

Астигматическое преобразование пучка Бесселя и пучка Гаусса-Лагерра

А.В. Глазкова¹, М.В. Забловская¹

¹Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королева, Московское шоссе 34А, Самара, Россия, 443086

Аннотация. В исследованиях анизотропии могут быть полезны пучки Бесселя, которые обладают высокой чувствительностью к асимметрии волнового фронта. Пучки Гаусса-Лагерра же способны сохранять свою структуру в свободном пространстве. Моды Гаусса-Лагерра нашли свое применение в оптическом манипулировании микрообъектами, квантовой оптике, оптических коммуникациях. В данной работе проводится численный расчет и анализ прохождения пучка Бесселя нулевого порядка и пучка Гаусса-Лагерра высокого радиального порядка через астигматическую линзу. Получены поперечные картины интенсивности при распространении пучка после прохождения через астигматическую линзу на различные расстояния.

1. Введение

Анизотропные вещества широко используются в оптике [1, 2]. Распространение лазерных мод высокого порядка в среде с сильной анизотропией приводит к сложным поляризационно-модовым преобразованиям [3 – 9].

Наиболее заметно анизотропные эффекты проявляются для пучков Бесселя [10 – 14] в связи с особой структурой их пространственного спектра. Аналогичное преобразование для гауссовых мод не столь выражено. Например, в работах [3, 15] было показано, что лишь половина энергии гауссова пучка с круговой поляризацией преобразуется в вихревой пучок, причём на бесконечном расстоянии. В работах [16, 17] было показано, что для высокочастотных мод Гаусса-Лагерра в непараксиальном режиме характерно поведение, близкое к бесселевым модам, но только в ближней зоне дифракции. На более дальних расстояниях периодичность замедляется и пучок претерпевает астигматические искажения. Аналогичное различие в поведении мод Бесселя и Гаусса-Лагерра отмечалось ранее при периодическом самовоспроизведении многомодовых пучков в изотропной среде [18, 19].

Лазерные пучки Бесселя за счет своей структуры интенсивности очень чувствительны к асимметрии волнового фронта, что делает их полезными для исследования оптической анизотропии и астигматизма. Изменения в распределении интенсивности при распространении пучка Бесселя гораздо более заметны и наглядны, и наступают при меньших фазовых искажениях, чем для пучков с равномерной интенсивностью.

В частности, хорошо заметное визуальное искажение структуры интенсивности пучка наблюдалось для пучков Бесселя при распространении перпендикулярно оси анизотропного кристалла [20-23], а также при прохождении через цилиндрическую линзу [24]. Аналогичное преобразование структуры пучка можно наблюдать при наклонном падении плоской волны на аксикон [25-28]. Гауссовы моды подвергаются астигматическим преобразованиям с целью

формирования вихревой фазовой сингулярности, а также для визуализации порядка оптического вихря [29-34].

В данной работе проводится численный расчет и анализ прохождения пучка Бесселя нулевого порядка и пучка Гаусса-Лагерра высокого радиального порядка через астигматическую линзу. Получены поперечные картины интенсивности при распространении пучка после прохождения через астигматическую линзу на различные расстояния.

2. Моделирование для пучка Бесселя

Рассмотрим парааксиальную модель и воспользуемся в качестве оператора распространения пучков преобразованием Френеля:

$$G(u, v, z) = -\frac{ik}{2\pi z} \exp(ikz) \int_{-R}^R \int_{-R}^R g(x, y) \exp\left[\frac{ik}{2z}((x-u)^2 + (y-v)^2)\right] dx dy, \quad (1)$$

где $k=2\pi/\lambda$ – волновое число, λ – длина волны излучения, z – расстояние от входной плоскости, R – радиус входного поля.

Во входной плоскости находится пучок Бесселя нулевого порядка:

$$B(x, y) = J_0\left(k\alpha_0\sqrt{x^2 + y^2}\right), \quad (2)$$

где α_0 – параметр, соответствующий масштабу пучка.

Также во входной плоскости расположена цилиндрическая линза с функцией пропускания:

$$L(x) = \exp\left\{-ik\frac{x^2}{2f}\right\}, \quad (3)$$

где f – фокусное расстояние линзы.

Таким образом, входная функция в (1) имеет следующий вид:

$$g(x, y) = B(x, y) \cdot L(x). \quad (4)$$

Была рассмотрена функция Бесселя нулевого порядка $J_0(ar)$, где $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, $a=30$, x и y меняются от -1 до 1 с шагом 1/32.

Моделирование проходило в пакете MatlabR2014a

При моделировании функции Бесселя нулевого порядка $J_0(ar)$ получено следующее распределение (рисунок 1).

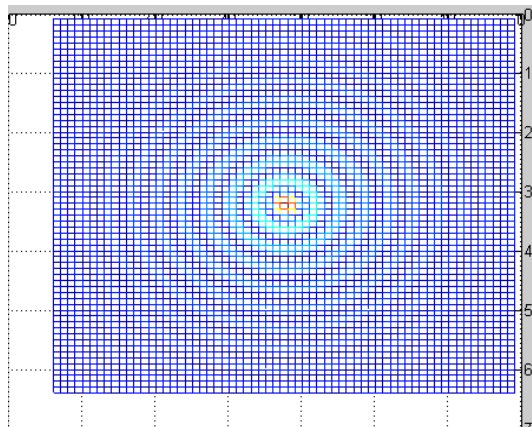


Рисунок 1. Входной пучок.

Затем было выполнено преобразование Френеля (1) от функции Бесселя (2) в отсутствие цилиндрической линзы (3)

Были заданы параметры преобразования: u и v также меняются от -1 до 1 с шагом 1/32, $k = \frac{2\pi}{0.000633}$. Расстояние $z = 200$ мм. В данных условиях получено распределение, показанное на рисунке 2.

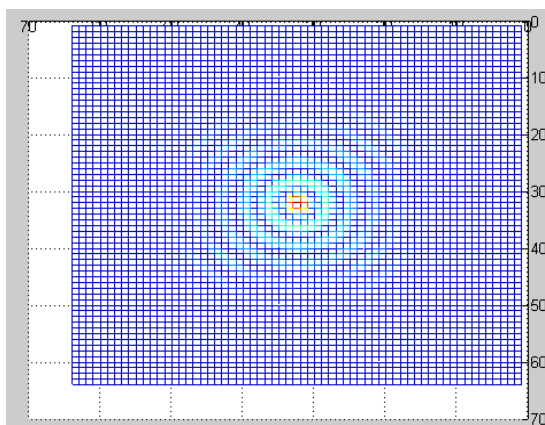


Рисунок 2. Распределение без линзы.

Для исследования астигматизма пучка была использована цилиндрическая линза (3). Для расчётов было выбрано фокусное расстояние $f=150$ мм.

Результаты распространения пучка с внесённым астигматизмом показаны на рисунках 3-5.

Целью эксперимента был анализ распространения пучка на разном расстоянии. На расстоянии 150 мм получилась картина, показанная на рисунке 4, на 250 мм – распределение на рисунке 5.

Как видно по моделируемым картинам распределения интенсивности преобразованных в цилиндрической линзе пучков Бесселя, наиболее сильным астигматическим искажениям подвержены пучки, сформированные линзой, стоящей на более крупном расстоянии. Большие расстояния гарантируют сильные aberrации. Это говорит о большой чувствительности пучка к увеличению расстояния до сферической линзы.

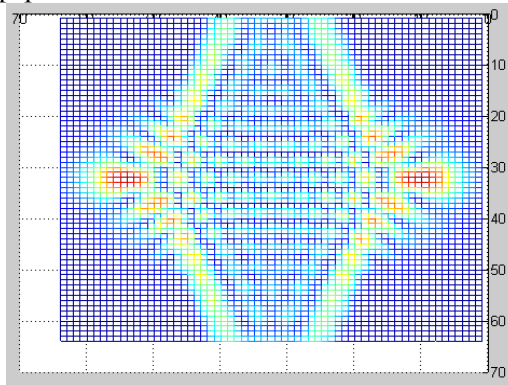


Рисунок 3. Распределение с линзой на $z=200$ мм.

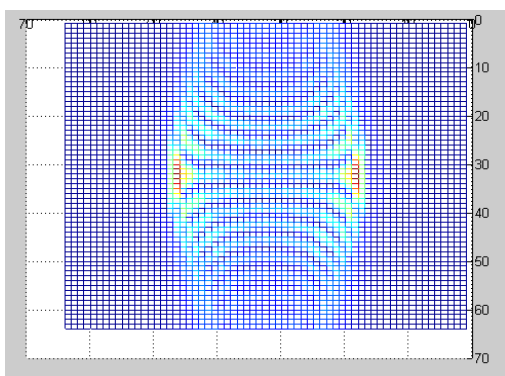


Рисунок 4. Распределение с линзой на $naz=150$ мм.

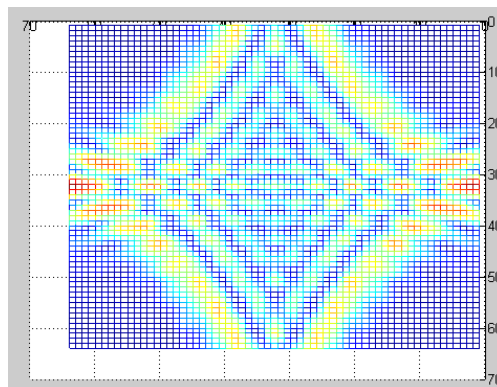


Рисунок 5. Распределение с линзой на $naz=250$ мм.

3. Моделирование для пучка Гаусса-Лагерра

Обратим внимание на моды Гаусса-Лагерра, которые сохраняют свою структуру и в свободном пространстве, изменяясь лишь масштабно. В работе был проведен анализ прохождения пучка Гаусса-Лагерра через цилиндрическую линзу на различных расстояниях от линзы. Полученные результаты могут способствовать решению задачи по созданию приборов, формирующих эталоны модовых пучков, и приборов, измеряющих модовый состав имеющихся многомодовых пучков. Такие приборы смогут осуществить индивидуальное возбуждение, измерение и обнаружение мод когерентного излучения.

В работе было проведено моделирование пучка Гаусса-Лагерра 4 порядка с длиной волны 532 нм, радиусом (Waistradius) 100 мкм, проходящего через цилиндрическую линзу. Для проведения эксперимента была выбрана плоско-вогнутая линза размером 30 мм × 32 мм, фокусом $f = -70$ мм, радиусом кривизны 20 мм, толщиной 2 мм.

Моделирование проводилось в программе LightTransVirtualLab 5.10 Trial.

На вход подается пучок, описываемый функцией Гаусса-Лагерра (его вид представлен на рисунке 6):

$$S_{nm}(r, \theta) = \frac{2\sqrt{\pi(n-m)!}}{a\sqrt{(n!)^3}} \left(\frac{r}{a}\right)^m \times \exp\left[-\left(\frac{r}{a}\right)^2 / 2\right] L_n^m\left(\left(\frac{r}{a}\right)^2\right) \exp[\pm im\theta], \quad (5)$$

где $L_n^m(x) = (-1)^m \frac{d^m}{dx^m} [L_{m+n}(x)]$ - обобщенный многочлен Лагранжа, $r^2 = x^2 + y^2$, $\theta = \arctg \frac{y}{x}$

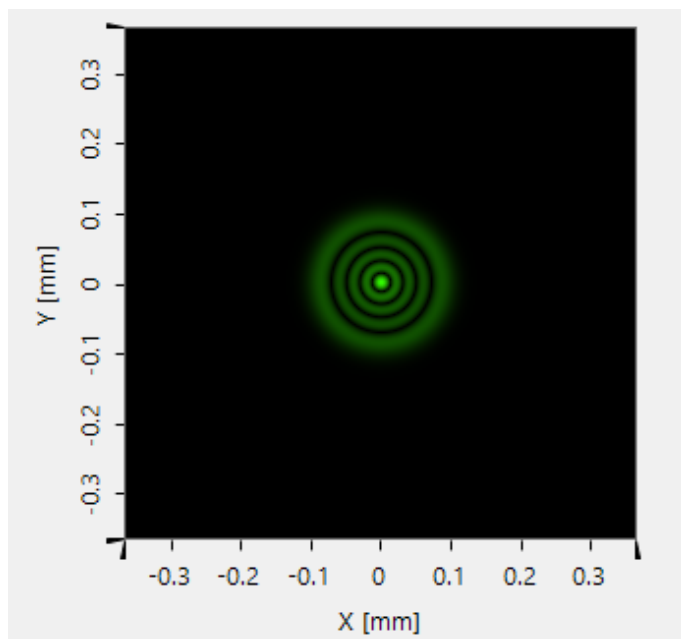


Рисунок 6. Входной пучок.

При пропускании данного пучка через цилиндрическую линзу на нулевом расстоянии были замечены малые изменения в структуре пучка. Пучок претерпевает изменения только в центральной части (см. рисунок 7).

В таблице 1 показаны искажения пучка, пропущенного через цилиндрическую плоско-выпуклую линзу на различных расстояниях z . Как можно заметить, пучок довольно чувствителен к увеличению расстояния до детектора. С увеличением расстояния пучок резко меняет свою масштабируемость. Распространение света при увеличении расстояния становится все менее интенсивным. Степень астигматизма увеличивается пропорционально расстоянию.

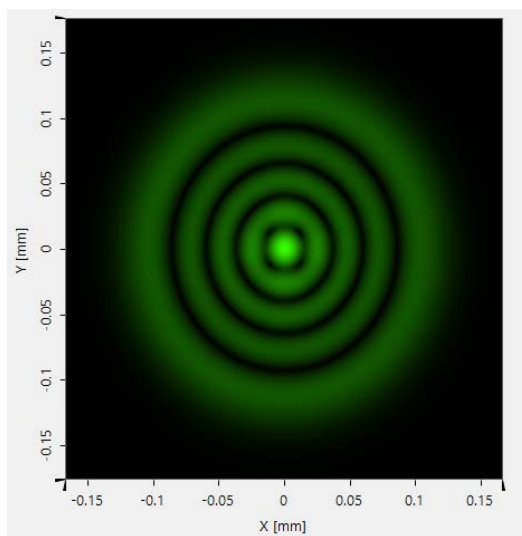


Рисунок 7. Пучок на нулевом расстоянии от линзы.

Таблица 1. Искажения пучка.

Z (мм)	100	200	400
		500	600

4. Заключение

В работе было проведено моделирование распространения пучка Бесселя нулевого порядка через цилиндрическую линзу. Найдены зависимости степени астигматизма пучка от расстояния до линзы.

В работе был проведен анализ зависимости распространения пучка Гаусса-Лагерра четвертого порядка от расстояния до детектора. На основе данных результатов можно проводить дальнейшие исследования астигматизма, поведения световых пучков при прохождении через астигматические линзы, а также для определения характеристик анизотропии кристаллов.

5. Литература

- [1] Ярив, А. Оптические волны в кристаллах / А. Ярив, П. Юх; пер. с англ. – М.: Мир, 1987. – 616 с.
- [2] Федоров, Ф.И. Оптика анизотропных сред / Ф.И. Федоров. – Минск: Издат. Академии Наук БССР, 1958. – 381 с.
- [3] Ciattoni, A. Circularly polarized beams and vortex generation in uniaxial media / A. Ciattoni, G. Cincotti, C. Palma // *J. Opt. Soc. Am. A.* – 2003. – Vol. 20(1). – P. 163-171.
- [4] Marrucci, L. Optical spin-to-orbital angular momentum conversion in inhomogeneous anisotropic media / L. Marrucci, C. Manzo, D. Paparo // *Phys. Rev. Lett.* – 2006. – Vol. 96. – P. 163905-163908.
- [5] Fadeyeva, T.A. Spatially engineered polarization states and optical vortices in uniaxial crystals / T.A. Fadeyeva, V.G. Shvedov, Y.V. Izdebskaya, A.V. Volyar, E. Brasselet, D.N. Neshev, A.S. Desyatnikov, W. Krolikowski, Y.S. Kivshar // *Opt. Expr.* – 2010. – Vol. 18(10). – P. 10848-10863.
- [6] Picon, A. Spin and orbital angular momentum propagation in anisotropic media: theory / A. Picon, J. Benseny, M.G.F. Calvo // *J. Opt.* – 2011. – Vol. 13. – P. 064019-064025.
- [7] Хонина, С.Н. Теоретическое и экспериментальное исследование поляризационных преобразований в одноосных кристаллах для получения цилиндрических векторных пучков высоких порядков / С.Н. Хонина, С.В. Карпеев, С.В. Алфёров // *Компьютерная оптика.* – 2014. – 38(2). – С. 171-180.
- [8] Khonina, S.N. Effective transformation of a zero-order Bessel beam into a second-order vortex beam using a uniaxial crystal / S.N. Khonina, A.A. Morozov, S.V. Karpeev // *Laser Phys.* – 2014. – 24. – P. 056101 (5pp).
- [9] Khonina, S.N. Polarization conversion under focusing of vortex laser beams along the axis of anisotropic crystals / S.N. Khonina, S.V. Karpeev, V.D. Pararin, A.A. Morozov // *Physics Letters A.* – 2017. – Vol. 381. – P. 2444-2455.
- [10] Stepanov, M.A. Transformation of Bessel beams under internal conical refraction / M.A. Stepanov // *Optics Communications.* – 2002. – Vol. 212. – P. 11-16.
- [11] Zusin, D.H. Bessel beam transformation by anisotropic crystals / D.H. Zusin, R. Maksimenka, V.V. Filippov, R.V. Chulkov, M. Perdrix, O. Gobert, A.S. Grabtchikov // *J. Opt. Soc. Am. A.* – 2010. – Vol. 27(8). – P. 1828-1833.
- [12] Khilo, N.A. Conical diffraction and transformation of Bessel beams in biaxial crystals / N.A. Khilo // *Optics Communications.* – 2013. – Vol. 286. – P. 1-5.
- [13] Паранин, В.Д. Управление формированием вихревых пучков Бесселя в одноосных кристаллах за счет изменения расходимости пучка / В.Д. Паранин, С.В. Карпеев, С.Н. Хонина // *Квантовая электроника.* – 2016. – Т. 46, № 2. – С. 163-168.
- [14] Хонина, С.Н. Электрооптическая корректировка преобразования пучков Бесселя вдоль оси кристалла ниобата бария – стронция / С.Н. Хонина, В.Д. Паранин // *Компьютерная Оптика.* – 2016. – 40(4). – P. 475-481.
- [15] Brasselet, E. Dynamics of optical spin-orbit coupling in uniaxial crystals / E. Brasselet, Y. Izdebskaya, V. Shvedov, A.S. Desyatnikov, W. Krolikowski and, Yu.S. Kivshar // *Opt. Lett.* – 2009. – Vol. 34. – P. 1021-1023.
- [16] Хонина, С.Н. Особенности непараксиального распространения гауссовых и бесселевых мод вдоль оси кристалла / С.Н. Хонина, С.Г. Волотовски, С.И. Харитонов // *Компьютерная оптика.* – 2013. – 37(3). – С. 297-306.
- [17] Khonina, S.N. Comparative investigation of nonparaxial mode propagation along the axis of uniaxial crystal / S.N. Khonina, S.I. Kharitonov // *Journal of Modern Optics.* – 2014. – 62(2). – P. 125-134.
- [18] Котляр, В.В. Вращение световых много-модовых пучков Гаусса–Лагерра в свободном пространстве / В.В. Котляр, В.А. Сойфер, С.Н. Хонина // *Письма в ЖТФ.* – 1997. – Vol. 23(17). – P. 1-6.

- [19] Khonina, S.N. Generating a couple of rotating nondiffracting beams using a binary-phase DOE / S.N. Khonina, V.V. Kotlyar, V.A. Soifer, J. Lautanen, M. Honkanen, J. Turunen // *Optik*. – 1999. – Vol. 110(3). – P. 137-144.
- [20] Ciattoni, A. Nondiffracting beams in uniaxial media propagating orthogonally to the optical axis / A. Ciattoni, C. Palma // *Opt. Commun.* – 2003. – Vol. 224(4). – P. 175-183.
- [21] Hacyan, S. Evolution of optical phase and polarization vortices in birefringent media / S. Hacyan, R. Jáuregui // *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.* – 2009. – Vol. 11(8). – P. 085204.
- [22] Zusin, D.H. Bessel beam transformation by anisotropic crystals / D.H. Zusin, R. Maksimenka, V.V. Filippov // *J. Opt. Soc. Am. A*. – 2010. – Vol. 27(8). – P. 1828-33.
- [23] Khonina, S.N. Astigmatic transformation of Bessel beams in uniaxial crystal / S.N. Khonina, V.D. Paranin, A.V. Ustinov, A.P. Krasnov // *Optica Applicata*. – 2016. – Vol. 46(1). – P. 5-18.
- [24] Anguiano-Morales, M. Transformation of Bessel beams by means of a cylindrical lens / M. Anguiano-Morales // *Appl. Opt.* – 2009. – Vol. 48(25). – P. 4826-31.
- [25] Bin, Z. Diffraction property of an axicon in oblique illumination / Z. Bin, L. Zhu // *Appl. Opt.* – 1998. – Vol. 37(13). – P. 2563-2568.
- [26] Thaning, A. Diffractive axicons in oblique illumination: Analysis and experiments and comparison with elliptical axicons / A. Thaning, Z. Jaroszewicz, A. T. Friberg // *Appl. Opt.* – 2003. – Vol. 42. – P. 9-17.
- [27] Khonina, S.N. Astigmatic Bessel laser beams / S.N. Khonina, V.V. Kotlyar, V.A. Soifer // *J. Mod. Opt.* – 2004. – Vol. 51(5). – P. 677-686.
- [28] Bendersky, A. Modification of the structure of Bessel beams under oblique incidence / A. Bendersky, F. Perez Quintan, M.A. Rebollo // *J. Mod. Opt.* – 2008. – Vol. 55(15). – P. 2449-2456.
- [29] Abramochkin, E. Beams transformations and nontransformed beams / E. Abramochkin, V. Volostnikov // *Optics Commun.* – 1991. – Vol. 83. – P. 123-135.
- [30] Beijersbergen, M.W. Astigmatic laser modeconverters and transfer of orbital angular momentum / M.W. Beijersbergen // *Optics Commun.* – 1993. – Vol. 96. – P. 123-132.
- [31] Courtial, J. Performance of acylindrical lens mode converter for producing Laguerre–Gaussian laser modes / J. Courtial, M.J. Padgett // *Optics Commun.* – 1999. – Vol. 159. – P. 13-18.
- [32] Yoshikawa, Y. Versatile generation of optical vortices based on paraxial mode expansion / Y. Yoshikawa, H. Sasada // *J. Opt. Soc. Am. A*. – 2002. – Vol. 10. – P. 2127-2133.
- [33] Kotlyar, V.V. Elliptic Laguerre-Gaussian beams / V.V. Kotlyar, S.N. Khonina, A.A. Almazov, V.A. Soifer, K. Jefimovs, J. Turunen // *J. Opt. Soc. Am. A*. – 2006. – Vol. 23. – P. 43-56.
- [34] Ohtomo, T. Generation of vortex beams from lasers with controlled Hermite and Ince-Gaussian modes / T. Ohtomo, S.C. Chu, K. Otsuka // *J. Opt. Soc. Am. A*. – 2008. – Vol. 7. – P. 5082-5094.

Astigmatic transformation of the Bessel beam and the Gauss–Laguerre beam

A.V. Glazkova¹, M.V. Zablovskaya¹

¹Samara National Research University, Moskovskoe Shosse 34A, Samara, Russia, 443086

Abstract. Bessel beams that are highly sensitive to wavefront asymmetry can be useful in anisotropy studies. Gauss-Laguerre beams are able to maintain their structure in free space. Gauss-Laguerre modes have found their application in optical manipulation of microobjects, quantum optics, optical communications. In this paper we analyze and numerically calculate the passage of a Bessel beam of zero order and a Gauss-Laguerre beam through an astigmatic lens. Cross-sectional patterns of intensity are obtained in the propagation of the beam after passing through the astigmatic lens at different distances.

Keywords: Bessel beam, Gauss-Laguerre beams, astigmatic transformation, astigmatic lens, astigmatism coefficient, cylindrical plane-convex lens.