

Анализ стабильности функционирования технического объекта по критерию многомерного рассеяния контролируемых параметров

В.Н. Клячкин^а, И.Н. Карпунина^б

^а Ульяновский государственный технический университет, 432027, ул. Северный Венец, 32, Ульяновск, Россия

^б Ульяновский институт гражданской авиации, 432071, ул. Можайского, 8/8, Ульяновск, Россия

Аннотация

Оценка стабильности функционирования технического объекта часто сводится к контролю стабильности среднего уровня и рассеяния контролируемых параметров. Для этого предлагается использовать методы многомерного статистического контроля, применяемые для оценки стабильности технологических процессов. Контроль среднего уровня многопараметрического процесса проводится с помощью алгоритмов, базирующихся на статистике Хотеллинга. При оценке стабильности рассеяния могут быть использованы алгоритмы на основе обобщенной дисперсии – определителя ковариационной матрицы. Предложены подходы, повышающие эффективность контроля многомерного рассеяния.

Ключевые слова: многомерный статистический контроль; обобщенная дисперсия; специальные структуры; экспоненциально взвешенная скользящая средняя

1. Введение

Стабильность функционирования технического объекта часто определяет его работоспособность. Нарушение стабильности может привести к отказу или возникновению аварийной ситуации [1]. Скорейшее обнаружение такого нарушения является важной задачей. Например, мониторинг вибраций гидроагрегата проводится с помощью сети датчиков [2]. По показаниям этих датчиков необходимо диагностировать нарушение стабильности работы контролируемого гидроагрегата. В системе водоочистки контролируются физико-химические показатели качества питьевой воды (цветность, содержание хлоридов, алюминия и др.) [3]: необходимо обеспечить их нахождение в допустимых пределах.

Нарушения проявляются в виде изменения статистических характеристик среднего уровня и рассеяния контролируемых параметров, поэтому для обнаружения нарушений могут быть использованы методы и алгоритмы статистического контроля технологических процессов [4-6]. Наиболее распространенными нарушениями, связанными с изменением среднего уровня, являются скачкообразное смещение или тренд – постепенное уменьшение или увеличение среднего уровня. Для обнаружения такого типа нарушений при контроле одного параметра используют карты Шухарта для средних значений или индивидуальных наблюдений. При контроле множества коррелированных параметров применяют алгоритмы, основанные на статистике Хотеллинга. Для повышения эффективности карты Хотеллинга предложены несколько методов [7]. Один из них – поиск на карте структур специального вида, вероятность появления которых соизмерима с вероятностью ложной тревоги: тренды, резкие скачки, приближение точек к контрольной границе или оси абсцисс и другие. Еще один подход – использование предупреждающей границы: попадание нескольких точек подряд между ной границами свидетельствует о нарушении стабильности среднего уровня.

Аналогичные методы могут быть использованы и для обнаружения нарушений стабильности при исследовании многомерного рассеяния параметров функционирования объекта. Основные виды нарушения работы объекта по критерию рассеяния – это скачкообразное или постепенное увеличение рассеяния контролируемых параметров. При контроле одного параметра рассеяние характеризуется размахом, стандартным отклонением или дисперсией. Основной характеристикой многомерного рассеяния является обобщенная дисперсия – определитель ковариационной матрицы [8,9]. Иногда используется и эффективная дисперсия [10].

Предлагается методика анализа стабильности работы объекта по критерию многомерного рассеяния, включающая анализ показаний датчиков в условиях отлаженной (стабильной) работы объекта, оценку ковариационной матрицы; выбор возможных статистических инструментов для последующего контроля рассеяния; оценку средней длины серий для различных статистических инструментов с учетом возможных нарушений; проведение статистических испытаний; отбор инструментов с минимальной длиной серий; постоянный мониторинг работы объекта с целью диагностики нарушений стабильности многомерного рассеяния. Современная компьютерная техника и соответствующее программное обеспечение позволяет оперативно диагностировать нарушения функционирования объекта с использованием разработанных алгоритмов.

2. Алгоритм контроля многомерного рассеяния на основе обобщенной дисперсии

Для проверки гипотезы о равенстве ковариационной матрицы Σ заданному значению Σ_0 может быть использована обобщенная дисперсия – определитель ковариационной матрицы [4,8]. Для каждого момента времени t формируется выборочная ковариационная матрица S_t , элементы которой

$$s_{jkt} = \frac{1}{n-1} \sum (x_{ijt} - \bar{x}_j)(x_{ikt} - \bar{x}_k), \quad (1)$$

x_{ijt} – результат i -го наблюдения по j -му показателю в t -й выборке ($i = 1, \dots, n$, n – объем выборки, $j, k = 1, \dots, p$, p – количество контролируемых параметров, $t = 1, \dots, m$, m – количество выборок, взятых для анализа процесса по обучающей выборке). Определитель матрицы (1) $|\mathbf{S}_t|$ есть обобщенная дисперсия t -й мгновенной выборки.

Также вычисляются оценки средней ковариации по всей совокупности выборок

$$\bar{s}_{jk} = \frac{1}{m} \sum_{t=1}^m s_{jkt}, \quad (2)$$

которые образуют ковариационную матрицу \mathbf{S} ; ее определитель $|\mathbf{S}|$ используется в качестве оценки целевой обобщенной дисперсии $|\Sigma_0|$. При построении контрольной карты на ней откладываются выборочные значения обобщенной дисперсии $|\mathbf{S}_t|$ для каждой t -ой выборки.

Контрольные границы карты обобщенной дисперсии определяются из соотношений

$$\left. \begin{aligned} UCL \\ LCL \end{aligned} \right\} = |\Sigma_0| (b_1 \pm u_{1-\alpha/2} \sqrt{b_2}), \quad (3)$$

где $u_{1-\alpha/2}$ – квантиль нормального распределения порядка $1 - \alpha/2$, α – уровень значимости (вероятность ложной тревоги); коэффициенты вычисляются по формулам:

$$b_1 = \frac{1}{(n-1)^p} \prod_{j=1}^p (n-j); \quad (4)$$

$$b_2 = \frac{1}{(n-1)^{2p}} \prod_{j=1}^p (n-j) \left[\prod_{k=1}^p (n-k+2) - \prod_{k=1}^p (n-k) \right], \quad (5)$$

при этом оценка целевой обобщенной дисперсии $|\Sigma_0|$ находится по обучающей выборке. Если при этом нижняя граница LCL по формуле (3) окажется отрицательной, принимается нулевое значение.

О нарушении стабильности процесса свидетельствует выход хотя бы одной из точек на карте обобщенной дисперсии за одну из контрольных границ, т.е. процесс стабилен при выполнении неравенства

$$LCL < |\mathbf{S}_t| < UCL, \quad (6)$$

где t – номер контролируемой выборки. В качестве примера на рис. 1 показана карта обобщенной дисперсии: нижняя граница – нулевая, точек вне контрольной границы нет: процесс стабилен.

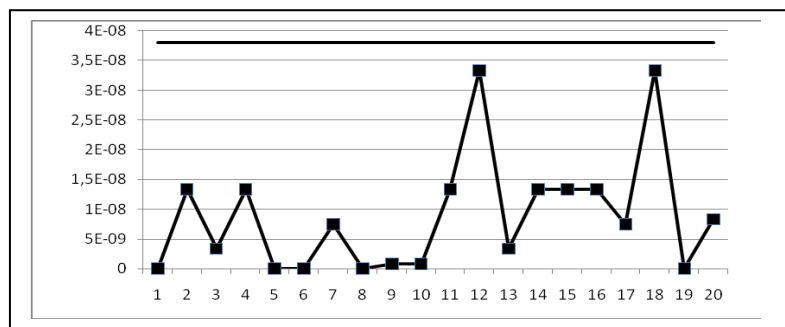


Рис. 1. Карта обобщенной дисперсии.

3. Методы повышения эффективности обнаружения нарушений по критерию многомерного рассеяния

3.1. Поиск структур специального вида

Процесс считается стабильным по критерию многомерного рассеяния, если на карте обобщенной дисперсии нет точек, выходящих за контрольные границы, т.е. выполняется условие (6). Это условие является необходимым, но часто недостаточным для гарантии стабильности процесса. Иногда на карте имеют место структуры специального вида,

которые также свидетельствуют о нестабильности процесса: это структуры, вероятность появления которых соизмерима с вероятностью ложной тревоги. Например, несколько последовательных точек по возрастанию или убыванию свидетельствуют о тренде контролируемой характеристики процесса. Среди специалистов нет единого мнения о том, какие структуры необходимо использовать для оценки стабильности. Широко распространены четыре критерия Western Electric [4,5]; один из них, например, такой: расположение по меньшей мере восьми последовательных точек по одну сторону от центральной линии свидетельствует о нестабильности процесса. В стандартах ИСО рассматривается восемь критериев [6], шесть критериев предложено для карты Хотеллинга [7].

Алгоритм обобщенной дисперсии базируется на использовании нормального распределения, при этом, как правило, практические расчеты проводятся на основе правила трех сигма: в формуле (3) принимается $u_{1-\alpha/2} = 3$. Для обнаружения нарушений могут быть использованы те же типы специальных структур, что и для карты Шухарта. Это: 1) выход хотя бы одной точки за контрольные границы, 2) выход хотя бы двух из трех последовательных точек, лежащих по одну сторону от центральной линии, за двухсигмовые пределы, 3) выход по меньшей мере четырех из пяти последовательных точек, лежащих по одну сторону от центральной линии, за пределы одной сигмы, 4) расположение по меньшей мере восьми последовательных точек по одну сторону от центральной линии, 5) шесть убывающих или возрастающих точек подряд (тренд), 6) четырнадцать попеременно возрастающих и убывающих точек (цикличность) и другие.

Вероятность появления, например, восьми точек подряд по одну сторону от центральной линии может быть найдена так. Вначале проверяется нарушение критерия (6) – выхода точки за одну из контрольных границ, вероятность этого события при использовании правила трех сигма составляет $0,0027/2 = 0,00135$. Вероятность попадания одной точки по одну сторону от центральной линии равна 0,5. Тогда вероятность нахождения восьми точек по одну сторону от центральной линии при условии, что все точки лежат внутри контрольных границ, равна $(0,5 - 0,00135)^8 = 0,003823$, что соизмеримо с вероятностью ложной тревоги 0,0027.

При построении контрольных карт с использованием компьютера поиск специальных структур любого типа на картах легко автоматизируется и не вызывает затруднений. Однако следует иметь в виду, что увеличение числа критериев приводит к снижению количества наблюдений между ложными тревогами. При использовании только структуры 1 для выявления нестабильного состояния это количество составит $1/\alpha \approx 370$ выборок, структур 1 и 4 – 153 выборки, при выборе четырех структур с 1-ой по 4-ую – 92 выборки. Это значение вполне приемлемо, но применение дополнительных критериев может привести количество наблюдений между ложными тревогами к недопустимо малому значению.

3.2. Карта экспоненциально взвешенной скользящей средней для обобщенной дисперсии

Для обнаружения скачкообразного увеличения рассеяния иногда применяют алгоритм экспоненциально взвешенной скользящей средней для обобщенной дисперсии; соответствующие значения определяются по формуле

$$E_t = (1 - k) E_{t-1} + k|S_t|; \tag{7}$$

где $0 \leq k \leq 1$ – параметр сглаживания, $E_0 = |\Sigma_0|$. Процесс считается стабильным, если найденные значения лежат внутри контрольных границ

$$\left. \begin{matrix} UCL \\ LCL \end{matrix} \right\} = |\Sigma_0| \pm H\sigma_{E_t}, \tag{8}$$

где H – параметр, определяющий положение границ; σ_{E_t} – среднееквадратичное отклонение величин E_t , определяемое из формулы:

$$\sigma_{E_t}^2 = \frac{\sigma_{|S_t|}^2}{n} \frac{k}{2-k} [1 - (1-k)^{2t}]. \tag{9}$$

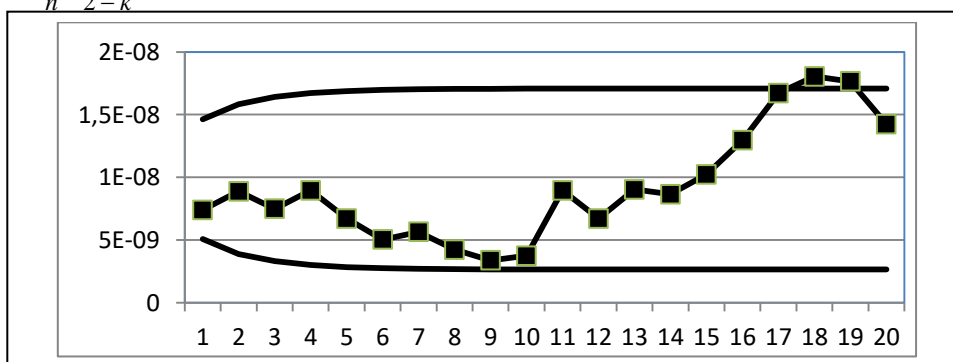


Рис. 2. Карта экспоненциально взвешенных скользящих средних для обобщенной дисперсии.

На рис. 2 показана карта экспоненциально взвешенных скользящих средних для обобщенной дисперсии, построенная по тем же данным, что и карта на рис.1. Видно, что в наблюдениях 18-19 имеет место нарушение процесса (заранее смоделированное небольшое увеличение рассеяния), которое не обнаружила карта обобщенной дисперсии.

3.3. Предлагаемая методика оценки стабильности функционирования объекта

Проведенное исследование позволяет предложить следующую методику оценки стабильности работы объекта.

1. В условиях отлаженной работы объекта снимают показания датчиков, и рассчитывают основные статистические характеристики: вектор средних значений и ковариационную матрицу (характеристики обучающей выборки).

2. Выбирают набор возможных статистических инструментов для последующего контроля. Некоррелированные параметры контролируют инструментами на основе карты Шухарта. Для контроля среднего уровня коррелированных параметров используют карты Хотеллинга, для контроля многомерного рассеяния - карту обобщенной дисперсии.

3. При необходимости используют алгоритмы экспоненциально взвешенных скользящих средних на основе статистики Хотеллинга и обобщенной дисперсии.

4. Проводят постоянный мониторинг работы объекта с целью диагностики нарушений стабильности. При этом проводится поиск специальных структур на картах, свидетельствующих о возможном нарушении процесса.

4. Результаты и обсуждение

Численное исследование проводилось на примере анализа работоспособности гидроагрегата по критерию стабильности рассеяния вибраций. Показания датчиков коррелированы, смоделированное увеличение рассеяния было уловлено картой экспоненциально взвешенных скользящих средних (рис. 2).

Для оценки стабильности функционирования объекта по критерию многомерного рассеяния могут использоваться контрольные карты обобщенной дисперсии. Однако эти карты не всегда своевременно обнаруживают нарушения. Предложены методы повышения чувствительности таких карт: поиск неслучайных структур и использование алгоритма экспоненциально взвешенных скользящих средних могут существенно повысить эффективность контроля.

5. Заключение

Предложенная методика диагностирования нарушений стабильности функционирования объекта на основе методов статистического контроля процессов позволяет своевременно выявлять возможные нарушения его работы, связанные с изменением рассеяния его параметров, и, при необходимости, предотвратить аварийные ситуации.

Благодарности

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ, проект 16-48-732002.

Литература

- [1] Клячкин, В.Н. Использование методов статистического контроля для оценки стабильности работы агрегатов / В.Н. Клячкин, И.Н. Карпунина // Доклады академии наук высшей школы РФ. – 2016. – №3. – С. 65-72.
- [2] Клячкин, В.Н. Моделирование вибраций гидроагрегата на основе адаптивных динамических регрессий / В.Н. Клячкин, Ю.Е. Кувайскова, А.А. Алешина // Автоматизация. Современные технологии. – 2014. – №1. – С.30-34.
- [3] Кувайскова, Ю.Е. Прогнозирование состояния источника водоснабжения в целях обеспечения качества воды / Ю.Е. Кувайскова, Е.М. Булыжев, В.Н. Клячкин, Д.С. Бубырь // Справочник. Инженерный журнал с приложением. – 2016. – №5. – С.37-42.
- [4] Montgomery, D. C. Introduction to statistical quality control / D. C. Montgomery – New York: John Wiley and Sons, 2009. – 754 p.
- [5] Ryan, T. P. Statistical methods for quality improvement / T. P. Ryan – New York: John Wiley and Sons, 2011. – 687 p.
- [6] Модели и методы статистического контроля многопараметрического технологического процесса / В.Н. Клячкин – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2011. – 196с.
- [7] Клячкин, В.Н. Обнаружение нарушений при многомерном статистическом контроле технологического процесса / В.Н. Клячкин, Ю.А. Кравцов // Программные продукты и системы. – 2016. – №3. – С. 192-197.
- [8] Святова, Т.И. Многомерный статистический контроль технологического рассеяния процесса / Т.И. Святова, В.Н. Клячкин // Радиотехника. – 2014. – №11. – С.123-126.
- [9] Клячкин, В.Н. Методы статистического контроля технологического процесса по критерию многомерного рассеяния / В.Н. Клячкин, Т.И. Святова // Радиопромышленность. – 2015. – №4. – С. 147-153.
- [10] García-Díaz, J. Carlos. The 'effective variance' control chart for monitoring the dispersion process with missing data / J. Carlos García-Díaz // Industrial Engineering. – 2007. – Vol. 1. – № 1. – P. 40-45.