Неальтернирующие гамильтоновы формы характеристики 2

А.В. Кондратьева
Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, Нижний Новгород, Россия
alisakondr@mail.ru

Доклад посвящен неальтернирующим гамильтоновым формам с функциональными коэффициентами $\omega \in S\Omega$ над алгебраически замкнутым полем K характеристики 2. Здесь $S\Omega$ — комплекс симметрических дифференциальных форм (инвариантное определение дано в работе [1]). В [2] приводится условие, при котором форма сводится к виду $\omega = \omega(0)$. Более наглядный случай трёх переменных рассмотрен в работе [3].

Пусть $\{x_1, \ldots, x_n\}$ — базис E, согласованный с флагом $\mathcal{F}$, m_1, …, m_n — соответствующий набор высот, $z_i = x_i^{(2^{m_i})}$. В докладе рассматриваются неальтернирующие гамильтоновы формы

$$\omega = \omega(0) + d\varphi + \sum_{i<j} b_{ij} dz_i dz_j,$$

где $\varphi \in \mathfrak{m}^{(2)} S\Omega^1$, $\mathfrak{m}$ — максимальный идеал $O(\mathcal{F})$ (определение см. в [4]), $b_{ij} \in K$.

Теорема. Неальтернирующую гамильтонову форму ω можно привести к одному из следующих видов в зависимости от высот переменных:

$\omega(0)$ с матрицей $\mathrm{diag}(M_0, \ldots, M_0, M_1, \ldots, M_1, 1_s)$,

где $M_0 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ и $M_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$,

$\omega = dx_1dx_2 + dx_3dx_4 + \ldots + dx_{n-2}dx_{n-1} + dx_n^{(2)} + \sum b_{jn} dz_j dz_n$, если $n = 2k+1$,

$\omega = dx_1dx_2 + dx_3dx_4 + \ldots + dx_{n-1}dx_n + dx_n^{(2)} + \sum b_{j,n-1} dz_j dz_{n-1}$, если $n = 2k$.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (проект 0729–2020–0055).

Список литературы

[1] М.И. Кузнецов, А.В. Кондратьева, Н.Г. Чебочко. О гамильтоновых алгебрах Ли характеристики 2. Матем. журнал. (НАН Казахстана) **16** (2016), no. 2, 54–65.

[2] M.I. Kuznetsov, A.V. Kondrateva, N.G. Chebochko. Non-alternating Hamiltonian Lie algebras in characteristic 2. I, arXiv: `math.RA/1812.11213` (2018).

[3] A.V. Kondrateva. Non-alternating Hamiltonian Lie algebras in three variables, arXiv: `math.RA/2101.00398` (2021)
[4] А.И. Кострикин, И.Р. Шафаревич. Градуированные алгебры Ли конечной характеристики. Изв. АН СССР. Сер. матем **33** (1969), no. 2, 251–322.

Классификация неальтернирующих гамильтоновых алгебр Ли характеристики 2

А.В. Кондратьева, М.И. Кузнецов
Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, Нижний Новгород, Россия
alisakondr@mail.ru, kuznets-1349@yandex.ru

Доклад посвящён разработанной авторами общей теории неальтернирующих гамильтоновых алгебр Ли над полем характеристики 2. Эти алгебры Ли в некотором смысле аналогичны гамильтоновым супералгебрам Ли $H(n,m)$ нулевой характеристики. Над полем характеристики 2 мы рассматриваем в качестве исходной коммутативной алгебры (алгебры «функций») алгебру разделённых степеней $\mathcal{O}(\mathcal{F})$, соответствующую флагу пространства «переменных» $E = \langle x_1, \ldots, x_n \rangle$, алгебру Ли специальных дифференцирований $W(\mathcal{F})$ (алгебра векторных полей), комплекс симметрических дифференциальных форм $S\Omega(\mathcal{F})$ и невырожденную замкнутую дифференциальную симметрическую форму

$$\omega = \sum_i \omega_{ii} dx_i^{(2)} + \sum_{i<j} \omega_{ij} dx_i dx_j,$$

$\omega_{ij} \in \mathcal{O}(\mathcal{F})$.

Комплекс $S\Omega(\mathcal{F})$ имеет естественную структуры алгебры разделённых степеней над алгеброй $\mathcal{O}(\mathcal{F})$. Алгебра Ли $\tilde{P}(\mathcal{F},\omega)$ гамильтоновых векторных полей в $W(\mathcal{F})$, сохраняющих форму ω, а также любая её подалгебра Ли, содержащая второй коммутант, называется неальтернирующей гамильтоновой алгеброй Ли. Применяя стандартный гамильтонов формализм, получаем изоморфизм неальтернирующих гамильтоновых алгебр Ли и алгебры Ли гамильтонианов, определённых с точностью до константы, относительно скобки Пуассона

$$\{f, g\} = \sum_i \overline{\omega}_{ii} \partial_i f \partial_i g + \sum_{i<j} \overline{\omega}_{ij} (\partial_i f \partial_j g + \partial_i g \partial_j f).$$

Здесь $\overline{\omega}_{ij}$ — матрица, обратная матрице формы ω.

Серия гамильтоновых алгебр Ли характеристики 2 с простейшей симметрической скобкой Пуассона была построена Lei Lin [1]. Некоторые алгебры