

АДРОННЫЕ РЕЗОНАНСЫ И ДИФРАКЦИОННОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ В ФИЗИКЕ ПРОМЕЖУТОЧНЫХ ЭНЕРГИЙ

Ф.А. Гареев, Ю.Л. Ратис

Введение

В классической физике хорошо известны примеры так называемых "грубых" (удаленных от точек бифуркации) систем, глобальные свойства которых прекрасно описываются в простейших подходах. Однако точность описания физической картины падает в процессе ее детализации. Другими словами, характерной особенностью грубых систем является возможность их адекватного описания с помощью моделей, содержащих небольшое число извлекаемых из эксперимента параметров, причем «уточнение» модели путем добавления параметров ухудшает глобальное согласие теории с экспериментом. Впервые подобное поведение систем в классической механике (на примере задач небесной механики) было открыто Анри Пуанкаре, который, собственно, и предложил удачное название для таких систем. Описанный выше эффект подробно изучен в рамках теории аппроксимации таблично заданных функций. Хорошо известно, что с ростом порядка аппроксимирующего многочлена начинается раскачка аппроксимации в межузловых интервалах, а задача корректной экстраполяции экспериментальных данных становится вообще невыполнимой.

В физике классическим примером корректной работы с грубыми системами является теория дифракции. Рассмотрим с этой точки зрения стандартную теорию, которая на протяжении последних десятилетий является основой для понимания физики электрослабых и сильных процессов. На сегодняшний день отсутствуют экспериментальные данные, которые принципиально не вписываются в рамки стандартной модели. Это свидетельствует о том, что качественная картина физики микромира нарисована правильно. В то же время имеется огромное число задач, не имеющих удовлетворительного количественного решения. Это относится, в первую очередь, к физике промежуточных энергий и, в частности, теории адронных резонансов.

В настоящей работе мы не рассматриваем внутренние проблемы стандартной теории, такие как «загадка поколений» (существование трех поколений кварков и лептонов (ν_e, e, u, d) , (ν_μ, μ, c, s) , (ν_τ, τ, t, b) , взаимодействующих универсальным образом, проблемы иерархии, ...), непертурбативность КХД в области промежуточных энергий и т.п. Дело том, что проблемы физики промежуточных энергий связаны не только с непригодностью теории возмущений для КХД в исследуемом диапазоне энергий, но и с рядом особенностей самой стандартной теории. В частности, в стандартной теории содержится слишком много параметров (более 20), претендующих на роль фундаментальных констант. К числу таковых относятся массы кварков и лептонов, константы связи, углы смешивания и т.п. Кроме того, наличие асимптотической свободы в рамках КХД приводит к появлению бегущей константы связи, что, фактически, увеличивает число фундаментальных постоянных «до бесконечности».

В итоге в существующем варианте стандартная модель не является грубой по Пуанкаре, а многочисленные попытки определения фундаментальных констант теории из эксперимента приводят к разнобою во мнениях различных авторов. В дополнение ко всему сказанному в рамках стандартной модели традиционно избегают обсуждения проблемы дискретных неоднозначностей вершинных функций. Однако хорошо известно, что эта проблема неизбежно возникает при попытке определения фундаментальных констант по имеющимся в наличии экспериментальным данным в ограниченном диапазоне энергий. Все вышесказанное позволяет сформулировать требования к версии стандартной модели, пригодной для практических расчетов в области промежуточных энергий: 1) логическая простота; 2) «грубость»; 3) выполнение принципа соответствия; 4) универсальность.

Таким образом, возникает задача модификации стандартной модели с целью придания ей достаточной степени «грубости» и вычислительной эффективности.

Целью настоящей работы является приложение методов теории дифракции (в сочетании с методами теории подобия, размерности и автомодельности) к задаче исследования гросс - структуры спектра адронных резонансов и создание феноменологического базиса для нестандартной экстраполяции стандартной модели в область промежуточных энергий.

1. Основные положения подхода

В работах [1-4] была предложена следующая концепция для описания адронных резонансов: периодическое движение, преломление и интерференция де - Бройлевских волн в ограниченном объеме пространства отвечает за образование резонансов в любой квантовой системе. Оказывается, что классический аналог этого утверждения, хорошо проверенный в акустике и в теории электромагнитных колебаний, может быть с минимальными модификациями перенесен в физику промежуточных энергий.

Сформулируем основные предпосылки для обоснования этой концепции.

1. В физике промежуточных энергий в течение почти 40 лет успешно используется приближение Глаубера - Ситенко - квантовомеханический вариант теории дифракции.

2. Хорошо известно, что дифракционная картина практически не зависит от конкретных физических свойств препятствия и определяется только его размерами и формой.

3. Резонансы во всех известных волновых системах связаны с образованием стоячих волн.

4. Все пространство в окрестности распадающегося адронного (или дибарионного) резонанса может быть разбито на "внутреннюю" и "внешнюю" области в полном соответствии с основной концепцией **R**- матричного подхода [10], прошедшего всестороннюю и успешную апробацию в теории ядерных реакций при низких и промежуточных энергиях. Мы будем считать надежно установленным опытным фактом явление конфайнмента. При этом для нас существенно только то, что во "внешней" области $r > r_0$ (r_0 - радиус канала) наблюдаются исключительно полностью сформировавшиеся бесцветные адроны. Конкретный кварковый состав адронов определяет правила отбора. Движение кварков во "внутренней" области адронного резонанса формирует эффективную амплитуду волновой функции относительного движения бесцветных объектов - наблюдаемых адронов. Никаких специальных гипотез о характере динамики кварковых "мешков" не вводится: механизмы адронизации кварков не рассматриваются.

5. В настоящее время нет серьезных оснований для сомнения в правильности теоретико-групповой классификации адронов, используемой "Particle Data Group" (см., например, [21] и более поздние выпуски). Мы будем придерживаться этой систематики при проведении расчетов спектра масс (детали см. в [11,23]) адронных резонансов.

6. Сильновзаимодействующие системы, в принципе, могут быть описаны в рамках концепции самосогласованного поля. В ядерной физике - это широко известная модель оболочек, оптическая модель упругого рассеяния, а также Мигдаловская теория конечных Ферми - систем. (Попутно отметим, что аналогичное приближение для электромагнитного взаимодействия - это общепринятое в атомной физике приближение Хартри - Фока). В нашем случае - это гипотеза о том, что, по крайней мере, вблизи радиуса r_0 относительное движение продуктов двухчастичного распада адронного резонанса может быть описано релятивистским волновым уравнением (типа уравнения Клейна-Гордона) с некоторым эффективным самосогласованным потенциалом. Этот потенциал был найден (с точностью до дискретной неоднозначности) путем решения задачи Штурма - Лиувилля для заданного класса функций.

7. В рамках **R**- матричного подхода наличие потенциала эквивалентно заданию определенных граничных условий на радиусе канала r_0 .

8. В нерелятивистской квантовой механике теория связанных состояний основана на использовании уравнения Шредингера с вещественным потенциалом и математически эквивалентна основанной на уравнении Гельмгольца теории закрытых резонаторов для случая **E** - и **L** - зависящих граничных условий. В физике адронных резонансов мы имеем дело с со-

стояниями НЕПРЕРЫВНОГО спектра. Поэтому естественно предположить, что с точки зрения теории резонаторов адронный резонанс принципиально ничем не отличается от резонансов другой физической природы - он соответствует образованию стоячих волн в ОТКРЫТОМ резонаторе. То есть относительное движение сильновзаимодействующих продуктов двухчастичного распада в эффективном самосогласованном поле может быть имитировано в модели граничных условий заданием условия ИЗЛУЧЕНИЯ на радиусе канала. В теории дифракции это означает, что радиус канала лежит вблизи каустической поверхности.

9. Развиваемый подход не противоречит КХД [25] и другим теоретическим схемам (например, алгебре токов или теории полюсов Редже [24]).

На основе указанных предположений, введенных в работах [1-4], были рассчитаны массы для большой группы адронных резонансов.

2. Адронные резонансы

Резонансы в волновых системах, как правило, возникают в случае, когда отношение размеров l_{eff} резонирующей системы ("полости") к длине соответствующей волны λ определяется выражением типа:

$$l_{\text{eff}} = (n + \gamma)\lambda, \quad n = 1, 2, \dots \quad (1)$$

где γ - число порядка 1 ($0 \leq \gamma \leq 1$), зависящее от граничных условий для заданной степени свободы и типа волнового уравнения для резонирующей системы. Попробуем с этих позиций проанализировать спектр Δ - изобар. Если отвлечься от эффектов **L**- зависимости и спин - орбитального взаимодействия и рассматривать только грубую структуру этого спектра, то можно заметить, что мы имеем дело с 4 мультиплетами, отстоящими друг от друга примерно на 400 МэВ. "Квазиосцилляторный" характер gross-структуры Δ - спектра заставляет предположить, что Δ - резонансное состояние πN - системы можно приближенно описать с

помощью осцилляторного потенциала с параметром $r_0 = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}} \approx 0.86$ фм, близким к элек-

ромагнитному размеру нуклона. В работах [1-4] было показано, что для пионов, образующихся при распаде Δ - изобар, величины импульсов в системе центра инерции (СЦИ) не противоречат подобной оценке, сделанной в предположении, что $\gamma = 0$ и практически совпадают с аналогичными значениями импульсов пионных пучков, возбуждающих Δ - резонансы. Кроме того, импульсы испускаемых пионов с хорошей степенью точности являются целыми кратными от характерного импульса $\tilde{P}_\pi^0 \approx 0.23$ ГэВ/с, определяемого размерами нуклона $r_0 = \hbar / \tilde{P}_\pi^0(\text{СЦИ}) = 0.86$ фм. Аналогичные вычисления, хорошо воспроизводящие совокупность экспериментальных данных, были проделаны для случая N^* - резонансов с использованием «главного квантового числа» n и «постоянной граничных условий» $\gamma = 1/2$. В результате обобщения указанных результатов получается условие квантования асимптотического импульса (т.е. импульса свободных частиц в выходном канале распада исследуемого резонанса):

$$Pr_0 = n + \gamma, \quad (2)$$

где $\gamma = 0$ или $1/2$; здесь и всюду далее в работе используется система единиц $\hbar = c = 1$. Случай $Pr_0 = n + 1/2$ интерпретируется как радиальное квантование, а случай $Pr_0 = L$ может рассматриваться как хорошо известное условие орбитального квантования по Бору-Зоммерфельду. В результате такого асимптотического квантования получается массовая формула бальмеровского типа:

$$m_n(r) = \sqrt{m_1^2 + P^2} + \sqrt{m_2^2 + P^2} + \Delta m_n = \sqrt{m_1^2 + \left(\frac{n+\gamma}{r_0}\right)^2} + \sqrt{m_2^2 + \left(\frac{n+\gamma}{r_0}\right)^2} + \Delta m_n, \quad (3)$$

где $\gamma = 0$ или $1/2$, символ \mathbf{r} означает, что мы имеем дело с резонансом, а индексы 1 и 2 соответствуют первой и второй частицам, наблюдаемым в выходном канале двухчастичного распада адронного резонанса $\mathbf{r} \rightarrow 1 + 2$ соответственно.

Формула (3) хорошо описывает гросс-структуру спектра адронных резонансов, поскольку соотношение $\Delta m_n < \Gamma$ имеет место для всех исследованных случаев сильных распадов $\mathbf{r} \rightarrow 1 + 2$. Главный член в формуле (3) воспроизводит только положение "центра тяжести" мультиплета и именно в этом смысле описывает гросс-структуру спектра адронных резонансов. Тонкая структура этих спектров определяется остаточным взаимодействием и соответствующими квантовыми числами, которые отсутствуют в рамках подхода [1-4]. Таким образом, условие $\Delta m_n < \Gamma$ может рассматриваться как эмпирический факт.

Следуя изложенной концепции, мы провели систематические исследования гросс-структуры спектра масс всех известных адронных резонансов, начиная от легких мезонов и кончая боттомониями [1-4].

В табл. 1 представлены экспериментальные и теоретические значения импульсов пионов, образующихся в результате распада Δ -резонансов ($\gamma = 0$). Пересчет импульса пиона, образующегося в результате распада Δ -изобары в ее инвариантную массу, тривиален. Уровень согласия теоретических и экспериментальных значений масс Δ -изобар удовлетворительный (погрешность не превосходит полуширины соответствующего резонанса).

Таблица 1

Спектр Δ -изобар

Резонанс	$P_{\pi}^{\text{лаб}},$ Гэв/с	$P_{\pi}^{\text{СЦП}},$ Гэв/с	$1/P_{\pi}^{\text{СЦП}},$ фм	$r_0/(n + \gamma),$ фм	$n + \gamma$
$\Delta(1232)$	0.30	0.227	0.86	0.86	1
$\Delta(1620)$	0.91	0.526	0.38	0.43	2
$\Delta(1950)$	1.54	0.741	0.27	0.29	3
$\Delta(2420)$	2.64	1.023	0.19	0.21	4

Табл. 1 демонстрирует высокую точность формул (2), (3) для случая Δ -изобар.

Аналогичные вычисления были проделаны для случая N^* -резонансов (табл. 2). В этой таблице приведена систематика резонансов, основанная на использовании «главного квантового числа» n и постоянной граничных условий $\gamma = 1/2$. Очевидно, что отсутствие «пробелов» в систематике Δ - и N^* -резонансов при $1 \leq n \leq 4$ можно рассматривать как указание на теоретическую возможность существования $N^*(1125)$ -резонанса с массой $m_{N^*} \approx 1115-1130$ МэВ и шириной $\Gamma < 30$ МэВ.

Таблица 2

Спектр N^* -резонансов

Резонанс	$P_{\pi}^{\text{лаб}},$ Гэв/с	$P_{\pi}^{\text{СЦП}},$ Гэв/с	$1/P_{\pi}^{\text{СЦП}},$ фм	$r_0/(n + \gamma),$ фм	$n + \gamma$
$N^*(1125)$	0.137	0.114	1.73	1.73	$1/2$
$N^*(1440)$	0.610	0.397	0.50	0.57	$3/2$
$N^*(1710)$	1.070	0.587	0.34	0.34	$5/2$
$N^*(2200)$	2.140	0.897	0.22	0.25	$7/2$
$N^*(2600)$	3.120	1.126	0.18	0.19	$9/2$

Рассмотрение странных барионных резонансов также приводит к выводу о правомерности используемого подхода. В табл.3 приведены данные о Λ - гиперонах. Как и в случае нестранных барионных резонансов, погрешность определения масс барионных резонансов относительно невелика и остается только констатировать эффективность простейшей массовой формулы (3), позволяющей воспроизвести положение более 1000 резонансов без использования подгоночных параметров.

Отметим, что анализ двухчастичных распадов мезонов приводит к сходным результатам. Все вышеперечисленное свидетельствует о том, что мы имеем дело с глубокой физической закономерностью.

Таблица 3

Спектр Λ - гиперонов. Для каждого бариона указаны квантовые числа $I(J^P)$

Резонанс	Каналы распада	n	γ	M (МэВ)	Γ (МэВ)
$\Lambda(1116) 0(1/2^-)$	$p\pi^-$ (64.0 ± 0.5)% $n\pi^0$ (35.7 ± 0.5)%	0	1/2 1/2	1125	$\sigma_t = 7.89$ см
$\Lambda(1405) S_{01} 0(1/2^-)$	$\Sigma\pi$ (100)%	0	1/2	1376	45-65
$\Lambda(1520) D_{02} 0(3/2^-)$	$N\bar{K}$ (45.0 ± 1.0)% $\Sigma\pi$ (42.0 ± 1.0)%	1 1	0 0	1510 1480	15.6 ± 1.0
$\Lambda(1600) P_{c1} 0(1/2^+)$	$N\bar{K}$ (15 - 30)% $\Sigma\pi$ (10 - 60)%	1 1	1/2 1/2	1601 1610	50-250 (150)
$\Lambda(1670) S_{01} 0(1/2^-)$	$N\bar{K}$ (15 - 25)% $\Sigma\pi$ (20 - 60)% $\Lambda\eta$ (15 - 35)%	1 1 0	1/2 1/2 1/2	1601 1610 1682	25-50 (35)
$\Lambda(1690) D_{03} 0(3/2^-)$	$N\bar{K}$ (20 - 30)% $\Sigma\pi$ (20 - 40)%	2 2	0 0	1719 1755	50 - 70 (60)
$\Lambda(1800) S_{01} 0(3/2^-)$	$N\bar{K}$ (25 - 40)%	2	1/2	1857	200-400 (300)
$\Lambda(1810) P_{01} 0(1/2^+)$	$N\bar{K}$ (20 - 50)% $\Sigma\pi$ (10 - 40)%	2 2	1/2 1/2	1857 1911	50-250 (150)
$\Lambda(1820) F_{05} 0(5/2^+)$	$N\bar{K}$ (55 - 65)% $\Sigma\pi$ (8 - 14)% $\Sigma(1385)\pi$ (5 - 10)%	2 2 1	1/2 1/2 1/2	1857 1911 1798	70-90 (80)
$\Lambda(1830) D_{05} 0(5/2^-)$	$N\bar{K}$ (3 - 10)% $\Sigma\pi$ (35 - 75)% $\Sigma(1385)\pi$ (> 15)%	2 2 1	1/2 1/2 1/2	1719 1755 1798	60 - 110 (95)
$\Lambda(1890) P_{03} 0(3/2^+)$	$N\bar{K}$ (20 - 35)% $\Sigma\pi$ (3 - 10)%	2 2	1/2 1/2	1857 1911	60-200 (10)
$\Lambda(2110) G_{07} 0(7/2^-)$	$N\bar{K}$ (25 - 35)% $N\bar{K}^*(892)$ (10-20)% $\Sigma\pi$ (<5 %) $\Lambda\omega$ (<8 %)	3 2 3 2	0 0 0 0	2011 2047 2016 2113	100-250 (200)
$\Lambda(2110) F_{05} 0(5/2^+)$	$N\bar{K}$ (5 - 25)% $\Sigma\pi$ (10 - 40)% $N\bar{K}^*(892)$ (10-60)%	3 3 2	0 0 0	2011 2016 2047	150-250 (200)
$\Lambda(2350) H_{09} 0(9/2^-)$	$N\bar{K}$ (~12 %) $\Sigma\pi$ (<10 %)	3 3	1/2 1/2	2317 2192	100-250 (150)

На данном этапе рассмотрения остается полностью открытым вопрос о физической интерпретации «главного квантового числа» n . Корректная трактовка этого квантового числа возможна только на основе привлечения микроскопических подходов (например, КХД или теории конечных ферми - систем) и является задачей дальнейших исследований.

Из сопоставления теоретических и экспериментальных данных, приведенных в табл. 1,2,3 видно, что квазиклассический по своей природе метод расчета масс адронных резонансов позволяет производить вычисления масс барионов с погрешностью, не превышающей полуширины соответствующего резонанса.

Результаты расчета спектров Σ, Ξ, Ω - барионов и очарованных барионов согласуются с экспериментом с той же степенью точности.

Отметим, что на основе изложенного подхода в работах [1-4] были рассчитаны массы дибарионных резонансов (см. работы [5-9]) и предсказан ряд новых адронных резонансов.

3. Принципы подобия, размерности и автомодельности

Проиллюстрируем работоспособность методов теории подобия на хорошо известных примерах из нерелятивистской ядерной физики. Согласно Вейцеккеру [17] радиус ядра зависит от числа нуклонов A как

$$R = R_0 A^{1/3}, \quad (4)$$

т.е. объем ядра пропорционален числу нуклонов. При построении теории квантовых жидкостей Ландау ввел понятие о квазичастицах [18], позволившее систематически применять для анализа сильновзаимодействующих плотных систем приближение независимых квазичастиц. Важнейшей характеристикой квазичастиц в конечных ферми - системах оказалась дебройлевская длина волны $\lambda_f = 1/k_f$ квазичастицы, наиболее близко расположенной к границе их ферми - распределения. Однако введение понятия "квазичастица" представляется достаточно обоснованным только при выполнении условия

$$k_f R \gg 1, \quad R \gg \lambda_f, \quad (5)$$

что совпадает с условием применимости квазиклассического приближения в квантовой механике.

В рамках теории конечных ферми - систем энергию основного состояния ядра можно представить в виде суммы:

$$E = E_0 + E_1, \quad (6)$$

где E_0 и E_1 - плавная и осциллирующая функции числа квазичастиц соответственно. Согласно работе [19] энергия E_1 имеет период $\pi/2$ в шкале $k_f R$. Действительно, для квазичастиц в ядре выполняется условие применимости квазиклассического приближения. Поэтому можно применить правило радиального квантования Бора - Зоммерфельда. В итоге получается правило квантования для уровня Ферми [19]:

$$k_f R = \frac{\pi}{2} n, \quad n = 2,3,4,\dots, \quad (7)$$

достаточно хорошо воспроизводящее магические числа нуклонов в ядре. Приведенный результат можно интерпретировать следующим образом: наибольшей стабильностью обладают ядра, у которых на диаметре $d=2R$ укладывается целое число дебройлевских полуволен квазичастицы, лежащей на поверхности Ферми. Подобное поведение квантовой системы с классической точки зрения соответствует возбуждению собственных колебаний дебройлевских волн внутри сферической полости радиуса R .

Выше мы кратко рассмотрели гросс - структуру ядра, отвлекаясь от ее тонких деталей. Ядро рассматривалось как грубая система, динамику которой можно описать в общих чертах в рамках теории ферми - жидкости. Указанный подход был использован В.Г. Носовым [19] в монографии "Макроскопические квантовые эффекты в атомных ядрах". Для применимости такого подхода необходимо выполнение соотношений (4) и (5). При этом оказывается, что важнейшей характеристикой ядра как грубой системы является величина $k_f R$, по

определению совпадающая с угловым моментом $\mathbf{L} = \mathbf{k}_f \mathbf{R}$ квазичастицы, лежащей на поверхности Ферми.

Использование принципов подобия, размерностей и автомодельности оказалось очень успешным в механике сплошных сред, гидродинамике, теории горения и т.п. [12,13,14].

Гипотеза автомодельности, введенная в физику частиц Матвеевым, Мурадяном и Тавхелидзе, подразумевает инвариантность по отношению к преобразованию импульсного пространства $\mathbf{P}_i \rightarrow \xi \mathbf{P}_i$, причем продольная и поперечная шкалы этого масштабного преобразования могут различаться [16].

Дальнейшее развитие эти принципы получили в работах А.М. Балдина [15], посвященных релятивистской теории динамических систем.

Применим изложенные выше принципы для анализа спектра адронных резонансов. Воспользуемся тем, что для сферически симметричных систем угловой момент \mathbf{L} является интегралом движения. Кроме того, он остается неизменным при преобразовании подобия

$$\mathbf{P} \rightarrow \xi \mathbf{P}, \quad \mathbf{r} \rightarrow \xi^{-1} \mathbf{r}, \quad (8)$$

где $\mathbf{P} = \hbar \mathbf{k}$. В этом случае длина волны де Бройля преобразуется как $\lambda_D \rightarrow \xi^{-1} \lambda_D$. Итак, в квазиклассическом приближении $\mathbf{L} = \mathbf{R} / \lambda_D$, то есть интеграл движения \mathbf{L} определяется характерным размером системы и соответствующей длиной дебройлевской волны. В работах [1-4] было показано на конкретных примерах, что условие квантования (2) может быть применено для адронных резонансов, распадающихся как за счет сильного, так и за счет слабого взаимодействия. Поэтому мы примем следующую рабочую гипотезу: условие квантования (2) справедливо для резонансов любой природы, независимо от вида взаимодействия при выполнении условия квазиклассичности (5). Другими словами, здесь мы имеем дело с принципом автомодельности второго рода. То есть к принципам теории размерности и автомодельности добавляются определенные свойства асимптотического поведения рассматриваемых величин. В нашем случае это требование выполнения условия квазиклассичности (5).

Перепишем формулу (3), используя соотношения $\lambda_D = \hbar / \mathbf{P}$ и $\lambda_C = \hbar / \mathbf{mc}$:

$$\mathbf{m}_n(\mathbf{r}) = \frac{\hbar}{c} \left(\sqrt{\lambda_C^{-2}(1) + \lambda_D^{-2}} + \sqrt{\lambda_C^{-2}(2) + \lambda_D^{-2}} \right), \quad (9)$$

где $\lambda_C = \hbar / \mathbf{mc}$ комптоновская длина волны для продуктов бинарного распада резонанса. Здесь параметры подобия λ_D / λ_C , r_0 / λ_D и при их фиксированных значениях величина инвариантной массы остается подобной самой себе при изменении всех остальных параметров задачи.

Следует заметить, что в приведенной выше формулировке принципа автомодельности для распределения масс резонансов одинаково важную роль играют длины волн де Бройля и Комптона. Только при определенных соотношениях между ними возникают резонансы:

$$\frac{r_0}{\lambda_D} \propto \frac{\lambda_C}{\lambda_D} \propto \mathbf{n}. \quad (10)$$

Важным следствием этого утверждения является вывод о том, что в качестве динамических уравнений в дифракционной теории адронных резонансов могут использоваться только уравнения Клейна-Гордона, Дирака или Рариты - Швингера (в зависимости от спина частицы) для свободной частицы, ибо только в этих уравнениях асимптотический импульс наблюдаемых адронов и характеристический комптоновский импульс содержатся в нужной комбинации.

В работах [1-4] мы показали, чтоgross - структура спектра масс адронных резонансов в таком варианте теории дифракции получается, если для любого из перечисленных выше динамических уравнений ставятся граничные условия ИЗЛУЧЕНИЯ на ВНЕШНЕЙ границе распадающегося резонанса (на радиусе канала с точки зрения R - матричного формализма). В этом смысле перечисленные уравнения вкупе с граничными условиями играют в теории сильных взаимодействий роль физического аналога уравнения Гельмгольца в теории ди-

фракции электромагнитных волн. Они не заменяют последовательной (но, к сожалению, фактически отсутствующей) фундаментальной теории сильных взаимодействий (как и уравнение Гельмгольца, строго говоря, неэквивалентно системе уравнений Максвелла с аккуратно поставленными граничными условиями), но дают вычислительно эффективные рецепты нахождения гросс - структуры спектра масс адронных резонансов. Интересно отметить, что известное правило квантования Бора в задаче об атоме водорода может быть представлено в форме, аналогичной соотношению (10):

$$\lambda_D \alpha = \lambda_C, \tag{11}$$

где α - постоянная тонкой структуры.

4. Масштабные эффекты и гросс-структура спектра барионных резонансов

Отличительной особенностью нуклон-нуклонного взаимодействия с образованием Δ -изобары является то, что она возбуждается 1) виртуальным, а не реальным пионом и 2) сталкивающиеся нуклоны являются тождественными частицами и, следовательно, в реакцию $NN \rightarrow N\Delta$ дают вклад, как минимум, два когерентных процесса. Например, реакция перезарядки $p(p,n)\Delta$ описывается суперпозицией прямой (D) и обменной (E) диаграмм (рис. 1)

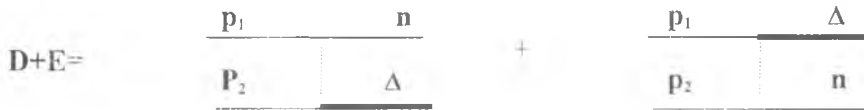


Рис. 1. Диаграмма слева соответствует возбуждению Δ -изобары в прямом резонансном процессе перезарядки, а диаграмма справа описывает обменный процесс

В отличие от свободного πN - рассеяния в реакциях типа $p(p,n)\Delta$ и аналогичных процессах должно проявляться, как минимум, два характерных масштаба, соответствующих двум инвариантным переданным импульсам:

$$t_d \equiv (P_1 - P_n)^2 = (P_2 - P_\Delta)^2 \equiv t, \tag{12}$$

$$t_{ex} \equiv (P_2 - P_n)^2 = (P_1 - P_\Delta)^2 \equiv u, \tag{13}$$

где t и u - стандартные Мандельштамовские переменные, которым в шкале расстояний соответствуют величины:

$$r_d \equiv 1/\sqrt{-t_d}, \tag{14}$$

$$r_{ex} \equiv 1/\sqrt{-t_{ex}}. \tag{15}$$

Как видно из рис. 2 (см. ниже), для всех основных изобар ($\Delta(1232)$, $\Delta(1620)$, $\Delta(1950)$ и $\Delta(2420)$) значения r_d и r_{ex} для реакции перезарядки "вперед" (под углом $\theta=0^\circ$) близки только в окрестности порога рождения Δ - резонанса (на пороге $u = t$, $S = S_{min}$, где $S = (P_1 + P_2)^2$ - третья переменная Мандельштама - квадрат инвариантной массы системы). С ростом энергии налетающего протона величина r_d относительно быстро растет, в то время как r_{ex} плавно убывает. При переходе от одной Δ - изобары к другой положение кривой r_d в целом меняется скачкообразно (грубо говоря, по закону $1/n$, где $n = 1,2,3,4$ для $\Delta(1232)$, $\Delta(1620)$, $\Delta(1950)$ и $\Delta(2420)$ соответственно). Кривая r_{ex} как функция кинетической энергии снаряда T также скачкообразно меняется при переходе от одной Δ - изобары к другой. Однако амплитуда этого скачка существенно меньше и для всех исследованных случаев r_{ex} лежит в диапазоне $0.1 \leq r_{ex} \leq 0.3$ фм, т.е. достаточно близких по порядку величины к характерному "жесткому"

размеру нуклона $r_q \sim 0.2$ фм. Величина r_q может интерпретироваться как радиус жесткой сердцевины или ястровских корреляций, как размер конститuentного кварка или каким-либо сходным образом. В дальнейшем мы будем говорить об r_q как о размере нуклонных конститuentов, не делая акцента на какой-либо конкретной модельной интерпретации.

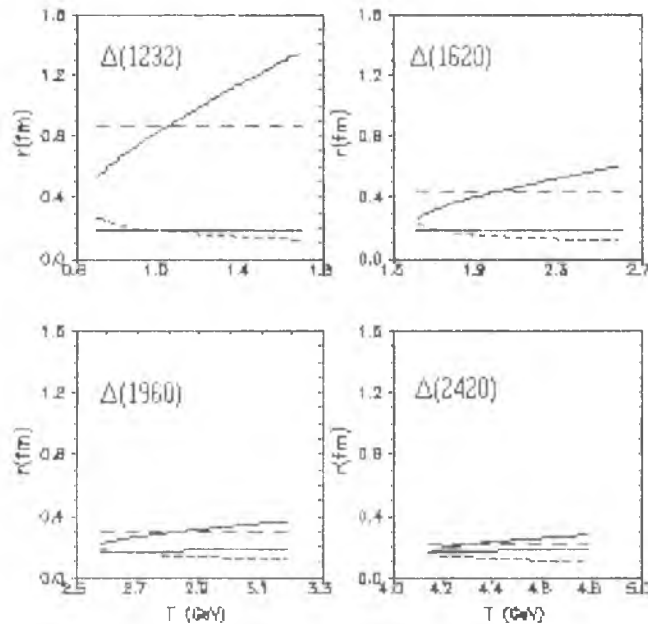


Рис. 2. Зависимость скейлинговых переменных r_d и r_{ex} от энергии налетающего протона T для четырех характерных мультиплетов Δ -изобар

В работах [1-4] были введены характеристические функции:

$$\delta x_d \equiv 1 - \left(\frac{r_d - r_0}{r_0} \right)^2, \quad (16)$$

$$\delta x_{ex} \equiv 1 - \left(\frac{r_{ex} - r_q}{r_q} \right)^2, \quad (17)$$

причем размерный параметр $r_q = 0.2$ фм, численно совпадающий с комптоновской длиной волны протона, интерпретировался как размер "конститuentов" нуклона.

Из рис. 3 (см. ниже) видно, что энергетическая зависимость δx_d и δx_{ex} носит выраженный резонансный характер; для $\Delta(1232)$ -изобары положения максимумов δx_d и δx_{ex} совпадают ($r_0 = 0.86$ фм, $r_q = 0.18$ фм). Резонансные кривые $\delta x_d(T)$ и $\delta x_{ex}(T)$ (здесь T -кинетическая энергия налетающего протона для реакции $p(p, n)\Delta$) хорошо коррелируют как между собой, так и с нормированной на единицу в максимуме функцией $\tilde{\sigma}_\Delta(T) = \sigma_{p+p \rightarrow n+\Delta} / \sigma_{p+p \rightarrow n+\Delta}^{\max}$, описывающей энергетическую зависимость полного сечения образования P_{11} -резонанса. С увеличением массы Δ -изобары положения максимумов функций $\delta x_d(T)$ и δx_{ex} раздвигаются, причем максимум δx_{ex} быстро приближается к порогу рождения $\Delta(1232)$ -резонанса, а для $\Delta(2420)$ -резонанса попадает в кинематически запрещенную область.

Описанное поведение величин δx_d и δx_{ex} может быть интерпретировано следующим образом. В области энергий $T \sim 1$ ГэВ "прямой" виртуальный пион резонирует на нуклоне

как целом, а "обменный" пион одновременно резонирует на нуклонном конститuyente. Конструктивная интерференция "прямой" и "обменной" амплитуд приводит к резонансному усилению сечения $\Delta(1232)$ - изобары, а также к заметному увеличению полного и неупругого сечений NN-взаимодействия. С точки зрения формальной теории рассеяния подобный резонанс можно трактовать как аномальное усиление процесса из-за одновременного выполнения условия взаимодействия в конечном (начальном) состоянии двух пар частиц. С ростом энергии пучка "нуклонный" и "конституентный" резонансы раздвигаются, поэтому при $T_p > 3$ ГэВ $\Delta(1232)$ - изобара возбуждается слабо. Образование же более тяжелых Δ - резонансов в нуклон-нуклонных соударениях всегда подавлено из-за рассогласования резонансных условий для прямой и обменной амплитуд.

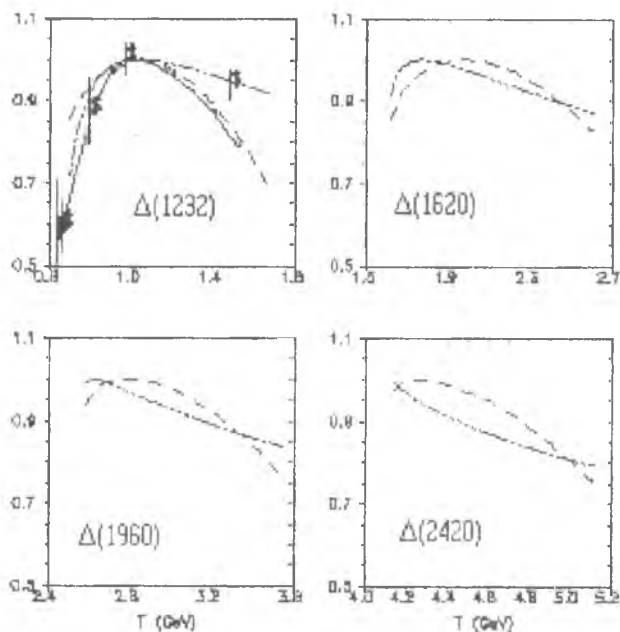


Рис. 3. Зависимость характеристических функций δx_d и δx_{ex} от энергии налетающего протона для типичных Δ - изобар, входящих в состав четырех основных мультиплетов барионов с изоспином 3/2. Экспериментальные точки на графике для $\Delta(1232)$ изобары описывают энергетическую зависимость сечения $pp \rightarrow n\Delta$ (кружочки) и $pp \rightarrow pr\pi^+$ (треугольники)

Двухмасштабная модель рождения Δ - изобар также позволяет качественно объяснить обрыв спектра Δ - резонансов. В самом деле, при $n = 5$ перестает выполняться условие

$$\frac{r_0}{n + \gamma} \geq r_q, \quad (18)$$

т.е. длина волны пиона становится меньше размеров конститuyente и стенка "резонирующей нуклонной полости" экранируется. Следовательно, ограниченность спектра барионных резонансов сверху служит дополнительным указанием на реалистичность двухмасштабной модели резонансного пион - нуклонного рассеяния. Изложенные выше качественные соображения без труда подкрепляются более или менее стандартным расчетом в рамках теории ядерных реакций.

Все реакции, в которых за счет сильного взаимодействия происходит рождение и последующий распад барионного резонанса, описываются диаграммами, изображенными на рис.4.

На этом рисунке символы $m_{in}, (m_{out})$ и $B_{in}, (B_{out})$ обозначают налетающие (улетающие) мезон и барион, а толстая линия соответствует пропагатору барионного резонанса, возбуждаемого в реакции:

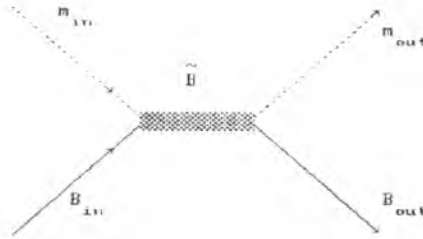


Рис.4. Обобщенная (скелетная) диаграмма двухчастичной резонансной реакции

Структура (19) универсальна в том смысле, что она не зависит ни от того, являются ли входящие и выходящие частицы реальными или виртуальными, ни от способа регистрации конечных состояний. Например, в случае реакции $p + p \rightarrow n + \Delta^{++} \rightarrow n + p + \pi^+$ мы можем пренебречь вкладом диаграмм, в которых нейтрон образуется в результате распада Δ -изобары и описать инклюзивное сечение перезарядки с помощью двух диаграмм, представленных на рис.1.

Согласно работе [11] сечение указанного процесса имеет вид:

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega_n dE_n} = \frac{2m^3 P_n \Gamma_\Delta(S_\Delta) G_\Delta(S_\Delta)}{\lambda^{1/2}(S, m^2, m^2) (2\pi)^3} \cdot S_F \cdot \left\langle \left| M(p + p \rightarrow n + \Delta^{++}) \right|^2 \right\rangle, \quad (20)$$

где $\lambda(S, m^2, m^2)$ - так называемая «треугольная функция», S_F - статистический фактор, m - масса протона, $S = 2m(E_1 + m)$ - переменная Мандельштама (квадрат инвариантной массы рассматриваемой системы), E_1 - полная энергия налетающего протона, $P_1 = \sqrt{E_1^2 - m^2}$ - его импульс, а E_n и P_n - энергия и импульс регистрируемого нейтрона в лабораторной системе соответственно.

Квадрат инвариантной массы Δ -изобары S_Δ , ее пропагатор $G_\Delta(S_\Delta)$ и ширина $\Gamma_\Delta(S_\Delta)$ определяются соотношениями:

$$S_\Delta = 3m^2 + 2mE_1 - 2mE_n - 2E_1E_n + 2P_1P_n \cos \theta_n, \quad (21)$$

$$G_\Delta(S_\Delta) = \frac{2M_\Delta}{M_\Delta^2 - S_\Delta - iM_\Delta\Gamma_\Delta(S_\Delta)}, \quad (22)$$

$$\Gamma_\Delta(S_\Delta) = \frac{1}{6\pi} \left(\frac{f_{\pi N \Delta}}{m_\pi} \right)^2 P_n^3 \frac{m}{\sqrt{S_\Delta}}. \quad (23)$$

Формула получается из аналогичной формулы из работы [11] (ниже используются обозначения, формулы и терминология указанной работы) посредством интегрирования по $d\Omega_\pi$, которое в нашем случае выполняется аналитически. При этом усредненный по проекции квадрат модуля эффективной амплитуды рождения Δ -изобары в (20) имеет вид:

$$\left\langle \left| M(p + p \rightarrow n + \Delta^{++}) \right|^2 \right\rangle = 4 \cdot \left\{ V_C^2(q_1) + 2V_{NC}^2(q_1) + V_C^2(q_2) + V_{NC}^2(q_2) - 2V_C(q_1)V_C(q_2) - V_{NC}(q_1)V_{NC}(q_2)P_2(\cos \theta_{12}) \right\}, \quad (24)$$

где $P_2(\cos \vartheta)$ - полином Лежандра 2-го порядка, а связь между наблюдаемыми кинематическими переменными и кинематическими переменными виртуальных частиц дана формулами:

$$t_1 \equiv q_1^2 = 2m^2 - 2E_1 E_n + 2P_1 P_n \cos \vartheta_n, \quad (25)$$

$$t_2 \equiv q_2^2 = 2m^2 - 2mE_n, \quad (26)$$

$$\cos \vartheta_{12} = \frac{m(m^2 - S_\Delta)}{\sqrt{S_\Delta t_1 t_2}}, \quad (27)$$

причем q_1 - переданный 4-импульс ($q^2 = q_0^2 - \vec{q}^2$). В работах [11,26] часто используется система Брейта, в которой $q_0 = 0$, $t = q^2 = -\vec{q}^2$. Здесь и далее мы работаем только с контравариантными 4-векторами, несмотря на то, что в обозначениях используем нижние индексы.

Центральный V_C и нецентральный V_{NC} потенциалы $NN \rightarrow N\Delta$ перехода имеют вид:

$$V_C(q) = \frac{1}{3} [V_L(q) + 2V_T(q)] + g' \frac{f_{\pi NN} f_{\pi N\Delta}}{m_\pi^2} \cdot F_\pi^2(q), \quad (28)$$

$$V_{NC}(q) = \frac{1}{3} [V_L(q) - V_T(q)]. \quad (29)$$

причем продольный и поперечный (лоренц - инвариантные) переходные потенциалы определяются соотношениями:

$$V_L(q) = -\frac{f_{\pi NN} f_{\pi N\Delta}}{m_\pi^2} \cdot F_\pi^2(q) \cdot q^2 - G_\pi(q) \quad (30)$$

$$V_T(q) = -C_\rho \frac{f_{\pi NN} f_{\pi N\Delta}}{m_\pi^2} \cdot F_\rho^2(q) \cdot q^2 - G_\rho(q) \quad (31)$$

Формулы (20)-(27) получены в так называемом спектаторном приближении для $\pi + \rho + g'$ - модели [11], которое является удовлетворительным для реакций $\mathbf{p} + \mathbf{p} \rightarrow \mathbf{n} + \mathbf{X}$ и $\mathbf{n} + \mathbf{p} \rightarrow \mathbf{p} + \mathbf{X}$ только вблизи максимума Δ - резонанса. В работе [26] подробно изложена логика вывода подобных соотношений и приведены численные значения констант связи $f_{\pi NN}$ и $f_{\pi N\Delta}$:

$$\frac{f_{\pi NN}}{4\pi} = 0.081; \quad \frac{f_{\pi N\Delta}}{4\pi} = 0.36. \quad (32)$$

Стандартные выражения для формфакторов F_π и F_ρ и мезонных пропагаторов G_π и G_ρ имеют вид:

$$F_\pi(q) = \frac{\Lambda_\pi^2 - m_\pi^2}{\Lambda_\pi^2 - q^2}; \quad F_\rho(q) = \frac{\Lambda_\rho^2 - m_\rho^2}{\Lambda_\rho^2 - q^2}. \quad (33)$$

$$G_\pi(q) = \frac{1}{q^2 - m_\pi^2 + i\epsilon}; \quad G_\rho(q) = \frac{1}{q^2 - m_\rho^2 + i\epsilon}. \quad (34)$$

Фактор C_ρ , отвечающий вкладу ρ -мезонного обмена в амплитуду $NN \rightarrow N\Delta$ перехода, параметры обрезания Λ_π и Λ_ρ , а также постоянная Ландау - Мигдала g' определяются из эксперимента с точностью до дискретной неоднозначности. Чаще всего в литературе используются следующие наборы параметров $\pi + \rho + g'$ - модели [11]:

- OSET ($\Lambda_\pi = 1.30$ ГэВ, $\Lambda_\rho = 1.4$ ГэВ, $C_\rho = 3.96$, $g' = 0.6$);
- JAIN ($\Lambda_\pi = 1.20$ ГэВ, $\Lambda_\rho = 2.0$ ГэВ, $C_\rho = 2.00$, $g' = 0.3$);
- DMIT ($\Lambda_\pi = 0.65$ ГэВ, $\Lambda_\rho = 0.0$ ГэВ, $C_\rho = 0.0$, $g' = 0.9$).

Указанным наборам параметров вершинных функций соответствуют переходные потенциалы, графики которых приведены ниже на рис. 5. Любопытно отметить, что для двух наборов (OSET и JAIN), согласующихся с экспериментальным фактом распада ρ -мезона по каналу $\rho \rightarrow \pi - \pi$, дальнейшие выводы относительно математической природы асимптотического кваитования совпадают. В работе [11] показано, что выпадающий из общей логики набор DMIT находится в противоречии с экспериментальными данными (строго запрещает экспериментально наблюдаемый распад $\rho \rightarrow \pi + \pi$).

Выражение (20) содержит "нуклонный" $r_0 = 0.86$ фм и "конституентный" $r_q \approx 0.2$ фм размеры в факторизованной форме. В самом деле, резонансный член $\Gamma_\Delta(S_\Delta)G_\Delta(S_\Delta)$ (см. формулы (22), (23)) достигает максимума при $S_\Delta = M_\Delta^2$, что согласно (3) возможно лишь в случае $n = 1, \gamma = 0, r_0 = 0.86$ фм. Таким образом, "нуклонный" размер $r_0 = 0.86$ фм "спрятан" в пропагаторе Δ -изобары. Амплитуда рождения Δ -изобары $M(p + p \rightarrow n + \Delta^{++})$ содержит формфакторы $F_{\pi NN}(q)$ и $F_{\pi N\Delta}(q)$, в которых "скрыт" конституентный размерный параметр $r_q \approx 0.2$ фм.

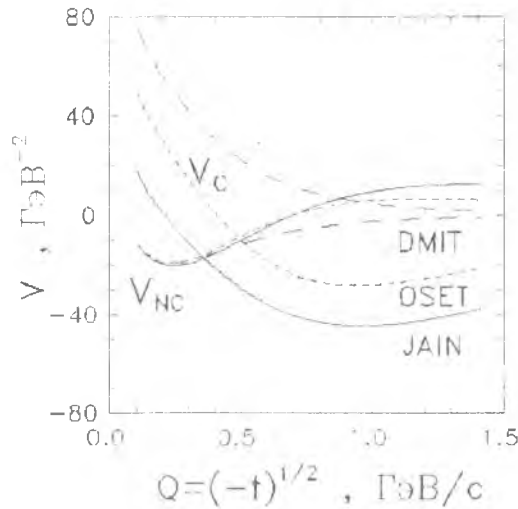


Рис. 5. Переходные потенциалы $NN \rightarrow N\Delta$ - перехода. Сплошная кривая -- набор JAIN, короткий штрих -- набор OSET, длинный штрих -- набор DMIT. Центральные компоненты переходного потенциала образуют практически эквидистантный спектр. Нецентральные компоненты практически совпадают. Подробности см. в работе [11]

Например, для JAIN -набора формфактор $F_{\pi N\Delta}(q)$ содержит параметр обрезания $\Lambda_\pi = 1.2$ ГэВ и величина $1/\Lambda_\pi \approx 0.17$ фм находится в прекрасном согласии с используемым нами значением $r_q \approx 0.18$ фм. Таким образом, математическая структура теории такова, что

существенное усиление сечения $\frac{d\sigma}{d\Omega_n dE_n}$ или σ_{tot} возможно лишь тогда, когда резонанс на

размере $r_0 = 0.86$ фм возникает одновременно с резонансом на размере $r_q \approx 0.2$ фм. С математической точки зрения формула (20) является первым членом Миттаг-Леффлеровского разложения NN - амплитуды по резонансам и может быть обобщена на случай произвольного резонанса посредством замены $M_\Delta \rightarrow M_n$ (n - "главное квантовое число"). Конкретное выражение (20) для сечения реакции перезарядки нуклонов в области возбуждения Δ -изобары допускает достаточно простое обобщение. Согласно гипотезе авто-модельности [16] при высоких энергиях не существует ни одного фиксированного парамет-

ра, имеющего продольную размерность. В качестве интуитивного аргумента в пользу этой гипотезы авторы [16] приводят эффект лоренцевского сокращения продольной длины, из-за которого адрон можно представить в виде бесконечно тонкого диска. В работе [16] отсутствуют оценки поправок, возникающих из-за нарушения принципа автомодельности. Однако в области промежуточных энергий эффект лоренцевского сокращения продольных размеров адрона невелик, а поправки, физически проявляющиеся в виде большого числа адронных резонансов в сечениях реакций, сводятся к появлению дополнительного s - зависящего резонансного предфактора $F(s)$ в формуле Матвеева, Мурадяна и Тавхелидзе [16] для сечения упругого рассеяния:

$$\frac{d\sigma(s,t)}{dt} = \sum_i F_i(s) f_i(t). \quad (35)$$

Положение максимумов функции $\sum_i F_i(s) f_i(t)$ (разложение сечения в ряд по физическим резонансным состояниям) находится аналогично тому, как это делается при расчете силовых функций в рамках теории нейтронных резонансов в приближении случайных фаз. Принцип автомодельности проявляется в том, что сумма (35) кроме резонансных членов содержит нерезонансное слагаемое, для которого:

$$\lim_{s \rightarrow \infty} F_0(s) = 1. \quad (36)$$

в то время как резонансные слагаемые стремятся к нулю с ростом s .

Как было показано в работах [1-4,11], подобный подход позволяет достаточно успешно воспроизвести гросс - структуру спектра адронных резонансов.

Заключение

Резюмируем вышесказанное следующим образом:

1. В рамках излагаемой концепции дифракционной теории адронных резонансов мы, фактически, сталкиваемся с задачей нахождения дискретного спектра сильно взаимодействующих элементарных частиц (т.е., по де Бройлю, дискретного набора собственных колебаний в волновой системе) для случая инфинитного движения. В хорошо исследованном в нерелятивистской квантовой механике случае финитного движения задача о нахождении дискретного спектра формулируется в виде уравнения Шредингера для связанных состояний. Для случая инфинитного движения, которому в волновой механике отвечает граничное условие в виде плосковолновой асимптотики, волновой оператор имеет дискретный спектр лишь в случае постановки условия излучения на радиусе канала. Подобное обобщение теории дифракции на случай физики промежуточных энергий с формальной точки зрения эквивалентно релятивизированному варианту R -матричной теории Вигнера - Айзенбуда.

2. Показано, что расчет гросс - структуры спектра масс резонансов в дифракционном приближении хорошо согласуется со всей совокупностью экспериментальных данных и имеет предсказательную силу.

3. Представляется чрезвычайно важным микроскопическое обоснование развиваемого феноменологического подхода в рамках кварковых моделей, вычисление поправок Δm_n , а также содержательная трактовка «главного квантового числа» n и «постоянных граничных условий» γ .

Список литературы

1. Ratis Yu.L. and Gareev F.A., Preprint JINR E2-92-3, (Dubna, 1992); Proc. of the Workshop on Gross properties of Nuclei and Nuclear Excitation XX, Hirshegg, Austria, 1992.
2. Ratis Yu.L. and Gareev F.A., Preprint JINR E2-92-158, (Dubna, 1992); Proceedings of III International Symposium on Weak and Electromagnetic Interactions in Nuclei, Dubna, Russia, 1992, (World Sci. Publ. Co. Pte. Ltd, Singapore, 1993) p. 795.
3. Gareev F.A. et al. Preprint JINR E2-92-474, (Dubna, 1992); Proc. of the Intern. Conf. on Nuclear Structure and Nuclear Reactions at Low and Intermediate Energies Dubna, Russia, 1992, p. 272; Proc. of the Workshop on Gross Properties of Nuclei and Nuclear Excitations XXI, Hirshegg, Austria, 1993, p. 197.

4. Gareev F.A., Ratis Yu.L. and Strokovsky E.A.. Preprint JINR E2-93-426, (Dubna, 1993); Proc. of the 7th Intern. Conf. on Nucl. Reaction Mechanisms, Varenna, June 6-11, 1994, p.621; Proc. of the 14th Intern. IUPAP Conf. on Few Body Problems in Physics, Williamsburg, May 26-31, 1994, p.365.
5. Troyan Yu.A., Physics of Elementary Particles and Nuclei, **24** (1993) 603.
6. Tatischeff B. et al., Proc. of the Xth Intern. Seminar on High Energy Physics Problems, Dubna, World Scientific, 1990. p.177; Invited talk presented at the XIIth Intern. Seminar on High Energy Physics Problems. Dubna, Russia. 1994.
7. Komarov E.N., Proc. of the XIIth Intern. Seminar on High Energy Physics Problems, Dubna, 1994, p.321.
8. Strakovsky I.I., Physics of Elementary Particles and Nuclei, **22**(1991)615.
9. Schepkin M., Zaboronsky O., and Clement H., Zeitschrift fur Physik **A345** (1993) 407; R. Bilger et al. Phys. Rev. Lett. **71**(1993)42; *ibid* **72**(1994)2971.
10. Lane A.M., Thomas R.G., Rev. of Modern Physics **30**(1958)257.
11. Гареев Ф.А., Казача Г.С., Ратис Ю.Л. Резонансы в субатомной физике и принципы подобия и размерности / ОЧАЯ, **27**(1996) вып.1, с.95
12. Баренблат Г.И. Подобие, автомодельность, промежуточная асимптотика. Л.: Гидрометеиздат, 1982.
13. Седов Л.И. Методы подобия и размерности в механике. М.: Наука, 1987.
14. Birkhoff, Hydrodynamics. A study in logic, fact and similitude, Princeton, New Jersey, Princeton University Press (1960).
15. Baldin A.M., Nucl. Phys. **A447**(1985)203; Препринт ОИЯИ Р2-94-463, Дубна, 1994.
16. Матвеев В.А., Мурадян Р.М., Тавхелидзе А.Н. ТМФ **15**(1973)332.
17. Weiczacker C.F., Z. Phys. **B 96**(1935)431.
18. Ландау Л.Д. ЖЭТФ, **30**(1956)1058.
19. Носов В.Г. Макроскопические квантовые эффекты в атомных ядрах. М.: Атомиздат, 1980.
20. Лукьянов В.К., Титов А.И. Известия АН СССР, сер. физ. **54**(1990)2082.
21. Review of Particle Properties, Phys. Rev. **D50** (1994).
22. Кусаинов А.М., Обуховский И.Т. Кварк - кластерный подход к задаче нуклон-нуклонного взаимодействия. Препринт НИИЯФ МГУ 89-51/128. Москва, 1989. 37с.
23. Гареев Ф.А., Ратис Ю.Л. Асимптотические оценки ширин квазистационарных состояний, ЯФ, **59**(1996).
24. Де Альфаро В., Фубини С., Фурлан Г., Росетти К. "Токи в физике адронов" - М.: Мир, (1976) – 670 с.
25. Индурайн Ф. Квантовая хромодинамика. М.: Мир. (1986) – 284 с.
26. Эрикссон Т., Вайзе В. Пионы и ядра. М.: Наука, (1991) – 505 с.