# Анализ очередей для видеотрафика с помощью обобщённого интервального метода

Б.Я. Лихтциндер
Поволжский государственный 
университет телекоммуникаций и 
информатики
Самара, Россия 
lixt@psuti.ru

Е.В. Китаева
Самарский национальный исследовательский университет им.
академика С.П. Королева
Самара, Россия
el kitaeva@mail.ru

А.Ю. Привалов
Самарский национальный
исследовательский университет им.
академика С.П. Королева
Самара, Россия
privalov1967@gmail.com

Аннотация—В докладе представлен новый подход к оценке средней очереди в системах передачи данных, трафик в которых очень коррелирован и практически не описывается классическими моделям теории очередей. В частности, такая ситуация имеет место в системах передачи видеотрафика. Предлагается подход, в котором модель системы передачи данных описывается не двумя случайными процессами — входным потоком и процессом обслуживания, а одним комбинированным процессом. Для вывода обобщённой формулы для средней очереди при этом используется обобщенный интервальный метод. Получена явная зависимость средней очереди от корреляционных характеристик комбинированного процесса.

Ключевые слова— Моделирование трафика, буферизация видеотрафика, интервальный метод анализа очередей.

# 1. Введение

При традиционном подходе к описанию систем передачи данных с помощью моделей теории массового обслуживания, главными характеристиками её являются два случайных процесса – входной поток требований в обслуживания систему процесс поступивших требований. Однако, современных телекоммуникаций, передающих сильно коррелированный пачечный трафик (такой, как видеотрафик), классические модели таких процессов являются мало адекватными.

Для преодоления этих трудностей в данном докладе предлагается использовать подход, когда система массового обслуживания описывается одним случайным процессом — количеством заявок, приходящих за время обслуживания одной заявки.[2] В качестве примера применения подобного подхода рассматривается вывод формулы для средней очереди в системе массового обслуживания, на вход которой подаётся реальный видеотрафик. При этом используется обобщённый интервальный метод, с помощью которого удаётся получить выражение для средней очереди через корреляционные характеристики указанного выше процесса. Данный подход является обобщением подхода, предложенного в [1].

Корректность полученных результатов проверяется с помощью имитационного моделирования.

# 2. Математическая модель

Рассматривается одноканальная система массового обслуживания с бесконечной очередью, входным потоком общего вида без ограничений на

корреляционные свойства, и временем обслуживания общего вида.

Для описания работы системы построим следующий случайный процесс: пусть  $\theta_k = t_{k+1}$  -  $t_k$ , где  $t_k$  – время ухода из системы k-той заявки, то есть,  $\theta_k$  - это интервал между моментами окончания обслуживания последовательных заявок. Пусть  $m(\theta_k)$  - количество заявок, приходящих в систему за интервал  $\theta_k$ , а  $q(\theta_k)$  — очередь в системе непосредственно перед окончанием интервала  $\theta_k$ . Тогда очередь в системе можно описать уравнением

$$q(\theta_k) = q(\theta_{k-1}) + m(\theta_k) - \delta(\theta_k)$$
 (1)

где  $\delta(\theta_k)=0,$  если  $q(\theta_{k-1})=m(\theta_k)\!\!=\!\!0$  и  $\delta(\theta_k)=1$  в противном случае.

Циклом обслуживания будем называть совокупность смежных интервалов  $\theta_k$ , ...  $\theta_{k+N-1}$ , такую, что  $q(\theta_{k-1}) = q(\theta_{k+N-1}) = 0$ , а для всех остальных  $\theta_i$ , входящих в этот цикл,  $q(\theta_i) > 0$ . Данное определение является обобщением определения, введённого в [1].

Обратим внимание на отличие известного понятия периода занятости, широко используемого в теории массового обслуживания, от введённого понятие цикла обслуживания. Период занятости – это интервал времени между моментами, когда обслуживающий прибор свободен, а цикл обслуживания – это период времени между моментами, когда очередь равна 0, но прибор занят. Таким образом, в одном периоде занятости может быть несколько циклов обслуживания. обслуживания плотно занимают весь интервал, где прибор занят, рассматривая поведение системы в моменты  $\theta_k$  равносильно исключению из рассмотрения интервалов, когда прибор не работает.

Введём гипотезу эргодичности, аналогично тому, как это было сделано в [1]. Мы будем предполагать, что случайные процессы  $m(\theta_k)$  и  $q(\theta_k)$  стационарны, взаимно стационарны и эргодичны относительно статистических характеристик первого и второго порядка, в том числе и взаимных корреляционных моментов. Далее везде будем считать, что гипотеза справедлива.

Возведём в квадрат обе части (1) и учтём, что  $\delta^2(\theta_k) = \delta(\theta_k), \quad \delta(\theta_k) \ m(\theta_k) = m(\theta_k), \quad \delta(\theta_k) \ q(\theta_{k\text{-}1}) = q(\theta_{k\text{-}1}).$  Получим  $q^2(\theta_k) = q^2(\theta_{k\text{-}1}) + 2 \ q(\theta_{k\text{-}1}) \ m(\theta_k) - 2 \ q(\theta_{k\text{-}1}) + \\ \qquad \qquad + m^2(\theta_k) - 2m(\theta_k) + \delta(\theta_k).$ 

VIII Международная конференция и молодёжная школа «Информационные технологии и нанотехнологии» (ИТНТ-2022) Том 5. Науки о данных

Вычислим математическое ожидание от обоих частей этого равенства, учитывая, что из условия стационарности следует, что

$$M(\delta(\theta_k))=M(m(\theta_k)), M(q^2(\theta_k))=M(q^2(\theta_{k-1})),$$

получим

$$M(q(\theta_{k-1}))=1/2*(M(m^2(\theta_k))-M(m(\theta_k)))+M(q(\theta_{k-1})m(\theta_k)).$$

Рассуждая аналогично [1],  $M(q(\theta_{k-1})m(\theta_k))$  можно выразить через эмпирические корреляционные характеристики процесса  $m(\theta_k)$ :

$$\nu(M,k) = \frac{1}{M-k} \sum_{i=k+1}^{M} m(\theta_i) (m(\theta_{i-k}) - 1)$$

$$M(q(\theta_i)m(\theta_i)) = \lim_{M \to \infty} \sum_{k=1}^{M-1} \frac{M-k}{M} \nu(M,k)$$

где использовалось равенство

$$q(\theta_{i-1}) = \sum_{k=i_s}^{i-1} (m(\theta_k) - 1)$$

где  $j_s$  — первый интервал  $\theta_k$  в том цикле обслуживания, в котором находится и  $\theta_k$ , а само равенство следует из того, что внутри цикла обслуживания прибор не простаивает (детальное доказательство см. в [1]).

Кроме того, внутри цикла обслуживания  $M(\delta(\theta_k))=1$ , а потому и  $M(m(\theta_k))=1$ , и  $M(m^2(\theta_k))-M(m(\theta_k))=D(m(\theta_k))$ , то есть дисперсии  $m(\theta_k)$ . Собирая всё вместе, получаем

$$M(q(\theta_i)) = \frac{1}{2}D(m(\theta_k)) +$$

$$+\lim_{M\to\infty}\sum_{k=1}^{M-1}\frac{M-k}{M}\nu(M,k)$$

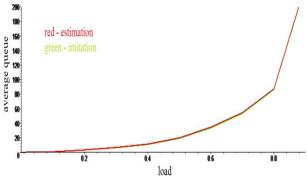


Рис.1. Средняя очередь для видеотрафика,  $\theta_k$  пропорциональны размерам пакетов

Заметим, что мы нашли фактически математическое ожидание очереди при условии, что прибор занят. Чтобы найти безусловное математическое ожидание очереди, вспомним, что доля времени, когда прибор занят, составляет 1- $\rho$ , где  $\rho$  – нагрузка прибора, и на интервалах

простоя прибора очередь, очевидно, равна нулю, поэтому окончательная формула для средней очереди:

$$\overline{q} = \rho \left( \frac{D(m(\theta_k))}{2} + \lim_{M \to \infty} \sum_{k=1}^{M-1} \frac{M-k}{M} \nu(M, k) \right)$$

В докладе будут представлены результаты расчётов по данной формуле, проведённые для трасс реального видеотрафика в сравнении с результатами имитационного моделирования прохождения того же видеотрафика через соответствующую систему массового обслуживания. На рис.1 приведён пример такого сравнения.

## 3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представлена обобщённая формула средней очереди для входного трафика с произвольными корреляционными свойствами. В формуле присутствуют только моменты второго порядка комбинированного случайного процесса, описывающего одновременно входной поток и процесс обслуживания, и загрузка канала передачи данных. Полученная формула хорошо согласуется с данными, полученными на реальном видеотрафике.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Лихтциндер, Б.Я. Об оценках средней длины очереди для одноканальных систем массового обслуживания через статистические безусловные моменты второго порядка модифицированного входного потока / Б.Я. Лихтциндер, И.А. Блатов, Е.В. Китаева // Автоматика и телемеханика. 2022. № 1. С. 113-129.
- [2] Лихтциндер, Б.Я. Трафик мультисервисных сетей доступа (анализ и проектирование) / Б.Я. Лихтциндер.- М.: Горячая линия — Телеком, 2018. – 200 с.
- [3] Likhttsinder, B. Traffic Buffering in Multichannel Switches of Access Networks / B. Likhttsinder, A. Privalov // International Conference on Information Technology and Nanotechnology (ITNT). – 2021. – P. 1-4. DOI: 10.1109/ITNT52450.2021.9649310.
- [4] Leland, W.E. On the self-similar nature of Ethernet traffic / W.E. Leland, S. Taqqu Murad, W. Willinger, D.V. Wilson // J. IEEE/ACM Trans. Networking. – 1994. – Vol. 2(1). – P. 1-15.
- [5] Neuts, M.F. Versatile Markovian point process / M.F. Neuts // J. Appl. Probab. – 1979. – Vol. 16(4). – P. 764-779.
- [6] Ramaswami, V. The N/G/1 queue and its detailed analysis / V. Ramaswami // Adv. Appl. Probab. – 1980. – Vol. 12(1). – P. 222-261.
- [7] Jagerman, D.L. Mean waiting time approximations in the G/G/1 queue / D.L. Jagerman, B. Balcioglu, T. Altiok, B. Melamed // Queueing Syst. – 2004. - Vol. 46. – P. 481-506.
- [8] Balcioglu, B. Approximate mean waiting time in a GI/D/1 queue with autocorrelated time to failures / B. Balcioglu, D.L. Jagerman, T. Altiok // IEEE Trans. – 2007. – Vol. 39(10). – P. 985-996.
- [10] Tsybakov, B.S. Teletraffic model based on a self-similar random process / B.S. Tsybakov // Radiotekhnika. – 1999. – Vol. 5. – P. 24-31.
- [11] Shelukhin, O.I. Fractal Processes in Telecommunications / O.I. Shelukhin, A.M. Tenyakshev, A.V. Osin. – Moscow: Radiotekhnika, 2003.