

# Анализ формирования сфокусированного изображения в двухэкспозиционной спекл-фотографии

М.Н. Осипов<sup>1</sup>, Р.Н. Сергеев<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королева, Московское шоссе 34А, Самара, Россия, 443086

**Аннотация.** В работе представлены теоретические и экспериментальные результаты анализа формирования сфокусированного изображения в двухэкспозиционной спекл-фотографии. Теоретический анализ формирования сфокусированного изображения в двухэкспозиционной спекл-фотографии проведен с использованием метода Вандер Люгта. Показано, что в результате сложения смещенных в пространстве фотопластинки спекл-структур формируются муаровые полосы. Представлены экспериментальные результаты, подтверждающие теоретические исследования.

## 1. Введение

Спекл-фотография с двойной экспозицией - простой и универсальный метод для проведения измерений перемещений и деформаций в плоскости диффузно рассеивающих объектов [1]. Суть метода заключается в освещении шероховатой поверхности когерентным излучением при этом каждая точка поверхности, является точечным источником вторичных волн с различной фазой. За счет интерференции вторичных волн образуется субъективная спекл картина, которая связана своими характеристиками с поверхностью исследуемого объекта. Образующая спекл картина регистрируется на одну фотопластинку в двух состояниях объекта, в не нагруженном и нагруженном. Для измерения перемещений объекта проводят когерентно-оптическую обработку фотопластинки, в результате которой смещение может быть представлено в виде картины интерференционных полос. Интерференционные полосы образуются в результате того, что каждая пара соответственных спеклов действует как пара идентичных источников когерентного света, которые образуют полосы Юнга [1-2].

Чувствительность спекл-интерферометрии к определению величины перемещения зависит от размеров спекл-структуры, которая определяется параметрами используемой оптической системы при записи субъективной спекл-структуры, т.е. числовой апертурой оптической системы [1]. Увеличение числовой апертуры оптической системы приводит к уменьшению размеров регистрируемой спекл-структуры и, следовательно, к увеличению чувствительности спекл-интерферометрии. Однако, с другой стороны, увеличение числовой апертуры оптической системы приводит к требованию использования высококачественной оптики, так как при таких параметрах начинают существенным образом сказываться аберрации оптической системы, которые приводят к искажению регистрируемой информации. Теоретические и экспериментальные исследования принципов работы оптических устройств показали, что одним из способов уменьшения среднего размера спекла является амплитудная, фазовая аподизация оптической системы [3]. В работах [4] показано, что применение кольцевых

апертур в спекл-интерферометрии приводит к повышению чувствительности метода, расширению диапазона измеряемых перемещений, улучшению качества интерференционных полос при восстановлении методом Юнга, что приводит к повышению точности измерений.

Во всех ранних работах [1,2] нет полного анализа формирования сфокусированного изображения в двухэкспозиционной спекл-фотографии, так как основная задача получить конечный результат – расшифровать записанную информацию.

Таким образом данная работа направлена на более детальное теоретическое и экспериментальное исследование формирования изображения в двух экспозиционной спекл-фотографии и какие результаты можно дополнительно получить из этого анализа.

## 2. Расчёт распределения интенсивности сфокусированного изображения в двухэкспозиционной спекл-фотографии

Рассмотрим образование сфокусированного изображения в двухэкспозиционной спекл-фотографии при диффузном отражении лазерного излучения от поверхности объекта. На фотопластинке регистрируется сумма интенсивностей света при отражении излучения от двух состояний объекта: первоначального и смещенного на величину  $L$  под действием нагрузки.

Оптическая схема записи сфокусированного изображения исследуемого объекта представлена на рисунке 1. Объект исследования располагается в плоскости  $x_1y_1$ , линза и диафрагма в плоскости  $x_2y_2$ , фотопластинка в плоскости  $x_3y_3$ . Систему координат выбираем таким образом, чтобы смещение модели при второй экспозиции происходило только по оси  $x$ . Такой выбор значительно упрощает расчёт.

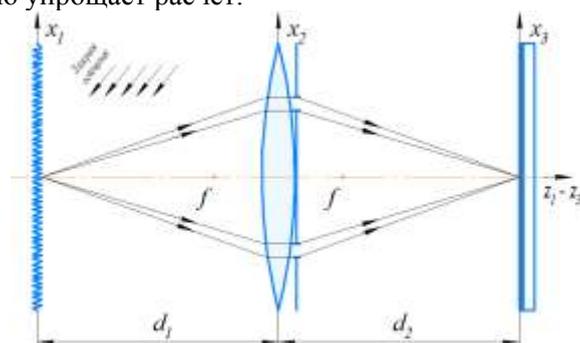


Рисунок 1. Оптическая схема записи сфокусированной спекл-фотографии.

Для описания прохождения волны через оптическую систему воспользуемся методом, предложенным Вандер Люгтом. С этой целью водится функция [5]:

$$\psi(x, y, p) = e^{-ikp(x^2 + y^2)}, \quad (1)$$

где  $x, y$  – пространственные координаты;  $p = 1/d$  ( $d$  – расстояние на которое распространяется волна);  $k = 2\pi/\lambda$ , ( $\lambda$  – длина волны лазерного излучения).

Для описания прохождения волны через сферическую линзу с фокусным расстоянием  $f$  комплексную амплитуду света, падающего на линзу, нужно умножить на  $\psi^*(x, y, F)$ . Звездочка обозначает комплексно-сопряженную величину,  $F = 1/f$ . Волна, прошедшая в пространстве расстояние  $d$ , описывается свёрткой комплексной амплитуды и выражения  $i \frac{k}{2} D \psi(x, y, D)$ , где  $D = \frac{1}{d}$ .

Применим метод Вандер Люгта для анализа записи двухэкспозиционной спекл-фотографии по оптической системе, изображенной на рисунке 1.

При первой экспозиции объект находится в ненагруженном состоянии. Диффузную поверхность можно представить состоящей из равномерно расположенных точечных источников вторичных волн одной интенсивности, но с различной фазой. Тогда отраженную от объекта волну можно записать в следующем виде [6]:

$$E_1(x_1, y_1) = \sum_{n=1}^N a e^{i\mu_n} \delta(x_1 - u_n; y_1 - v_n), \quad (2)$$

где  $N$  – количество точечных источников;  $u_n, v_n$  – координаты  $n$ -ой точки;  $\mu_n$  – фаза точечного источника;  $a$  – амплитуда точечного источника (с высокой точностью можно считать, что амплитуда точечных источников одинакова).

Распределение амплитуд на левой поверхности линзы определяется интегралом Кирхгофа-Френеля, т.е. свёрткой  $E_1(x_1, y_1)$  и  $i \frac{k}{2} D_1 \psi(x_1, y_1, D_1)$ :

$$E_2(x_2, y_2) = i \frac{k}{2} D_1 \iint_{P_1} E_1(x_1, y_1) \psi(x_2 - x_1; y_2 - y_1; D_1) dx_1 dy_1. \quad (3)$$

Умножение  $E_2(x_2, y_2)$  на  $\psi^*(x_2, y_2, F)$ , описывающую пропускание тонкой линзы, даёт распределение комплексных амплитуд на правой поверхности линзы:

$$E_3(x_2, y_2) = E_2(x_2, y_2) \psi^*(x_2; y_2; F). \quad (4)$$

Вычисляя свёртку  $E_3(x_2, y_2)$  с функцией  $i \frac{k}{2} D_2 \psi(x_3 - x_2, y_3 - y_2, D_2)$  получим комплексные амплитуды в плоскости фотопластинки:

$$E_4(x_3, y_3) = i \frac{k}{2} D_2 \iint_{P_2} E_3(x_2, y_2) \psi(x_3 - x_2; y_3 - y_2; D_2) dx_2 dy_2. \quad (5)$$

Используя свойства функции  $\psi$  [5] выражение (5), приведем к более удобному виду:

$$E_4(x_3, y_3) = -\frac{k^2}{4} D_1 D_2 \sum_{n=1}^N a e^{i\mu_n} \psi(u_n, v_n, D_1) \psi(x_3, y_3, D_2) \times \iint_{P_1} \psi(x_2; y_2; D_1 - F + D_2) e^{ik(D_1 u_n + D_2 x_3) x_2} e^{ik(D_1 v_n + D_2 y_3) y_2} dx_2 dy_2. \quad (6)$$

$E_4(x_3, y_3)$  будет являться изображением  $E_1(x_1, y_1)$ , если формирование изображения рассматривать в приближении геометрической оптики. Последнее условие, записанное через параметры оптической системы (рисунок 1), имеет вид:

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}, \quad (7)$$

или, в наших обозначениях,  $D_1 + D_2 = F$ . Тогда  $\psi(x_2; y_2; D_1 - F + D_2) = 1$  и уравнение (6) принимает вид:

$$E_4(x_3, y_3) = -\frac{k^2}{4} D_1 D_2 \sum_{n=1}^N a e^{i\mu_n} \psi(u_n, v_n, D_1) \psi(x_3, y_3, D_2) \times \iint_{P_1} e^{ik(D_1 u_n + D_2 x_3) x_2} e^{ik(D_1 v_n + D_2 y_3) y_2} dx_2 dy_2. \quad (8)$$

Фотопластинка является квадратичным детектором, т.е. реагирует на интенсивность света, тогда распределение интенсивности света в плоскости фотопластинки запишется в следующем виде:

$$I_0 = |E_4(x_3, y_3)|^2 = E_4(x_3, y_3) E_4^*(x_3, y_3) = |A_0|^2 \iint_{P_2} \iint_{P_2'} e^{ikD_2 x_3 (x_2 - x_2')} e^{ikD_1 (u_n x_2 - u_m x_2')} \times e^{ikD_2 y_3 (y_2 - y_2')} e^{ikD_1 (v_n y_2 - v_m y_2')} dx_2 dy_2 dx_2' dy_2' \quad (9)$$

где  $|A_0|^2 = \left( \frac{k}{2} D_1 D_2 \right)^2 \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N a^2 e^{i(\mu_n - \mu_m)} \psi(u_n, v_n, D_1) \psi^*(u_m, v_m, D_1)$ .

Во время второй экспозиции пусть отражающая поверхность объекта смещается на величину  $L$ . Как было выше сказано, систему координат располагаем так, чтобы перемещение происходило только по координате  $X$ . В таком случае отраженная волна принимает вид:

$$E_{1L}(x_1, y_1) = \sum_{n=1}^N a e^{i\mu_n} \delta(x_1 - u_n - L; y_1 - v_n), \quad (10)$$

Вычисляя аналогично прохождение сигнала через оптическую систему, получим распределение амплитуд в плоскости фотопластинки при смещении объекта в следующем виде:

$$E_{4L}(x_3, y_3) = -\frac{k^2}{4} D_1 D_2 \sum_{n=1}^N a e^{i\mu_n} \psi(u_n + L, v_n, D_1) \psi^*(x_3, y_3, D_2) \times \\ \times \iint_{P_1} e^{ik(D_1(u_n+L)+D_2x_3)x_2} e^{ik(D_1v_n+D_2y_3)y_2} dx_2 dy_2 \quad (11)$$

Тогда интенсивность примет вид:

$$I_L = |E_{4L}(x_3, y_3)|^2 = E_{4L}(x_3, y_3) E_{4L}^*(x_3, y_3) = \\ = |A_L|^2 \iint_{P_2} \iint_{P_2'} e^{ik(D_1L+D_2x_3)(x_2-x_2')} e^{ikD_1(u_nx_2-u_mx_2')} \times \\ \times e^{ikD_2y_3(y_2-y_2')} e^{ikD_1(v_ny_2-v_my_2')} dx_2 dy_2 dx_2' dy_2' \quad (12)$$

где  $|A_L|^2 = \left(\frac{k}{2} D_1 D_2\right)^2 \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N a^2 e^{i(\mu_n - \mu_m)} \psi(u_n + L, v_n, D_1) \psi^*(u_m + L, v_m, D_1)$ .

Коэффициенты  $|A_0|^2$  и  $|A_L|^2$  отличаются на бесконечно малую величину за счёт того, что структура поверхности существенно не меняется. Поэтому можно считать, что  $|A_0|^2 \approx |A_L|^2$ .

Полученные две спекл-картины при не нагруженном и нагруженном состоянии сдвинуты на  $L$  в пространстве изображения и при наложении друг на друга представляют собой сложную дифракционную решётку, которая несёт информацию об изменениях, происшедших с поверхностью объекта.

Так как интенсивности света при двух экспозициях регистрируются на одну фотопластинку, то суммарная интенсивность будет иметь вид:

$$I = I_0 + I_L = |A_0|^2 \iint_{P_2} \iint_{P_2'} \left\{ e^{ik(D_1L+D_2x_3)(x_2-x_2')} + e^{ikD_2x_3(x_2-x_2')} \right\} e^{ikD_1(u_nx_2-u_mx_2')} \times \\ \times e^{ikD_2y_3(y_2-y_2')} e^{ikD_1(v_ny_2-v_my_2')} dx_2 dy_2 dx_2' dy_2' \quad (13)$$

Упрощая сумму в фигурных скобках, получим:

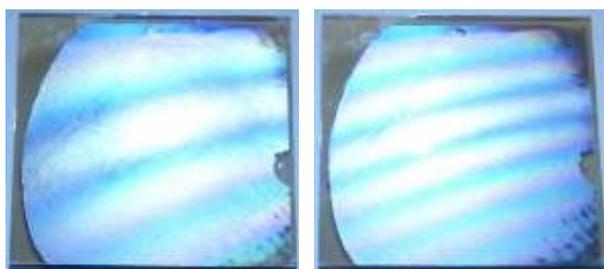
$$I = I_0 + I_L = |A_0|^2 \iint_{P_2} \iint_{P_2'} e^{ikD_2x_3(x_2-x_2')} e^{ikD_1(u_nx_2-u_mx_2')} \times \\ \times e^{ikD_2y_3(y_2-y_2')} e^{ikD_1(v_ny_2-v_my_2')} \cos\left(\frac{k}{2} D_1 L(x_2 - x_2')\right) dx_2 dy_2 dx_2' dy_2' \quad (14)$$

Как показано в работах [1,2], подынтегральное выражение описывает размер спеклов, которые зависят от вида используемой апертуры на входе оптической системы. Также из выражения (14) следует, что суммарная интенсивность промодулирована функцией косинус. Модуляция интенсивности в плоскости фотопластинки можно охарактеризовать как образование муаровых полос. Данные муаровые полосы образованы за счет, как следует из теоретических расчетов, геометрического сложения сложных непериодических спекл-структур.

### 3. Экспериментальное наблюдение муаровых полос

На основе оптической схемы, представленной на рисунке 1, был проведен эксперимент с двухэкспозиционной записью сфокусированных спекл-фотографий. В качестве исследуемого объекта выступал диффузно рассеивающий круглый плоский диск, совершающий поворот вокруг центра на малую угловую величину. Использовался стандартный объектив КАЛЕЙНАР-ЗБ 2,8/150. Увеличение оптической системы равнялось 1. Источником когерентного освещения служил лазер с длиной волны лазера 532 нм. Для записи сфокусированных спекл-структур использовались фотопластинки ВРП-М.

Для наблюдения муаровых полос двухэкспозиционная фотопластинка освещалась источником белого света. Полученные характерные фотографии муаровых полос показаны на рисунке 2.



**Рисунок 2.** Фотография муаровых полос в белом свете под разными углами наблюдения.

Из анализа фотографий видно, что частота муаровых полос меняется в зависимости от удаления от центра вращения диска. Это соответствует ходу эксперимента – смещение увеличивается вдоль радиусу вращающегося диска.

Наблюдаемые муаровые полосы позволяют без дополнительных экспериментов и расчетов оценить распределение перемещений в плоскости исследуемого объекта.

### 4. Заключение

В работе с использованием метода Вандер Люгта проведен теоретический анализ формирования сфокусированного изображения в двухэкспозиционной спекл-фотографии и показано образование муаровых полос, которые позволяют без дополнительных экспериментов и расчетов оценить распределение перемещений в плоскости исследуемого объекта. Проведенные экспериментальные исследования подтверждают теоретические расчеты.

### 5. Благодарности

Исследования были проведены при частичной финансовой поддержке грантов РФФИ № 19-01-00631 и №19-31-90100.

### 6. Литература

- [1] Клименко, И.С. Голография сфокусированных изображений и спекл-интерферометрия – М.: Наука, 1985. – 224 с.
- [2] Yamaguchi, I. Fringe formation in speckle photography // J. Opt. Soc. Am. A. – 1984. – Vol. 1(1). – P. 81-86.
- [3] Хонина, С.Н. Фазовая аподизация изображающей системы с целью увеличения глубины фокуса в когерентном и некогерентном случаях // Компьютерная оптика. – 2012. – Т. 36, № 3. – С. 357-364.
- [4] Osipov, M.N. Digital speckle photography with the ring aperture diaphragm / M.N. Osipov, R.N. Sergeev // Procedia Engineering. – 2017. – Vol. 201. – P. 155-163.
- [5] Vander Lugt, A. Operational notation for the analysis and synthesis of optical data-processing systems // Proc. IEEE. – 1966. – Vol. 54. – P. 1055-1063.
- [6] Goldfischer, L.I. Autocorrelation function and power spectral density of laser-produced speckle patterns // J. Opt. Soc. Am. – 1965. – Vol. 55(3). – P. 247-253.

# Analysis of focused image formation in double-exposure speckle photography

M.N. Osipov<sup>1</sup>, R.N. Sergeev<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Samara National Research University, Moskovskoe Shosse 34A, Samara, Russia, 443086

**Abstract.** The paper presents theoretical and experimental results of analysing the formation of a focused image in double-exposure speckle photography. A theoretical analysis of the formation of a focused image in double-exposure speckle photography was performed using the Vander Lugt method. It is shown that moiré fringes are formed as a result of the summation of speckle structures displaced in the space of the photographic plate. Experimental results confirming theoretical research are presented.