

Если в формулах (33) принять  $\beta = \pi$ , то получим аэродинамические характеристики кольцевого крыла в цилиндрической трубе. Сравнивая это крыло с плоским прямоугольным крылом одинакового удлинения  $\lambda = \frac{2z_0}{b}$  и площадью  $S = 2z_0 b$ , получаем, что при  $\lambda \gg 1$  подъемная сила крыла в цилиндрической трубе в  $\frac{\pi}{2}$  раза больше подъемной силы прямоугольного крыла вблизи плоской твердой границы.

#### Л и т е р а т у р а

1. Рождественский К.В. Движение прямоугольного крыла между параллельными стенками. - Изв. высш. учеб. заведений. Авиационная техника. - Казань, 1978, № 4.
2. Панченков А.Н. Основы квадрупольной теории крыла вблизи твердой поверхности. - В кн.: Асимптотические методы в теории систем. - Иркутск: Гос. ун-т, 1974, вып. 7.
3. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. М.: Наука, 1975.
4. Поляс Г., Сегё Г. Изопериметрические неравенства в математической физике. - М.: ФМ, 1962.
5. Риман И.С., Крепс Р.Л. Присоединенные массы тел различной формы. - Труды ЦАГИ, 1947, № 635.
6. Крашаница Ю.А., Холявко В.И. Обтекание плоской пластины вблизи твердой границы (асимптотические формулы). - В кн.: Самолетостроение. Техника воздушного флота. - Харьков, 1976, вып. 40.
7. Холявко В.И. Неплоское крыло малого удлинения в ограниченном потоке невязкой жидкости. - Изв. АН СССР. МЖГ, 1971, № 6.

УДК 533.695.12

В.А.Фролов

#### ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ МЕЖДУ КРЫЛОМ С ПОПЕРЕЧНЫМ $V$ И ТЕЛОМ ВРАЩЕНИЯ

В обзорах [1] - [3] рассматриваются многочисленные методы исследования проблем взаимодействия корпуса и крыла. Работы, приведенные в обзорах, посвящены интерференции крыла и цилиндрического тела, когда плоскость крыла пересекает поверхность корпуса. Расчет по теории тонкого тела относительной подъемной силы плоского крыла вблизи цилиндра приводится в статье [4]. Результаты теоретического исследования взаимодействия  $V$  - образного крыла и плоского экрана

можно найти в книге [ 5]. Автору не известны работы, посвященные взаимодействию цилиндра и крыла с поперечным  $V$ , находящегося вблизи его.

Рассматривается безотрывное течение идеальной жидкости около комбинации "бесконечный круглый цилиндр - тонкое крыло", когда плоскости консолей крыла расположены под произвольным углом поперечного  $V$  (рис. I). Вершина крыла может касаться или находиться на некотором расстоянии от поверхности цилиндра. Угол установки крыла равен нулю. Консоли крыла имеют переднюю и заднюю кромки без изломов. Проекция крыла на горизонтальную плоскость симметрии цилиндра имеет трапецевидную форму.

В математической модели задачи используется приближенный метод полос [6], согласно которому задача трехмерного обтекания фюзеляжа с крылом, как и в теории тонкого тела, заменяется плоской. В отличие от теории тонкого тела, в которой рассматривается поперечное обтекание плоской конфигурации "сечение тела - крыло", в приближенном методе полос решается задача поперечного обтекания только изолированного тела. Поперечное течение образуется за счет поступательного перемещения (без скольжения и крена) поперечного сечения тела со скоростью  $V_{\infty} \sin \alpha$  в невозмущенном потоке бесконечной протяженности ( $V_{\infty}$  - скорость невозмущенного потока,  $\alpha$  - угол атаки, см. рис. I). Такое течение можно рассматривать как течение Дирихле. Если известен комплексный потенциал течения Дирихле, то легко определяются местные составляющие скорости при обтекании сечения тела.

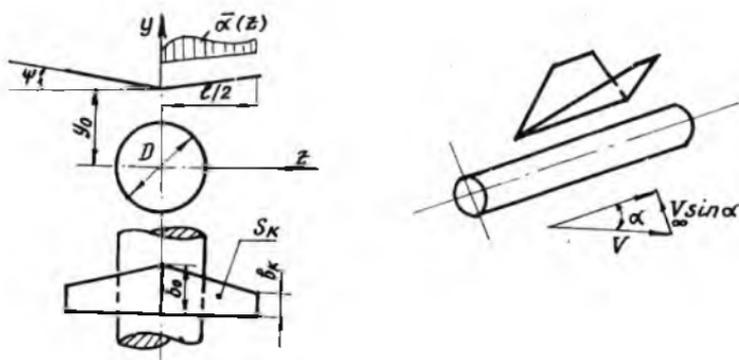


Рис. I. Комбинация крыло-цилиндр

В этом методе полагается, что нормальная сила, индуцируемая на консольной части крыла за счет воздействия тела, для каждой элемен-

тарной полоски крыла, вырезанной вдоль ее хорды, пропорциональна местному углу атаки  $\alpha'(z)$ . На рис. 1 приближенно показано распределение по размаху  $V$ -образного крыла местного угла атаки, отнесенного к геометрическому углу атаки цилиндра  $\alpha$ . В предположении малости углов атаки величина  $\bar{\alpha}(z) = \alpha'(z)/\alpha$  определяется как отношение проекции полной скорости обтекания изолированного тела на нормаль к плоскости крыла и нормальной составляющей на бесконечности  $V_{\infty} \sin \alpha$ , т.е. приближенно можно записать

$$\bar{\alpha}(z) = \frac{v \cos \psi - u \sin \psi}{V_{\infty} \sin \alpha}, \quad (1)$$

где  $v, u$  — соответственно нормальная и поперечная составляющие скорости при обтекании изолированного тела поперечным потоком:  $\psi$  — угол поперечного  $V$  крыла.

Взаимодействие корпуса и крыла удобно изучать, вводя коэффициенты интерференции как отношения

$$K_{Kp(\tau)} = \frac{Y_{Kp(\tau)}}{Y_{Kp}}, \quad K_{T(Kp)} = \frac{\Delta Y_{T(Kp)}}{Y_{Kp}},$$

где  $Y_{Kp(\tau)}$  — нормальная сила изолированного плоского крыла, площадь которого равна сумме площадей проекций консолей  $V$ -образного крыла на горизонтальную плоскость симметрии цилиндра;  $\Delta Y_{T(Kp)}$  — интерференционная нормальная сила на теле из-за влияния крыла.

В развитии приближенного метода полос [6], [7] применительно к рассматриваемой компоновке цилиндра и  $V$ -образного крыла коэффициенты интерференции записываются в виде:

$$K_{Kp(\tau)} = \frac{\cos \psi}{S} \frac{\ell}{2} \int_0^1 \bar{\alpha}(\bar{z}) b(\bar{z}) d\bar{z};$$

$$K_{T(Kp)} = \frac{\ell}{2S} \int_0^1 \bar{\alpha}(\bar{z}) [\bar{\alpha}(\bar{z}) - \alpha_{\infty}(\bar{z})] b(\bar{z}) d\bar{z}, \quad (2)$$

где  $\ell$  — размах крыла;  $b(\bar{z})$  — текущая хорда;  $S$  — половина площади изолированного плоского крыла;  $\bar{z} = 2z/\ell$  — безразмерная поперечная координата; функция  $\bar{\alpha}(\bar{z})$  определяется формулой (1),  $\alpha_{\infty}(\bar{z}) = \cos \psi$  — отношение углов атаки крыла и цилиндра в плоскости Треффта (бесконечно удаленная плоскость от поперечного сечения, проходящего по задней кромке крыла) [7].

Введем безразмерные величины: вертикальную координату, диаметр цилиндра и высоту расположения крыла:

$$\bar{y} = \frac{2y}{\ell}, \quad \bar{D} = \frac{D}{\ell}, \quad \bar{h} = \frac{y}{D}. \quad (3)$$

Для трапецевидного крыла запишем формулы

$$S = \frac{b_0 \ell}{4\eta} (1 + \eta), \quad (4)$$

$$\delta(\bar{z}) = \frac{\delta_0}{\gamma} [\gamma + \bar{z}(1-\gamma)], \quad (5)$$

где  $\delta_0$  - корневая хорда,  $\gamma = \delta_0/\delta_k$  - сужение крыла,  $\delta_k$  - концевая хорда (см. рис. I).

Подставляя формулы (4) и (5) в интегралы (2), с учетом (3) получим:

$$K_{кр}(\tau) = \frac{2 \cos \psi}{(1+\gamma)} \int_0^1 \bar{\alpha}(\bar{z}) [\gamma + \bar{z}(1-\gamma)] d\bar{z},$$

$$K_{\tau}(кр) = \frac{2}{1+\gamma} \int_0^1 \bar{\alpha}(\bar{z}) [\bar{\alpha}(\bar{z}) - \cos \psi] [\gamma + \bar{z}(1-\gamma)] d\bar{z}. \quad (6)$$

Используя известные выражения для местных составляющих скоростей  $u$  и  $v$  при поперечном обтекании круглого цилиндра потенциальным потоком со скоростью  $V_{\infty} \sin \alpha$ , можно формулу (1) с учетом (3) переписать в безразмерном виде:

$$\bar{\alpha}(\bar{z}) = \left[ 1 + \frac{D^2(\bar{z}^2 - \bar{y}^2)}{(\bar{z}^2 + \bar{y}^2)^2} \right] \cos \psi + \frac{2\bar{z}\bar{y}D^2}{(\bar{z}^2 + \bar{y}^2)^2} \sin \psi$$

или, учитывая равенство

$$\bar{y} = \bar{z} \operatorname{tg} \psi + \bar{y}_0,$$

после преобразования получим:

$$\bar{\alpha}(\bar{z}) = \cos \psi \left[ 1 + \bar{D}_{\psi}^2 \left( \frac{\bar{z}^2 - A^2}{X^2} \right) \right], \quad (7)$$

где  $X = \bar{z}^2 + 2A\bar{z} \sin \psi + A^2$ ,  $A = \bar{y}_0 \cos \psi$ ,  $\bar{D}_{\psi} = \bar{D} \cos \psi$ ,  
 $\bar{y}_0$  - ордината корневой хорды.

После подстановки формулы (7) в (6) и последующего интегрирования имеем:

$$K_{кр}(\tau) = \frac{2 \cos^2 \psi}{(1+\gamma)} [\gamma f_1 + (1-\gamma) f_2],$$

$$K_{\tau}(кр) = \frac{2 \bar{D}_{\psi}^2 \cos^2 \psi}{(1+\gamma)} [\gamma \bar{f}_1 + (1-\gamma) \bar{f}_2], \quad (8)$$

где

$$f_1 = 1 - \frac{\bar{D}_{\psi}^2}{X_1};$$

$$f_2 = \frac{1}{2} + \frac{\bar{D}_{\psi}^2}{X_1} F;$$

$$\bar{f}_1 = -\frac{1}{X_1} + \bar{D}_{\psi}^2 \left[ \frac{A^2 - 1}{3X_1^2} + \frac{(2+\beta)A^4 - \beta X_1^2}{3\Delta X_1^2 A^2} + \frac{2[(2+\beta)A^2 - \beta X_1]}{\Delta^2 X_1} + \frac{\beta A^2}{\Delta^{5/2}} Q \right];$$

$$f_2 = \rho \bar{D} \psi^2 \left\{ \frac{1}{2X_1^3 A^4} + \frac{A^6 - X_1^3}{6X_1^3 A^2} + \delta \left[ \frac{1+A^2}{6X_1^3} + \frac{(2+\delta)A^4 - \delta X_1^2}{6\Delta X_1^2 A^2} + \frac{(2+\delta)A^2 - \delta X_1}{\Delta^2 X_1} + \frac{4A^2}{\Delta^{3/2} Q} \right] \right\};$$

$$l' = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{X_1}{A^2} \right| - \frac{1}{X_1} - \operatorname{tg} \psi Q;$$

$$X_1 = 1 + \delta + A^2;$$

$$Q = a z \operatorname{ctg} \left( \frac{2+\delta}{\sqrt{\Delta}} \right) - a z \operatorname{ctg} (\operatorname{tg} \psi);$$

$$\delta = 2A \sin \psi;$$

$$\Delta = 4A^2 - \delta^2 = 4A^2 \cos^2 \psi.$$

Из формулы (7) видно, что величина  $\bar{\alpha}(\bar{x})$  не изменяется при условии

$$\bar{y}_0 \sin \psi = \text{idem}.$$

Поэтому схема с крылом, расположенным сверху цилиндра на высоте  $\bar{y}_0$  и имеющим положительный угол поперечного  $V$  будет идентична схеме с крылом ниже цилиндра на расстоянии  $-\bar{y}_0$ , но с отрицательным углом поперечного  $V$ . Для комбинации плоского крыла и цилиндра аналогичный результат получен по теории тонкого тела [3]. Идентичность схем с верхним и нижним расположением "перевернутого" крыла является следствием математической модели потенциального течения жидкости.

На рис. 2 - 6 представлены результаты расчетов коэффициентов интерференции по полученным формулам (8). На рис. 2 приводится сравнение результатов расчета по предлагаемому методу и теории тонкого тела для комбинаций с плоским прямоугольным крылом ( $\eta=1$ ,  $\psi=0$ ). Видно хорошее качественное соответствие. Исключение составляет только кривая для  $\bar{h}=1$ , когда плоскость крыла касается поверхности цилиндра. По мере удаления от цилиндра несоответствие в результатах расчетов уменьшается и для  $\bar{h}=1,5$  и  $\bar{h}=2,0$  кривые практически совпадают друг с другом.

Возникающая на цилиндре нормальная сила от присутствия крыла имеет противоположный знак, чем на крыле. Этот факт согласуется с теорией тонкого тела [3].

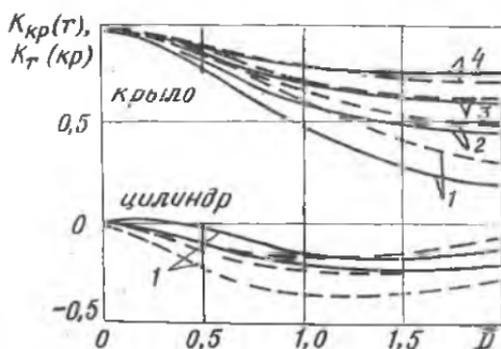


Рис. 2. Зависимость коэффициентов интерференции от относительного диаметра цилиндра и высоты расположения плоского крыла:

— расчет; - - - теория тонкого тела; 1-  $\bar{h} = 1,0$ ; 2-  $\bar{h} = 1,25$ ;

3-  $\bar{h} = 1,5$ ; 4-  $\bar{h} = 2,0$ ;  $\psi = 0$ ;

На рис. 3 показано изменение относительной нормальной силы на крыле и цилиндре в зависимости от угла поперечного  $\psi$  и сужения крыла. Как видно из графика, сужение слабо влияет на величину относительной нормальной силы на теле и крыле.

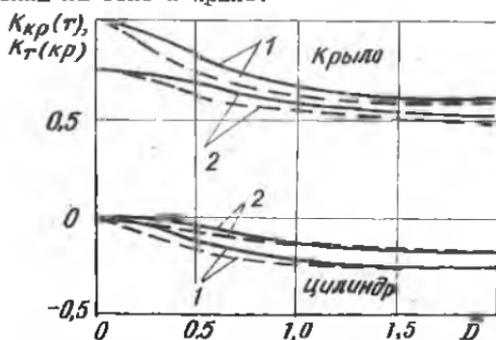


Рис. 3. Зависимость коэффициентов интерференции от относительного диаметра цилиндра, сужения крыла и угла поперечного при постоянной высоте расположения крыла:

$\bar{h} = 1,0$ ; - - -  $\bar{h} = \infty$ ; —  $\bar{h} = 1,0$ ;

1-  $\psi = 0$ ; 2-  $\psi = 30^\circ$

На рис. 4. изображены кривые коэффициентов интерференции в зависимости от угла поперечного  $V$ . Кривые  $K_{кр(ст)}$  имеют явно выраженный максимум в области, близкой к значению  $\psi=0$ , причем этот максимум при приближении крыла к цилиндру несколько смещается в область положительных углов поперечного  $V$ . Наоборот, кривые  $K_{т(кр)}$  имеют явно выраженный минимум, который при удалении крыла от центра смещается в область отрицательных углов поперечного  $V$ . На рис.4 показана штрих-пунктирная линия, соответствующая предельным значениям  $K_{кр(ст)}$  и  $K_{т(кр)}$ , когда плоскость  $V$ -образного крыла пересекает цилиндрическую поверхность.

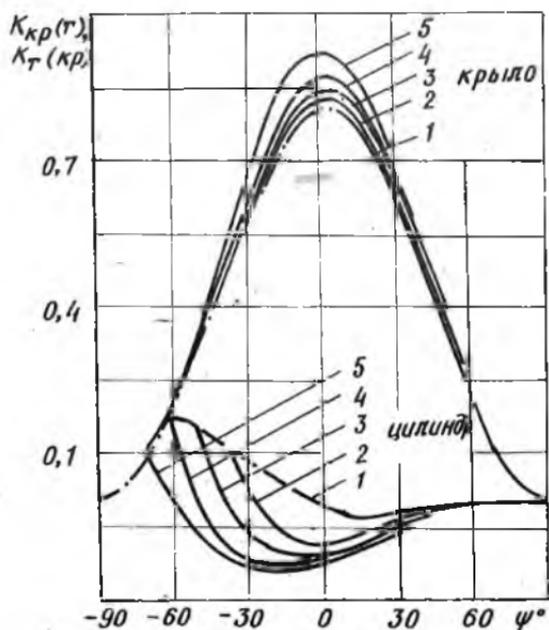
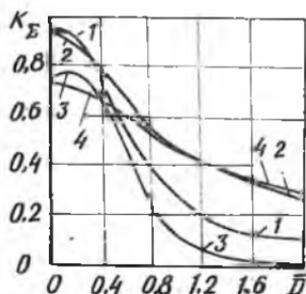


Рис. 4. Зависимость коэффициентов интерференции от угла поперечного  $V$  и высоты расположения крыла при  $\bar{D} = const$ .

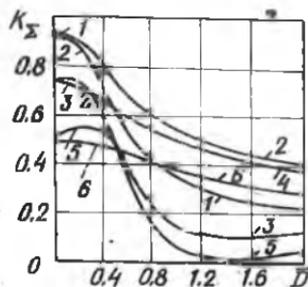
1-  $\bar{h} = 1,0$ ; 2-  $\bar{h} = 1,25$ ; 3-  $\bar{h} = 1,5$ ;  
 4-  $\bar{h} = 2,0$ ; 5-  $\bar{h} = 3,0$ ; -.- линия пересечения крыла и цилиндра

Изменение суммарного коэффициента интерференции для комбинаций с положительным и таким же отрицательным углом поперечного  $V$  в зависимости от относительного диаметра показано на рис. 5 и 6 для двух

относительных высот  $\bar{h} = 1,25$  и  $\bar{h} = 1,5$  соответственно. Из рисунков следует, что при малых  $\bar{D}$  "перевернутое" крыло (имеющее отрицательный угол поперечного  $V$ ), взаимодействуя с корпусом, создает большую подъемную силу комбинации в целом, чем крыло с таким же положительным углом поперечного  $V$ . Причем диапазон относительных диаметров, при которых сказывается преимущество "перевернутого" крыла, суживается с уменьшением угла поперечного  $V$ . Увеличение относительной высоты расположения крыла также приводит к уменьшению диапазона по  $\bar{D}$ , когда "перевернутое" крыло выгоднее с точки зрения несущих свойств комбинации в целом, чем крыло с таким же положительным углом поперечного  $V$ .



Р и с. 5. Влияние знака угла поперечного  $V$  на суммарный коэффициент интерференции:  $\bar{h} = 1,25$ ;  
 1 -  $\psi = 1,0$ ; 2 -  $\psi = -15^\circ$ ;  
 3 -  $\psi = 15^\circ$ ; 4 -  $\psi = -30^\circ$ ;  
 4 -  $\psi = 30^\circ$



Р и с. 6. Влияние знака угла поперечного  $V$  на суммарный коэффициент интерференции:  
 $\bar{h} = 1,5$ ;  $\bar{\eta} = 1,0$ ;  
 1 -  $\psi = -15^\circ$ ; 2 -  $\psi = 15^\circ$ ;  
 3 -  $\psi = -30^\circ$ ; 4 -  $\psi = 30^\circ$ ;  
 5 -  $\psi = -45^\circ$ ; 6 -  $\psi = 45^\circ$

#### Литература

1. Lowzence H., Flax A. *Wing-body interference at subsonic and supersonic speeds* - *J. Aeron. Sci.*, 1954, vol. 21, № 5.
2. Феррари К. Проблемы взаимодействия. - В кн.: *Аэродинамика частей самолета при больших скоростях* / Под ред. Донована А.Ф. и Лоуренса Т.Р. М.: ИЛ, 1959.
3. Интерференция частей летательного аппарата при сверхзвуковых скоростях. - *Обзор ОНТИ ЦАГИ*, № 468, 1975.
4. Кеддыш В.В. Подъемная сила и продольный момент крыла малого удли-

нения с расположенным вблизи него телом вращения. - Ученые записки ЦАГИ, 1977, т.8, № 3.

6. Эшли Х., Лэндал М. Аэродинамика крыльев и корпусов летательных аппаратов. - М.:Машиностроение, 1969.
7. Штейнберг Р.И. Интерференция корпуса и крыла со сверхзвуковой кромкой. - Труды ЦАГИ, 1967, вып. 1035.
8. *Flax A.H. Integral relations in the linearized theory of wing-body interference. - J. Aeron. Sci., 1953, vol. 20, № 7.*

УДК 532.526.7:517.972

К.Г.Гараев, В.В.Соловьев

ОБ ОДНОЙ ОПТИМАЛЬНОЙ ЗАДАЧЕ АЭРОДИНАМИКИ  
ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ

В работе дается новый подход к задаче минимизации трения в ламинарном пограничном слое, основанный на результатах работ [1] - [4]. Так же, как и в работе [2], решение вариационной задачи сводится к интегрированию уравнений Прандтля с приведенными краевыми условиями, однако эти условия получены здесь в форме, более удобной для численной реализации на ЭВМ.

Уравнения ламинарного пограничного слоя возьмем в виде [3]:

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \xi} + w \frac{\partial \bar{u}}{\partial \eta} = \frac{U_e}{U_e} (1 - \bar{u}^2) + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \eta^2}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial \xi} + \frac{\partial w}{\partial \eta} = 0.$$

Граничные условия

$$\bar{u} = 0, \quad w = w_0(\xi) \quad \text{при } \eta = 0, \quad (2)$$

$$\bar{u} \rightarrow 1 \quad \text{при } \eta \rightarrow \infty.$$

Здесь  $w = \bar{v} + \frac{U_e}{U_e} \eta u$ ,  $\bar{v} = \frac{v}{U_e \sqrt{\nu}}$ ;

$$w_0 = \frac{v_0}{U_e \sqrt{\nu}}, \quad \bar{u} = \frac{u}{U_e}; \quad \xi = \int_0^x U_e dx, \quad \eta = \frac{U_e y}{\sqrt{\nu}};$$

$u, v$  - соответственно продольная и поперечная компоненты скорости;  
 $U_e(x)$  - скорость на внешней границе пограничного слоя;