

Из соотношения (19) следует, что с ростом амплитуды шероховатостей отношение  $Nu_{max} / Nu_{min}$  увеличивается. Для  $E=1/30$ ,  $Re=10^2$ ,  $\alpha=10^2$  поток около впадины меньше потока около выпуклостей поверхности в 1,23 раза. С ростом числа Рейнольдса отношение  $Nu_{max} / Nu_{min}$  увеличивается, но незначительно.

В заключение выражаю благодарность В.Г. ШАХОВУ за помощь и внимание к работе.

## Л и т е р а т у р а

1. Ш л и х т и н г Г. Теория пограничного слоя. М., "Наука", 1974.
2. В л а с о в В.Г. Интерполирование по начальным и конечным производным и его приложение к изучению нелинейных колебаний. Сообщение трудов, т.5.Д., "Судпромгиз, 1959, с.241-350.
3. Л е в и ч В.Г. Физико-химическая гидродинамика. М., Физматгиз, 1959.

УДК 532.517.4

В.М. Головин, Ю.Л. Файницкий

О ДИССИПАТИВНОМ НАГРЕВЕ ЖИДКОСТИ  
ПРИ ТУРБУЛЕНТНОМ ТЕЧЕНИИ В ТРУБЕ

## П р и н я т ы е о б о з н а ч е н и я

- $R$  - радиус трубы  
 $r$  - текущий радиус  
 $U$  - осредненная скорость турбулентного движения  
 $W$  - средняя по объемному расходу скорость  
 $U_m$  - скорость на оси трубы  
 $T$  - температура жидкости

$\rho_w, \gamma_w, \mu_w$  - соответственно, плотность коэффициент теплопроводности и коэффициент вязкости жидкости при температуре стенки

- $T_w$   
 $Pr$  - число Прандтля  
 $Re$  - число Рейнольдса

- $\gamma_r$  - коэффициент турбулентной теплопроводности  
 $\mu_r$  - коэффициент турбулентной вязкости  
 $\rho_{2r}$  - турбулентное число Прандтля

Развитие теории турбулентности в настоящее время связано с получением экспериментальных данных о характеристиках течения жидкости на очень малых расстояниях от обтекаемой поверхности. При обработке результатов измерений, полученных чаще всего с помощью термоанемометра, в качестве определяющей температуры обычно принимается среднее арифметическое температур среды и нити.

При больших числах Рейнольдса порядка  $10^6$  градиенты скорости на стенке достигают огромных значений порядка  $10^5 \text{ с}^{-1}$ . Столь высокие градиенты обуславливают местный диссипативный нагрев в ламинарном подслое, в результате которого температура в ядре потока может значительно отличаться от температуры жидкости вблизи стенки. Этот эффект должен учитываться при выборе определяющей температуры, для чего необходимо оценить диссипативный нагрев. Указанная оценка выполняется в настоящей работе.

В качестве расчетной принимается двухслойная модель течения. Профиль скоростей в ядре задается в виде

$$U = U_m \left(1 - \frac{z}{W}\right)^{0,7}, \quad (1)$$

где

$$\frac{U_m}{W} = 1 + \frac{0,7}{Re^{0,11}}.$$

Указанный профиль обеспечивает достаточно хорошее согласование с опытом вплоть до границы вязкого подслоя. Соответствующий профилю (1) закон сопротивления

$$\lambda = 0,0115 \left(\frac{U_m}{W}\right)^8 \left(\frac{U_m}{W} - 1\right)^{0,6}$$

с точностью до 2% согласуется с универсальным законом Прандтля

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2,0 \lg Re \sqrt{\lambda} - 0,8.$$

Уравнение энергии для течения вне подслоя

$$\frac{1}{z} \frac{d}{dz} \left[ (\gamma_w + \gamma_r) z \frac{dT}{dz} \right] + (\mu_w + \mu_r) \left( \frac{\partial U}{\partial z} \right)^2 = 0$$

введением переменных

$$\xi = \frac{z}{R} \quad \text{и} \quad \eta = \frac{T - T_w}{D}; \quad D = \frac{4 \mu_w W^2}{\gamma_w}$$

при  $\frac{\rho_{2w}}{\rho_{2r}} = 1$  преобразуется к виду

$$\frac{d}{d\xi} \left[ \xi (1 - \xi^2)^{-\alpha} \frac{d\eta}{d\xi} \right] + A \xi^3 (1 - \xi^2)^{-\alpha} = 0. \quad (2)$$

$$\alpha = \frac{U_m}{W} - 2; \quad A = \left(\frac{U_m}{W}\right)^2 \left(\frac{U_m}{W} - 1\right)^2.$$

Профиль скоростей в подслое принимается линейным

$$U = \frac{\lambda Re W}{16} (1 - \zeta).$$

Соответственно уравнение энергии в подслое

$$\frac{d}{d\zeta} \left( \zeta \frac{d v}{d\zeta} \right) + B \zeta = 0; \quad (3)$$

$$B = \frac{\lambda^2 Re^2}{4\delta}.$$

Решения уравнений (2) и (3) при крайних условиях

$$v|_{\zeta=1} = 0; \quad \left. \frac{d v}{d\zeta} \right|_{\zeta_0+0} = \left. \frac{d v}{d\zeta} \right|_{\zeta_0-0}; \quad v|_{\zeta_0+0} = v|_{\zeta_0-0}; \quad v'|_{\zeta=0} = 0$$

распространялись до точки  $\zeta_0$ , определяемой из соотношения

$$\frac{\lambda^2 Re W}{16} (1 - \zeta_0) = U_m (1 - \zeta_0^2)^{\alpha+1}.$$

Решение (3) получается в виде:

$$v = \frac{1}{4} B (1 - \zeta^2) + a \ln \zeta;$$

$$a = \frac{1}{2} B \zeta_0^2 - A \frac{(1 - \zeta_0^2)^{\alpha}}{2(\alpha+1)} \left[ \frac{1 - (1 - \zeta_0^2)^{\alpha+2}}{\alpha+2} - \zeta_0^2 (1 - \zeta_0^2)^{\alpha+1} \right].$$

Решение уравнения (2) представляется в виде:

$$v = A \left[ \frac{1 - (1 - \zeta^2)^{2(\alpha+1)}}{8(\alpha+1)} - \frac{I(\zeta)}{2(\alpha+1)(\alpha+2)} \right] + C,$$

где

$$I(\zeta) = \frac{1}{2} \int_0^\zeta \frac{(1 - \zeta'^2)^\alpha [1 - (1 - \zeta'^2)^{\alpha+2}]}{\zeta'} d\zeta';$$

$$C = A \left[ \frac{I(\zeta_0)}{(\alpha+1)(\alpha+2)} - \frac{1 - (1 - \zeta_0^2)^{2(\alpha+1)}}{8(\alpha+1)^2} \right] + \frac{1}{4} B (1 - \zeta_0^2) + a \ln \zeta_0.$$

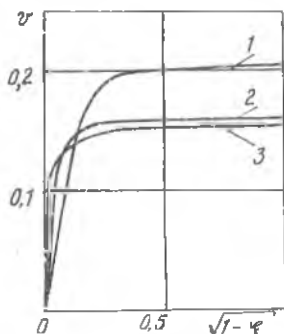
Зависимость  $v = f(\zeta, Re)$  приведена на рис. I

Анализ полученных результатов позволяет заключить, что в ядре течения  $v$  относительно слабо изменяется с числом Рейнольдса.

В то же время температурный напор

$$T - T_w = \frac{4\mu_w W^2}{2w} z^2$$

возрастает со средней по расходу скоростью примерно пропорциональ-



Р и с.1. Распределение температуры по сечению труб: 1 -  $Re = 10^4$ ; 2 -  $10^5$ ; 3 -  $10^6$

но ее квадрату. При течении воздуха в трубе диаметром 100 мм в случае, когда  $Re = 10^6$  и  $T_w = 300$  К, перепад температур между стенкой и ядром достигает  $10^0$ . Так как наиболее резко температура изменяется вблизи поверхности, то при обработке экспериментальных данных указанный перепад необходимо учитывать в первую очередь в этой области течения.

УДК 532.526

А.И. Бер, Н.Н. Кортиков

ПРИСТЕНОЧНАЯ ЛАМИНАРНАЯ СТРУЯ В СПУТНОМ ПОТОКЕ НА ИСКРИВЛЕННОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Принятые обозначения

$x, y$  - продольная и поперечная координаты

$U, V$  - проекции вектора скорости соответственно на координатные

линии  $x$  и  $y$

$\tau_w$  - касательное напряжение трения на стенке

$\rho$  - плотность

$\nu$  - коэффициент кинематической вязкости

$\mu$  - коэффициент динамической вязкости.