АНАЛИЗ ШКАЛЫ ОПЛАТЫ В ОПЕРАТИВНОМ УПРАВЛЕНИИ ПРОЕКТОМ

Т.В. Овсянникова

Самарский государственный аэрокосмический университет им. академика С.П.Королева, Самара, Россия

В настоящей статье с точки зрения центра (руководителя проекта) и активных элементов АЭ (агентов – исполнителей работ по проектам) анализируются взаимные платежи и риски, вызванные возможностью невыполнения сторонами взятых на себя обязательств, а также ошибками прогнозирования и планирования. В соответствии с моделью, при расчетах центра с АЭ размер оплаты, получаемой АЭ, зависит от процента выполнения работ. В качестве «процента выполнения», в частности, могут выступать показатели освоенного объема. Предположим, что сумма договора или стоимость работы или пакета работ по проекту согласована центром и АЭ и равна *C*. Шкалой оплаты называется кумулятивная зависимость размера вознаграждения (доли от стоимости договора с учетом дисконтирования), выплаченного центром АЭ, от процента выполнения. Обозначим через β процент выполнения, через γ - процент от суммы *C*, выплаченный АЭ. Тогда шкалой будет зависимость $\gamma(\beta)$. Эта зависимость обладает следующими свойствами: функция $\gamma(\cdot)$ – неубывающая и непрерывная справа; $\forall\beta\in [0;1]$ $\gamma(\beta)\in [0; 1]$; $\gamma(1) = 1$.

Если ввести зависимость $\sigma(\beta)$ размера вознаграждения, получаемого АЭ (а не уже полученного за весь выполненный к рассматриваемому моменту времени объем работ) от процента выполнения, то, очевидно, что этот размер вознаграждения с точностью до мультипликативной константы (стоимости договора) совпадает со скоростью изменения уже полученных АЭ сумм, то есть, если $\gamma(\cdot)$ – кусочно-дифференцируемая функция, то

$$\sigma(\beta) = \mathrm{C}\frac{d\gamma(\beta)}{d\beta},\ \beta\in[0;1] \qquad (1)$$

Верно и обратное соотношение:

$$\gamma(\beta) = \frac{1}{\mathrm{C}}\int_0^{\beta}\sigma(w)dw \qquad (2)$$

Из выражений (1) и (2) следует, что на участках возрастания $\sigma(\cdot)$ функция $\gamma(\cdot)$ является «выпуклой», на участках убывания $\sigma(\cdot)$ функция $\gamma(\cdot)$

является «вогнутой», а в точке максимума $\sigma(\cdot)$ функция $\gamma(\cdot)$ имеет «перегиб»[1]. Кроме того, выполняется «условие нормировки»:

$$\int_0^1 \sigma(w)dw = C \qquad (3)$$

Типовые шкалы оплаты: равномерная оплата, при которой вознаграждение АЭ за каждую единицу процента выполнения одинаково. Аккордная оплата, при которой вся сумма договора *C* выплачивается только в момент полного выполнения работ; α -процентная предоплата ($\alpha \in [0; 1]$), при которой сумма αC выплачивается в момент начала работ, а сумма $(1 - \alpha)$ C – в момент полного завершения работ, и другие – любой определенной на отрезке [0; 1] измеримой функции соответствует некоторая шкала.

Рассмотрим динамику реализации одного проекта. Для простоты допустим, что действием АЭ является выбор интенсивности $y \geq 0$, которая предполагается постоянной в ходе реализации проекта и характеризует затраты исполнителя в единицу времени. Если $C \geq 0$ – объем работ по проекту (в денежном выражении, то есть, предполагается, что центр должен компенсировать АЭ все затраты, которые он несет, участвуя в реализации проекта), то, очевидно, что время $T = T(y)$ завершения работ равно

$$T(y) = C / y. \qquad (4)$$

Если интенсивность постоянна, то объем $v(t,\alpha)$ работ, измеряемый затратами исполнителя, изменяется линейно: $v(t,y) = yt$, $t \in [0;T]$.

Предположим, что предъявляемый АЭ результат реализации проекта совпадает с относительным объемом выполненных работ $v(t, y)/C$, то есть, центром наблюдается процент выполнения

$$\beta(t, y) = y\, t/C \qquad (5)$$

Имея шкалу $\gamma(\beta)$ и зная зависимость (5) процента выполнения от времени, можно найти зависимость величины процента выполнения от интенсивности и времени:

$$\gamma(t, y) = \gamma(\beta(t, y)) = \gamma(y\, t/C) \qquad (6)$$

и зависимость от интенсивности и времени размера вознаграждения, получаемого АЭ (см. выражение (1)).

Проводимый анализ пока что не учитывал аспекты риска. Под риском будем понимать возможные потери участников проекта (центра и АЭ).

Запишем целевую функцию (баланс) АЭ – разность между вознаграждением, полученным от центра, и затратами: $f(y, t) = [\gamma(y\, t/C) - y$

t/C] C.

Запишем целевую функцию (баланс) центра:

$$\Phi(y, t) = [y\, t/C - \gamma(y\, t/C)]\, C \qquad (7)$$

Так как исполнителю в итоге компенсируются все затраты ($C = V$), то будем считать, что он принимает решения, максимизируя минимальное (гарантированное по времени реализации проекта) значение своей целевой функции. Обозначим множество интенсивностей при заданной шкале:

$$P(\gamma(\cdot)) = \mathrm{Arg}\ \max_{y>0} \min_{t\in[0,C/y]} f(y, t).$$

Пусть задано множество M допустимых (в рамках существующих институциональных ограничений) шкал. Тогда центр может искать шкалу, при которой время выполнения проекта будет минимально: $\max_{y\in P(\gamma(\cdot))} y \to \min_{\gamma(\cdot)\in M}$, или шкалу, максимизирующую гарантированное значение его целевой функции (7), то есть – минимизирующую риск [2]:

$$\min_{y\in P(\gamma(\cdot))} \min_{t\in[0,C/y]} \Phi(y,t) \to \max_{\gamma(\cdot)\in M} \qquad (8)$$

Пусть $\gamma(\cdot)$ – гладкая сигмо-образная функция, то есть имеет одну точку перегиба и $\gamma'(0) = \gamma'(1) = 0$. Обозначим $t_{min}(y) \le t_{max}(y)$ – два решения уравнения $\gamma'(y\, t/C) = 1$, тогда $t_{min}(y)$ и $t_{max}(y)$ удовлетворяют условию

$$t(y) = \gamma'^{\,-1}(1)\, C/y. \qquad (9)$$

Обозначим

$$q = \arg\min_{y>0} -f(y,t_{min}(y)). \qquad (10)$$

Величина q, определяемая выражением (10), характеризует максимальный риск АЭ.

Обозначим

$$Q = \arg\max_{y\in P(\gamma(\cdot))} - \Phi(y, t_{max}(y)). \qquad (11)$$

Величина Q, определяемая выражением (11), характеризует максимальный риск центра.

Обозначим β_{min} – минимальный корень уравнения $\gamma'(\beta) = 1$, β_{max} – максимальный корень этого уравнения.

Утверждение. Риски АЭ (10) и центра (11) не зависят от интенсивности, определяются только шкалой $\gamma(\cdot)$:

$$q = [\beta_{min} - \gamma(\beta_{min})]\, C, \quad Q = [\gamma(\beta_{max}) - \beta_{max}]\, C$$

Справедливость утверждения следует из подстановки (с учетом введенных предположений) выражений (7) и (9) в выражения (10) и (11).

Легко видеть, что, если линейная шкала является допустимой, то она является решением задачи (8) и обращает в ноль риск центра.

Список литературы:

1. Балашов В.Г., Заложнев А.Ю., Новиков Д.А. Механизмы управления организационными проектами. М.: ИПУ РАН, 2003. – 84 с.

2. Коновальчук Е.В., Новиков Д.А. Модели и методы оперативного управления проектами М.: ИПУ РАН, 2004. – 63 с.