижной пластин и четным законом изменения частоты измерительного LC-автогенератора, в колебательный контур (КК) которого включен ЕП.

Недостатком известных методик расчета ЕП [1-3] является невысокая точность воспроизведения заданной функциональной зависимости частоты LC-автогенератора на начальных участках перемещения подвижной пластины. В статье предлагается методика расчета линейночастотного ЕП с четным законом изменения частоты, позволяющая избежать указанного недостатка.

В работе рассматривается параллельное включение ЕП в КК LC-автогенератора [1]. Емкость ЕП

$$C_K = C + C_{K \min}, \quad (1)$$

где C - переменная часть емкости ЕП;

$C_{K \min}$ - паразитная емкость КК.

В силу требования четности закона изменения выходной частоты $f(x)$ LC-автогенератора (рис. 1, а, б) $x_0 = 0,5 x_1$, где $[0, x_0]$ -