

ку оно существенно влияет на основные характеристики опоры большого хода;

центрирование поршня давлением из камер может наиболее эффективно использоваться при малых значениях  $\bar{p}_a$  (больших входных давлениях) и малых радиальных зазорах  $\delta_o$ , поскольку при больших величинах зазоров поршень может заклинить;

расчет опоры с центрированием из камер при малых  $\chi^*$  и больших  $\chi$  можно производить без учета расхода через центрирующий пояс, однако если  $\chi < 2\chi^*$ , необходимо учесть его влияние.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Белоусов А.И. Основы теории расчета гидростатических амортизаторов. "Вибрационная прочность и надежность двигателей и систем летательных аппаратов. Труды КуАИ, вып. 51, Куйбышев, 1972.
2. Белоусов А.И., Несоленов Г.Ф., Макушин А.Б., Чегодаев Д.Е. Статические характеристики пневмостатических амортизаторов двустороннего действия. "Вибрационная прочность и надежность двигателей и систем летательных аппаратов". Труды КуАИ, вып. 51, Куйбышев, 1972.
3. Богачева А.В. Пневматические элементы систем автоматического управления. М., "Машиностроение", 1966.
4. Грессем Н.С., Пауэлл Дж.У. Подшипники с газовой смазкой. "Мир", М., 1966.
5. Березовец Г.Г., Дмитриев В.Н., Нафаджаров Э.М. О допустимых упрощениях при расчете пневматических регуляторов. "Приборостроение", № 4, 1957.

Р.Х. Сандт, Г.В. Филиппов, Г.Е. Фомин, В.Г. Шахов

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ТЕПЛА ОТ ИСТОЧНИКА ПОСТОЯННОЙ ИНТЕНСИВНОСТИ

П р и н я т ы е о б о з н а ч е н и я

$a, a_1$  - температуропроводность среды и тонкой стенки;  $C_p, C_{p1}$  - теплоёмкость среды и тонкой стенки;  $\rho$  - параметр преобразования

Лапласа;  $q, q_w$  - тепловой поток в произвольной точке и на поверхности источника (его интенсивность);  $z, z_0$  - сферическая координата и радиус шарового источника;  $T, T_\infty, T_w$  - температура среды в произвольной точке, в начальный момент и на её границе;  $t$  - время;  $x$  - декартова координата;  $\delta$  - толщина тонкой стенки;  $\lambda, \lambda_1$  - теплопроводность среды и тонкой стенки;  $\rho, \rho_1$  - плотность среды и тонкой стенки.

Найдено точное решение нестационарной задачи о прогреве полупространства бесконечным плоским источником тепла и неограниченного пространства сферическим источником конечного радиуса и постоянной интенсивности. Приведено решение первой задачи с учётом "тонкой стенки" на поверхности источника тепла, теплопроводность которой выше теплопроводности полупространства.

I. Прогрев полупространства источником постоянной интенсивности. Эта задача описывается следующим дифференциальным уравнением и условиями однозначности в декартовой системе координат:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad ; \quad (1)$$

$$T = T_\infty = const; \quad t = 0; \quad x \geq 0;$$

$$t > 0: \quad x = 0, \quad \lambda \frac{\partial T}{\partial x} = q_w = const; \quad x \rightarrow \infty, \quad T \rightarrow T_\infty \quad (2)$$

Граничное условие (2) при  $x = 0$  исключает использование автомодельной переменной  $x/2\sqrt{at}$ . Перейдём в (1) - (2) от температуры среды  $T$  к потоку тепла  $q = \lambda \frac{\partial T}{\partial x}$ . Тогда задача ставится следующим образом:

$$\frac{\partial q}{\partial t} = a \frac{\partial^2 q}{\partial x^2} \quad ;$$

$$q = 0, \quad t = 0, \quad x \geq 0 \quad ;$$

$$t > 0: \quad x = 0, \quad q = q_w; \quad x \rightarrow \infty, \quad q \rightarrow 0.$$

Эта задача является автомодельной и её решение хорошо известно

$$q = q_w \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{at}}\right), \operatorname{erfc}z = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_z^{\infty} e^{-u^2} du \quad (3)$$

Интегрируя (3) по  $x$ , получим распределение температуры во всём полупространстве

$$T = T_{\infty} + \frac{q_w}{\lambda} \left[ x \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{at}}\right) - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{at} \exp\left(-\frac{x^2}{4at}\right) \right] \quad (4)$$

Из (4) температура границы среды  $T_w$  (при  $x = 0$ ) изменяется по закону

$$T_w = T_{\infty} - \frac{q_w}{\lambda} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{at} \quad (5)$$

2. Прогрев неограниченного пространства сферическим источником конечного радиуса и постоянной интенсивности. В сферических координатах задача описывается следующим образом:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{1}{z^2} \frac{\partial}{\partial z} z^2 \frac{\partial T}{\partial z};$$

$$T = T_{\infty} = \text{const}, \quad t = 0, \quad z \geq z_0;$$

$$t > 0: \quad z = z_0, \quad \lambda \frac{\partial T}{\partial z} = q_w = \text{const}, \quad z \rightarrow \infty, \quad T \rightarrow T_{\infty}$$

Решение задачи ищется в виде

$$T = T_{\infty} - \frac{q_w}{\lambda} \frac{z_0^2}{z} (1 + \theta), \quad (6)$$

где функция  $\theta$  зависит от координат

$$\eta = (z - z_0)/z_0, \quad \tau = at/z_0^2$$

и удовлетворяет уравнению и условиям однозначности

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2};$$

$$\theta = -1, \quad \tau = 0, \quad \eta > 0;$$

$$\tau > 0: \quad \eta = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial \eta} = 0. \quad (7)$$

$\theta$  - ограниченная функция при  $\eta \rightarrow \infty, \tau > 0$ .

Искомая функция  $\theta$  определяется в форме

$$\theta = \int_0^{\infty} A(k)(\sin k\eta + k \cos k\eta) \exp(-k^2\tau) dk, \quad (8)$$

удовлетворяющей граничными условиями (7), а неизвестная функция  $A(k)$  определяется из начального условия (7), т.е.

$$\int_0^{\infty} A(k)(\sin k\eta + k \cos k\eta) dk = -1. \quad (9)$$

Уравнение (9) переписывается в виде

$$\int_0^{\infty} A(k) \sin k\eta dk + \frac{d}{d\eta} \int_0^{\infty} A(k) \sin k\eta dk = -1. \quad (10)$$

Дифференциальное уравнение (10) имеет решение

$$\int_0^{\infty} A(k) \sin k\eta dk = \exp(-\eta) - 1.$$

Используя таблицы синус - преобразований Фурье [1], получим

$$A(k) = -\frac{2}{\pi} \frac{1}{k(1+k^2)}. \quad (11)$$

Из (6), (8) и (11) следует окончательный результат

$$T = T_{\infty} - \frac{q_w}{\lambda} \frac{z_0^2}{z} \left[ 1 - \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\sin k\eta + k \cos k\eta}{k(1+k^2)} \exp(-k^2\tau) dk \right]. \quad (12)$$

При  $z = z_0$  (или  $\eta = 0$ ) интеграл в (12) вычисляется и изменение температуры среды на поверхности источника описывается формулой

$$T_w = T_{\infty} - \frac{q_w}{\lambda} z_0 (1 - \text{erfc} \sqrt{\tau} \exp \tau). \quad (13)$$

На рис. I представлен расчёт по (13) возрастания температуры среды у поверхности источника тепла. При малых  $\tau$  ( $\tau \ll 1$ ), используя разложения в степенные ряды, из (13) получим

$$T_w = T_{\infty} - \frac{q_w}{\lambda} z_0 \left[ \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\tau} + O(\tau) \right]$$

или, возвращаясь к размерным величинам, -

$$T_w \approx T_{\infty} - \frac{q_w}{\lambda} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{at}. \quad (14)$$

Из (14) и (5) следует, что при  $\tau \ll 1$  закон изменения  $T_w$  в плоской и сферической задачах совпадает.

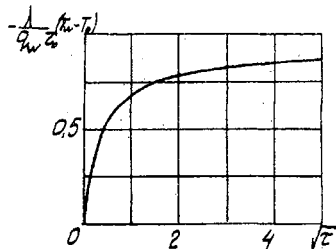


Рис. I. Изменение температуры среды у поверхности сферического источника тепла

3. Влияние тонкой стенки на распространение тепла в полупространстве от источника постоянной интенсивности. Если между полупространством и источником тепла размещается иной материал, температуропроводность которого  $\alpha_1$ , значительно больше, чем температуропроводность полупространства, то для упрощенного анализа задачи можно предположить, что в этой стенке температура не меняется по толщине, а является только функцией времени (модель "тонкой стенки" [2]). Тогда задача п.1 изменит только первое граничное условие, которое берется в виде [2]:

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial x} - \rho_1 c_{p1} \delta \frac{\partial T}{\partial t} = q_w = const; \quad x=0; \quad t>0. \quad (15)$$

Условие (15) с учётом (1) переписывается в другой форме

$$\lambda \left( \frac{\partial T}{\partial x} - \delta_1 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right) = q_w; \quad x=0; \quad t>0; \quad (16)$$

$$\delta_1 = \frac{\lambda_1}{\lambda} \frac{\rho_1}{\rho} \frac{c_{p1}}{c_p} \delta.$$

После перехода от  $T$  к  $q$  (см. п.1) из (16) следует

$$q - \delta_1 \frac{\partial q}{\partial x} = q_w; \quad x=0, \quad t>0.$$

Применение преобразования Лапласа  $Q = \int_0^\infty q \exp(-pt) dt$

сводит задачу к следующей

$$\alpha \frac{d^2 Q}{dx^2} = pQ; \quad (17)$$

$$x=0 \quad Q - \delta_1 \frac{dQ}{dx} = \frac{q_w}{p}; \quad x \rightarrow \infty, \quad Q \rightarrow 0. \quad (18)$$

Решение задачи (17) - (18) имеет вид

$$Q = q_w \frac{\exp(-\sqrt{\frac{p}{\alpha}} x)}{p(1 + \delta_1 \sqrt{\frac{p}{\alpha}})}$$

Применение обратного преобразования Лапласа [3] даёт

$$q = q_w \left[ \operatorname{erfc} \left( \frac{x}{2\sqrt{at}} \right) - \exp \left( \frac{at}{\delta_1^2} + \frac{x}{\delta_1} \right) \operatorname{erfc} \left( \frac{x}{2\sqrt{at}} + \sqrt{\frac{at}{\delta_1^2}} \right) \right]. \quad (19)$$

Второй член в квадратных скобках в (19) описывает влияние тонкой стенки. При  $x=0$  тепловой поток нарастает до  $q_w$  не мгновенно, как для задачи п.1, а по закону

$$\frac{q}{q_w} \Big|_{x=0} = 1 - \exp \left( \frac{at}{\delta_1^2} \right) \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{at}{\delta_1^2}}.$$

Асимптотическими разложениями правой части (20) при  $\sqrt{\frac{at}{\delta_1^2}} \gg 1$  можно установить, что с ошибкой меньше 1%  $q = q_w$  при  $\frac{at}{\delta_1^2} > 3 \cdot 10^3$ .

Интегрирование (19) по  $x$  дает распределение температуры в полупространстве

$$\frac{\lambda(T - T_\infty)}{q_w} = x \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{at}}\right) - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{at} \exp\left(-\frac{x^2}{4at}\right) + \delta_1 \left[ \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{at}}\right) - \exp\left(\frac{at}{\delta_1^2} + \frac{x}{\delta_1}\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{at}} + \sqrt{\frac{at}{\delta_1^2}}\right) \right]$$

откуда следует закон изменения  $T_w$

$$-\frac{\lambda(T_w - T_\infty)}{q_w} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{at} - \delta_1 \left[ 1 - \exp\left(\frac{at}{\delta_1^2}\right) \operatorname{erfc}\sqrt{\frac{at}{\delta_1^2}} \right]$$

или

$$-\frac{\lambda(T_w - T_\infty)}{q_w \delta_1} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{at}{\delta_1^2}} - 1 + \exp\left(\frac{at}{\delta_1^2}\right) \operatorname{erfc}\sqrt{\frac{at}{\delta_1^2}}. \quad (21)$$

Второй и третий члены в (21) учитывают замедление нарастания температуры границы среды из-за влияния тонкой стенки, отделяющей среду от источника тепла. При  $\sqrt{\frac{at}{\delta_1^2}} \gg 1$  из (21) следует предыдущий результат (5), т.е. с ростом времени замедляющее действие стенки ослабевает.

Это иллюстрируется графиком (рис.2), где кривая 1 построена по формуле (5), 2 - по (21), а 3 - асимптота для (21).

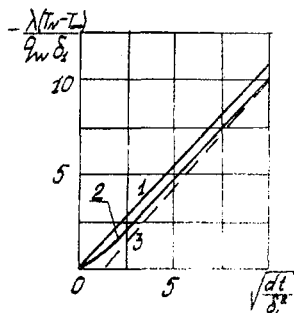


Рис.2. Влияние тонкой стенки на температуру среды у поверхности плоского источника тепла

## ЛИТЕРАТУРА

1. Диткин В.А., Прудников В.П. Интегральные преобразования и операционное исчисление. М., Физматгиз, 1961.
2. Дяч Г. Руководство к практическому применению преобразования Лапласа, М., "Наука", 1965.
3. Дракин И.И. Аэродинамический и лучистый нагрев в полёте, М., Оборонгиз, 1961.

Н.Ф. Ромейко, Е.В. Шибарев

### ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ РАЗВИТИЯ ПЛОСКОЙ СТРУИ В ОГРАНИЧЕННОМ СНОСЯЩЕМ ПОТОКЕ ВОЗДУХА

Закономерности распространения воздушных струй в сносящем потоке находят широкое применение при расчете воздушных завес, газовых горелок, камер сгорания турбин и других подобных устройств. Подавляющее большинство исследований, посвященных этому вопросу, относится к случаю развития струй в потоке неограниченных размеров. Так, например, существует целый ряд экспериментальных и теоретических работ (Г.Н. Абрамович, В.В. Батурич, И.А. Шепелев, М.С. Волынский, Е.В. Ржевский, В.Н. Костерин, Т.А. Гиршович, Н.И. Акатнов), в которых изучены траектории осесимметричной и плоской струи в безграничном сносящем потоке и даны эмпирические формулы. К числу таких работ относится также работа Ю.В. Иванова [1], который, исследуя в сносящем потоке струи различной конфигурации, получил эмпирическую зависимость для траектории плоской струи

$$\frac{ax}{b_0} = 1,9 \frac{\rho w^2}{\rho_0 v_0^2} \left( \frac{ay}{b_0} \right)^{2,5} + \frac{ay}{b_0} \operatorname{ctg} \alpha, \quad (1)$$

где  $b_0$  - полуширина щели;  $a$  - коэффициент структуры струи;  $\rho w^2$  - скоростной напор сносящего потока;  $\rho_0 v_0^2$  - скоростной напор воздушной струи;  $\alpha$  - угол атаки.

В вентиляционной технике особый интерес представляет круг вопросов о поведении струй в сносящем потоке ограниченных размеров, а также их развитие за его пределами.