[3] A.V. Kondrateva. Non-alternating Hamiltonian Lie algebras in three variables, arXiv: `math.RA/2101.00398` (2021)
[4] А.И. Кострикин, И.Р. Шафаревич. Градуированные алгебры Ли конечной характеристики. Изв. АН СССР. Сер. матем **33** (1969), no. 2, 251–322.

Классификация неальтернирующих гамильтоновых алгебр Ли характеристики 2

А.В. Кондратьева, М.И. Кузнецов
Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, Нижний Новгород, Россия
`alisakondr@mail.ru`, `kuznets-1349@yandex.ru`

Доклад посвящён разработанной авторами общей теории неальтернирующих гамильтоновых алгебр Ли над полем характеристики 2. Эти алгебры Ли в некотором смысле аналогичны гамильтоновым супералгебрам Ли $H(n,m)$ нулевой характеристики. Над полем характеристики 2 мы рассматриваем в качестве исходной коммутативной алгебры (алгебры «функций») алгебру разделённых степеней $\mathcal{O}(\mathcal{F})$, соответствующую флагу пространства «переменных» $E = \langle x_1, \dots, x_n \rangle$, алгебру Ли специальных дифференцирований $W(\mathcal{F})$ (алгебра векторных полей), комплекс симметрических дифференциальных форм $S\Omega(\mathcal{F})$ и невырожденную замкнутую дифференциальную симметрическую форму

$$\omega = \sum_i \omega_{ii} dx_i^{(2)} + \sum_{i<j} \omega_{ij} dx_i dx_j,$$

$\omega_{ij} \in \mathcal{O}(\mathcal{F})$.

Комплекс $S\Omega(\mathcal{F})$ имеет естественную структуры алгебры разделённых степеней над алгеброй $\mathcal{O}(\mathcal{F})$. Алгебра Ли $\tilde{P}(\mathcal{F}, \omega)$ гамильтоновых векторных полей в $W(\mathcal{F})$, сохраняющих форму ω, а также любая её подалгебра Ли, содержащая второй коммутант, называется неальтернирующей гамильтоновой алгеброй Ли. Применяя стандартный гамильтонов формализм, получаем изоморфизм неальтернирующих гамильтоновых алгебр Ли и алгебры Ли гамильтонианов, определённых с точностью до константы, относительно скобки Пуассона

$$\{f, g\} = \sum_i \overline{\omega}_{ii} \partial_i f \partial_i g + \sum_{i<j} \overline{\omega}_{ij} (\partial_i f \partial_j g + \partial_i g \partial_j f).$$

Здесь $\overline{\omega}_{ij}$ — матрица, обратная матрице формы ω.

Серия гамильтоновых алгебр Ли характеристики 2 с простейшей симметрической скобкой Пуассона была построена Lei Lin [1]. Некоторые алгебры этой серии изоморфны алгебрам Капланского [2]. Неальтернирующие гамильтоновы алгебры Ли исследовались D. Leites, S. Bouarrouj, M. Messaoudene, P. Grozman, A. Lebedev, I. Schepochkina в направлении распространения идей и методов теории супералгебр Ли на случай алгебр Ли чётной характеристики (см. [3], [4]).

Авторы получили классификацию градуированных неальтернирующих гамильтоновых алгебр Ли, основанную на построенной теории инвариантов неальтернирующих симметрических билинейных форм характеристики 2 относительно группы автоморфизмов флага. Найдены размерности простых градуированных неальтернирующих гамильтоновых алгебр Ли. Доказывается, что фильтрованные деформации градуированных неальтернирующих гамильтоновых алгебр Ли соответствуют неальтернирующим гамильтоновым формам с полиномиальными коэффициентами. Отметим, что классические градуированные гамильтоновы алгебры Ли имеют фильтрованные деформации, которые соответствуют дифференциальным формам с неполиномиальными коэффициентами [5]. Кроме того, при достаточно общих условиях, например, когда высоты переменных больше 1, градуированные неальтернирующие гамильтоновы алгебры являются жёсткими относительно фильтрованных деформаций, в отличие от классических гамильтоновых алгебр. Доказывается инвариантность стандартной максимальной подалгебры. Даётся описание дифференцирований и автоморфизмов фильтрованных неальтернирующих гамильтоновых алгебр Ли. Все результаты справедливы за исключением некоторых случаев, когда число переменных $n = 2$, 3 или 4.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант 18–01–00900/а, и Минобрнауки РФ (госзадание, проект №0729–2020–0055).

Список литературы

[1] L. Lin. Non-alternating Hamiltonian algebra $P(n, m)$ of characteristic 2. Comm. Alg. **21** (1993), 399–411.

[2] I. Kaplansky. Simple Lie algebras of characteristic 2. Lect. Notes Math. **933** (1982), 127–129.

[3] S. Bouarrouj, P. Grozman, A. Lebedev, D. Leites, Divided power(co)homology. Presentation of simple finite dimensional modular superalgebras with Cartan Matrix. Homology, Homotopy Appl. **12** (2010), 237–248.

[4] S. Bouarroudj, P. Grozman, A. Lebedev, D. Leites, I. Shchepochkina. New simple Lie algebras in characteristic 2. Math. Res. Notices **2009** (2015), 1–16.

[5] С.М. Скрябин. Классификация гамильтоновых форм над алгебрами разделенных степеней. Матем. сб. **181** (1990), 114–133.