

Брэгговские решётки с дефектным слоем для дифференцирования и интегрирования трёхмерного оптического импульса

Н.В. Головастикова^{а,б}, Д.А. Быков^{а,б}, Л.Л. Досколович^{а,б}

^а Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, 443086, Московское шоссе 34, Самара, Россия
^б Институт систем обработки изображений РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН, 443001, ул. Молодогвардейская 151, Самара, Россия

Аннотация

Рассмотрена дифракция трёхмерного пространственно-временного оптического импульса на брэгговской решётке с дефектным слоем (БРДС). Дифракция импульса описана в терминах прохождения сигнала через линейную систему, передаточная функция которой определяется коэффициентами отражения и пропускания БРДС. Показана возможность выполнения операций временного дифференцирования (в отражении), временного интегрирования (в пропускании) и вычисления оператора Лапласа по пространственным координатам (в отражении) от огибающей трёхмерного падающего импульса с использованием БРДС. Вычисление второй производной по времени осуществлено с использованием системы из двух дифференцирующих БРДС, разделённых слоем вакуума с оптической толщиной в четверть длины волны Брэгга. Возможность выполнения указанных операций подтверждена результатами строгого моделирования.

Ключевые слова: тонкие плёнки; резонанс; формирование импульса; формирование пучка

1. Введение

Оптические устройства, осуществляющие заданные пространственные и временные преобразования оптических сигналов, представляют интерес для широкого круга приложений, включающего оптическую передачу информации и аналоговые оптические вычисления. В число наиболее важных операций аналоговой обработки оптических сигналов входят операции временного и пространственного дифференцирования и интегрирования [1]. Для осуществления этих операций были предложены различные резонансные структуры, включая брэгговские решётки [2–9], дифракционные решётки [10], плазмонные плоскопараллельные структуры [11], кольцевые резонаторы [12–14] и нанорезонаторы [15–17]. Использование резонансных структур для пространственного и временного дифференцирования (интегрирования) возможно благодаря тому, что профиль Фано, описывающий коэффициент отражения (пропускания) структуры в окрестности резонанса, может аппроксимировать передаточную функцию дифференциального (интегрального) фильтра [10].

Брэгговские решётки с дефектным слоем (БРДС) широко используются для спектральной фильтрации и временных преобразований оптических импульсов. БРДС состоит из двух симметричных брэгговских решёток, разделённых слоем дефекта, и обеспечивает нулевое отражение (единичное пропускание) при определённой частоте или угле падения [5, 7]. Этот эффект вызван возбуждением собственной моды структуры, локализованной в слое дефекта. Частота, соответствующая нулевому отражению (на которой происходит возбуждение собственной моды), находится в запрещённой зоне брэгговской решётки. Такой спектр позволяет использовать БРДС для выполнения над огибающей падающего импульса таких операций как временное дифференцирование и интегрирование [3–6], а также пространственное дифференцирование, интегрирование и вычисление оператора Лапласа [7–9]. Отметим, что в работах [2–9] при рассмотрении временных операций не принималась во внимание пространственная структура падающего оптического импульса, а при рассмотрении пространственных преобразований – конечная длительность пучка. В предыдущих работах авторов [18, 19] было показано, что при дифракции на резонансной структуре пространственно-временного волнового пакета могут происходить сложные пространственно-временные преобразования. В этой связи интересным является вопрос о реализуемости базовых временных преобразований трёхмерных пространственно-временных оптических импульсов.

В настоящей работе представлено теоретическое описание дифракции трёхмерного оптического импульса на БРДС. Известные операции преобразования огибающей падающего импульса – временное дифференцирование и интегрирование, вычисление оператора Лапласа по пространственным координатам – распространены на трёхмерный случай. Впервые рассмотрена возможность вычисления второй производной по времени от огибающей падающего импульса с использованием двух дифференцирующих БРДС. Предложенное теоретическое описание полностью подтверждено результатами строгого моделирования.

2. Преобразование огибающей импульса при дифракции на многослойной структуре

Рассмотрим нормальное падение трёхмерного оптического импульса на многослойную структуру, состоящую из однородных слоёв (рис. 1). Пренебрегая дисперсией среды над структурой, можно записать разложение поля падающего импульса по плоским волнам:

$$\begin{aligned}
E(x, y, z, t) &= P(x, y, z, t) \cdot \exp\left\{-i \frac{\omega_0}{c} n_{\text{sup}} z - i \omega_0 t\right\} \\
&= \iiint V(k_x, k_y, \omega) \times \\
&\quad \times \exp\{ik_x x + ik_y y - ik_z z - i(\omega + \omega_0)t\} dk_x dk_y d\omega,
\end{aligned} \tag{1}$$

где $P(x, y, z, t)$ — огибающая импульса, ω_0 — центральная частота импульса, n_{sup} — показатель преломления материалов над и под структурой, $\mathbf{k} = (k_x, k_y, k_z)$ — волновой вектор, где $k_z = \sqrt{((\omega + \omega_0)/c)^2 n_{\text{sup}}^2 - \mathbf{k}_{\perp}^2}$, $\mathbf{k}_{\perp} = (k_x, k_y)$ — проекция волнового вектора на плоскость структуры, и $V(k_x, k_y, \omega)$ — пространственно-временной спектр падающего импульса в плоскости $z=0$. Мы предполагаем, что $V(k_x, k_y, \omega)$ отличен от нуля в ограниченной области: $|\mathbf{k}_{\perp}| \leq k_{\text{max}}$, $|\omega| \leq \Omega$.

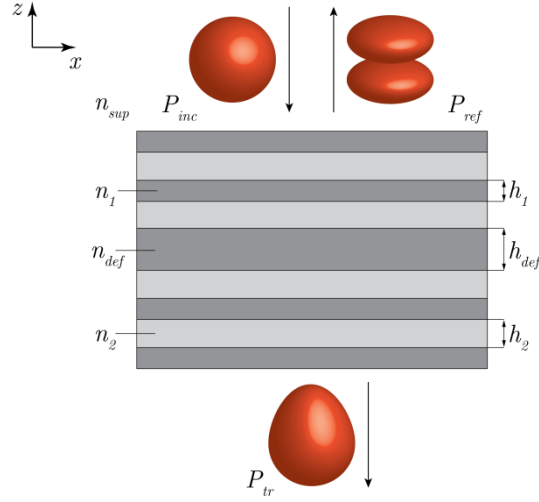


Рис. 1. Падающий импульс $P_{\text{inc}}(x, y, z, t)$, отражённый импульс $P_{\text{ref}}(x, y, z, t)$ и прошедший импульс $P_{\text{tr}}(x, y, z, t)$ после дифракции на многослойной структуре.

Будем полагать, что падающий импульс на верхней границе решётки $z=0$ линейно поляризован вдоль оси x . В этом случае скалярная функция $E(x, y, z=0, t)$ в (1) определяет x -компоненту электрического поля E_x , y -компонента равна нулю ($E_y \equiv 0$), и функция $V(k_x, k_y, \omega)$ в (1) соответствует спектру огибающей компоненты E_x . Спектры остальных электромагнитных компонент могут быть выражены через функцию $V(k_x, k_y, \omega)$ [9, 20, 21]. Такой волновой пакет можно сформировать посредством суперпозиции ТЕ- и ТМ-поляризованных плоских волн [9, 20, 21].

Поле компоненты E_x падающего импульса на верхней границе структуры (при $z=0$) имеет вид

$$E(x, y, 0, t) = v(x, y, t) \cdot \exp\{-i \omega_0 t\}, \tag{2}$$

где $v(x, y, t)$ — огибающая падающего импульса при $z=0$, именуемая следующим вид:

$$\begin{aligned}
v(x, y, t) &= P(x, y, 0, t) = \iiint V(k_x, k_y, \omega) \times \\
&\quad \times \exp\{ik_x x + ik_y y - i \omega t\} dk_x dk_y d\omega.
\end{aligned} \tag{3}$$

Огибающая E_x компоненты отраженного и прошедшего импульсов на верхней и нижней границах многослойной структуры может быть записана следующим образом:

$$\begin{aligned}
u_R(x, y, t) &= \iiint V(k_x, k_y, \omega) \tilde{R}(k_x, k_y, \omega + \omega_0) \times \\
&\quad \times \exp\{ik_x x + ik_y y - i \omega t\} dk_x dk_y d\omega,
\end{aligned} \tag{4}$$

$$\begin{aligned}
u_T(x, y, t) &= \iiint V(k_x, k_y, \omega) \tilde{T}(k_x, k_y, \omega + \omega_0) \times \\
&\quad \times \exp\{ik_x x + ik_y y - i \omega t\} dk_x dk_y d\omega,
\end{aligned} \tag{5}$$

где $\tilde{R}(k_x, k_y, \omega + \omega_0)$ и $\tilde{T}(k_x, k_y, \omega + \omega_0)$ – коэффициенты отражения и пропускания, которые в общем случае выражаются через коэффициенты отражения и пропускания ТЕ- и ТМ-поляризованных плоских волн, падающих на структуру. Отметим, что в окрестности нормального падения коэффициенты отражения и пропускания БРДС для ТМ- и ТЕ- поляризаций можно считать совпадающими [9, 22]. Тогда в рассматриваемом случае импульса, поляризованного вдоль оси x , коэффициенты $\tilde{R}(k_x, k_y, \omega + \omega_0)$ и $\tilde{T}(k_x, k_y, \omega + \omega_0)$ можно заменить коэффициентами отражения и пропускания для ТЕ-поляризации $R(k_x, k_y, \omega + \omega_0)$ и $T(k_x, k_y, \omega + \omega_0)$ соответственно.

Из выражений (3)–(5) следует, что огибающие отражённого и прошедшего импульсов соответствуют результату преобразования огибающей падающего импульса линейными системами с передаточными функциями (ПФ) вида:

$$\begin{aligned} H_R(k_x, k_y, \omega) &= R(k_x, k_y, \omega + \omega_0), \\ H_T(k_x, k_y, \omega) &= T(k_x, k_y, \omega + \omega_0). \end{aligned} \quad (6)$$

Полученные ПФ (6) являются трёхмерным обобщением ПФ, описывающих временные преобразования оптических импульсов [2, 4, 5, 10].

3. Спектры отражения и пропускания БРДС

Значительного изменения формы огибающих отражённого и прошедшего импульсов следует ожидать в случае, когда коэффициенты $R(k_x, k_y, \omega)$, $T(k_x, k_y, \omega)$ быстро меняются в окрестности точки $(0, 0, \omega_0)$. Быстрое изменение коэффициентов отражения и пропускания характерно для БРДС [5, 7, 9], которые широко используются в качестве узкополосных спектральных фильтров работающих на пропускание. БРДС обеспечивает нулевое отражение при определённом угле падения θ_0 (при $\sqrt{k_x^2 + k_y^2} = k_0 n_{\text{sup}} \sin \theta_0$, где $k_0 = 2\pi/\lambda_B$ – волновое число) одновременно для ТЕ- и ТМ-поляризованных падающих волн. БРДС состоит из двух симметричных брэгговских решёток (БР), разделённых слоем дефекта (рис. 1). В простейшем случае слои БР имеют одинаковую оптическую толщину:

$$\tilde{n}_1 h_1 = \tilde{n}_2 h_2 = \lambda_B / 4, \quad (7)$$

где $\tilde{n}_i = \sqrt{n_i^2 - n_{\text{sup}}^2 \sin^2(\theta_0)}$, $i = 1, 2$, n_i , h_i — коэффициенты преломления и толщины слоёв БР, соответственно, а λ_B — длина волны Брэгга. Если для оптической толщины слоя дефекта выполняется соотношение:

$$\tilde{n} h_{\text{def}} = \lambda_B / 2, \quad (8)$$

где $\tilde{n} = \sqrt{n_{\text{def}}^2 - n_{\text{sup}}^2 \sin^2 \theta_0}$, n_{def} — коэффициент преломления слоя дефекта, то коэффициент отражения БРДС равен нулю на длине волны λ_B при угле падения θ_0 [5, 7, 9]. Отметим, что этот ноль отражения находится в центре первой фотонной запрещённой зоны БР. Появление нуля в отражении в центре фотонной запрещённой зоны имеет резонансную природу и связано с возбуждением моды, локализованной в слое дефекта. Добротность резонанса определяется числом периодов БР, составляющих БРДС N_p . Для числа периодов БР N_p общее число слоёв БРДС равно $N_l = 4N_p + 1$.

Временные преобразования огибающей падающего импульса определяются зависимостью коэффициентов отражения и пропускания от частоты ω . Наиболее точное дифференцирование (интегрирование) возможно, если пространственный спектр падающего импульса достаточно узок (по сравнению с временным спектром) и зависимостью коэффициентов отражения и пропускания от компонент волнового вектора k_x , k_y можно пренебречь:

$$\begin{aligned} R(k_x, k_y, \omega) &\approx R(0, 0, \omega), \\ T(k_x, k_y, \omega) &\approx T(0, 0, \omega). \end{aligned} \quad (9)$$

В дальнейшем при описании временных операций преобразования импульса будем полагать, что приближения (9) выполнены. Этого можно добиться, увеличивая ширину падающего импульса.

4. Примеры преобразования огибающей импульса

БРДС широко используются как спектральные фильтры в пропускании. Увеличение числа слоёв приводит к увеличению добротности резонанса, и, соответственно, к уменьшению спектральной ширины полосы пропускания. В данной работе для проведения численного моделирования были выбраны две БРДС, различающиеся количеством

периодов: $N_i = 9$ ($N_p = 2$) для случая низкодобротного резонанса и $N_i = 29$ ($N_p = 7$) для случая высокодобротного резонанса. Для коэффициентов преломления материалов слоёв БР, слоя дефекта, материалов над и под решёткой использовались следующие значения: $n_1 = 2,4547$ (TiO_2), $n_2 = 1,4446$ (SiO_2), $n_{\text{def}} = n_1$, $n_{\text{sup}} = n_{\text{sub}} = 1$. Толщины слоёв были рассчитаны по формулам (7), (8) для длины волны Брэгга $\lambda_B = 1500$ нм и угла падения $\theta_0 = 0$.

В разделах 4.1 – 4.4 рассматриваются пространственно-временные операции, осуществляемые БРДС над огибающей трёхмерного импульса. В частности, рассмотрено временное дифференцирование в отражении первой (раздел 4.1) и второй (раздел 4.2) степени, интегрирование по времени в пропускании (раздел 4.3) (для БРДС с высокодобротным резонансом) и вычисление оператора Лапласа по пространственным координатам (раздел 4.4). Строгое моделирование дифракции импульса выполнено с использованием метода фурье-мод [23] и соотношений (4), (5), учитывающих поляризацию оптического излучения.

4.1. Дифференцирование по времени в отражении

Известно, что БРДС позволяет вычислять первую производную по времени от огибающей падающего импульса в отражении [2–4]. Дифференцирование возможно, поскольку коэффициент отражения БРДС в окрестности частоты волноводного резонанса (длины волны Брэгга) может быть приближённо представлен в виде [4]:

$$R(\omega) - i(\omega - \omega_0), \tag{10}$$

что соответствует передаточной функции дифференцирующего фильтра. Приближение (10) справедливо в широком спектральном интервале для решёток с малым числом периодов (низкой добротностью резонанса). Отметим, что в работах [2–4] временное дифференцирование оптических импульсов рассматривалось без учёта пространственной структуры импульса.

Покажем, что при удачном выборе параметров БРДС может выполнять дифференцирование по времени огибающей падающего трёхмерного импульса. На левой половине рисунка 2б ($x < 0$) показана огибающая отражённого импульса, сформированного в результате дифракции гауссового импульса

$$v(x, y, t) = \exp\left\{-\left(x^2 + y^2\right)/\sigma^2 - t^2/\sigma_t^2\right\}, \tag{11}$$

с параметрами $\sigma_t = 2$ пс, $\sigma = 30$ мкм, (рис. 2а) на БРДС с числом слоёв $N_i = 9$. Выберем центральную частоту падающего импульса ω_0 так, чтобы она совпала с нулём отражения БРДС: $\omega_0 = 2\pi c/\lambda_B = 1255,77$ пс⁻¹. Добротность резонанса $Q = \text{Re } \omega_p / (-2\text{Im } \omega_p) = 35,7$, где $\omega_p = 1255,77 - 17,57i$ пс⁻¹ – комплексная частота собственной моды решётки, вычисленная как полюс матрицы рассеяния [24].

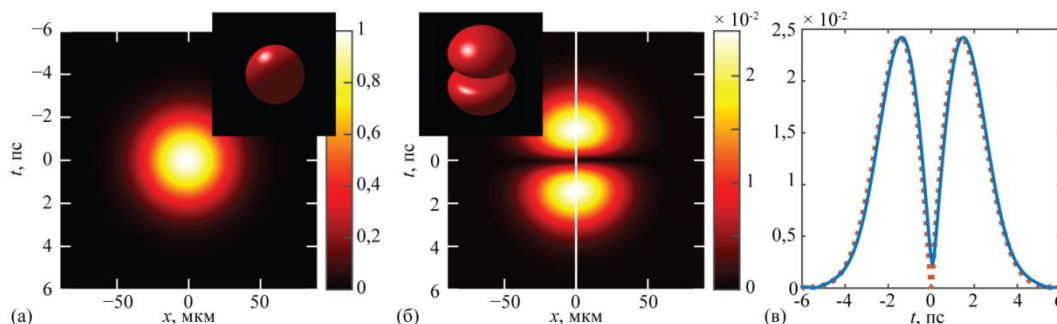


Рис. 2. (а) Огибающая импульса (компоненты E_x), падающего на БРДС с $N_i = 9$ слоями. (б) Модуль огибающей отражённого импульса, вычисленной с использованием метода фурье-мод и выражения (4) (левая половина, $x < 0$); модуль производной по времени от огибающей падающего импульса (правая половина, $x > 0$). (в) Модули огибающей отражённого импульса (сплошная линия) и аналитически вычисленной производной (пунктирная линия) при $x = y = 0$. На врезках показаны поверхности равного уровня огибающих падающего и отражённого импульсов в пространстве (x, y, t) .

В рассмотренном примере, ширина импульса по уровню e^{-1} составляет $2\sigma = 60$ мкм при $t = 0$. Рис. 2 подтверждает, что такой ширины падающего импульса достаточно, чтобы огибающая отражённого импульса (левая половина рис. 2б, $x < 0$) была близка к первой производной от огибающей падающего импульса $\partial v(x, y, t)/\partial t$ (правая половина рис. 2б, $x > 0$): величина СКО для распределений на рис. 2б составляет 5,2%. При этом амплитуда продифференцированного импульса неизбежно падает: в рассмотренном случае она составляет 2,5% от амплитуды падающего импульса. На рис. 2в для наглядности приведены модули огибающей отражённого импульса (сплошная линия) и аналитически вычисленной производной (пунктирная линия) как функции t при $x = y = 0$.

4.2. Вторая производная по времени в отражении

В работе [5] было показано, что волоконная БРДС может вычислять вторую производную от огибающей падающего импульса в отражении. В указанной работе этот факт описывается для случая решётки с малой вариацией коэффициента преломления на основе известных аналитических выражений для элементов матрицы пропускания. В

настоящей статье впервые показано, что система из двух дифференцирующих БРДС (БРДС с малым числом периодов), отделённых друг от друга слоем вакуума толщиной $l = \lambda_B/4$ (рис. 3), может выполнять временное дифференцирование второго порядка в отражении в планарной геометрии. Это возможно благодаря тому, что в окрестности длины волны Брэгга λ_B коэффициент отражения указанной системы имеет ноль второго порядка:

$$R(\omega) \sim (\omega - \omega_0)^2 \tag{12}$$

(см. Приложение), благодаря чему передаточная функция линейной системы, описывающей преобразование импульса, совпадает с передаточной функцией идеального дифференциатора второго порядка. Указанный результат справедлив для БРДС из любых материалов и получен с использованием формализма матрицы рассеяния.

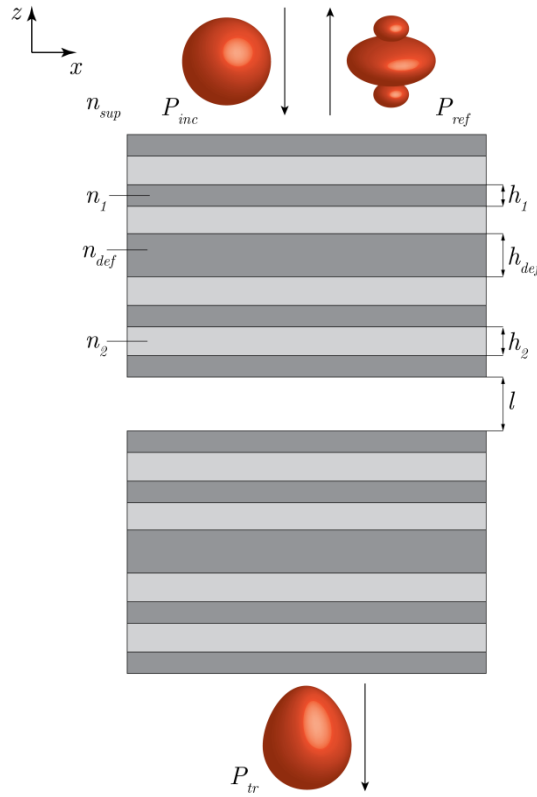


Рис. 3. Две дифференцирующие БРДС, разделённые слоем вакуума толщиной l .

На левой половине рис. 4б ($x < 0$) показана огибающая отражённого импульса, сформированного в результате дифракции гауссового импульса с параметрами $\sigma_t = 5$ пс, $\sigma_x = 60$ мкм, центральная частота $\omega_0 = 2\pi c/\lambda_B = 1255,77$ пс⁻¹ (рис. 4а) на БРДС с числом слоёв $N_l = 9$. В рассмотренном примере длительность импульса по уровню e^{-1} равна $2\sigma_t = 10$ пс при $x = y = 0$ (рис. 4а). Уже при такой ширине огибающая отражённого импульса (левая половина рис. 4б, $x < 0$) близка по форме ко второй производной по времени от огибающей падающего импульса $\partial^2 v(x, y, t)/\partial t^2$ (правая половина рис. 4б, $x > 0$): величина СКО распределений на рис. 4б составляет 6,4%, амплитуда продифференцированного импульса составляет 0,05% амплитуды падающего импульса. Для наглядности на рис. 4в приведены модули огибающей отражённого импульса (сплошная линия) и аналитически вычисленной производной второго порядка (пунктирная линия) как функции t при $x = y = 0$.

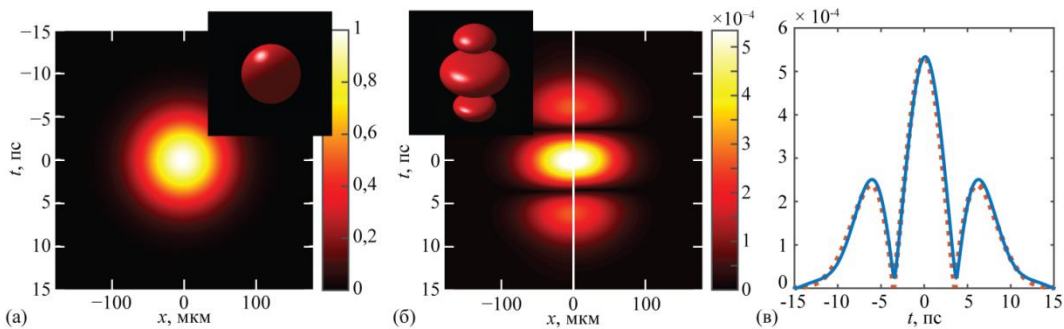


Рис. 4. (а) Огибающая импульса (компоненты E_x), падающего на БРДС с $N_l = 9$ слоями. (б) Модуль огибающей отражённого импульса, вычисленной с использованием метода Фурье-мод и выражения (4) (левая половина, $x < 0$); модуль второй производной по времени от огибающей падающего импульса (правая половина, $x > 0$). (в) Модули огибающей отражённого импульса (сплошная линия) и аналитически вычисленной производной второго порядка (пунктирная линия) при $x = y = 0$. На врезках показаны поверхности равного уровня огибающих падающего и отражённого импульсов в пространстве (x, y, t) .

4.3. Интегрирование по времени в пропускании

В работе [6, 10] было показано, что волоконная БРДС может выполнять операцию интегрирования огибающей импульса в пропускании. Это возможно благодаря тому, что при большом числе периодов спектр пропускания БРДС как функция частоты ω при нормальном падении можно аппроксимировать функцией:

$$T(\omega) = i\gamma_R \frac{\text{Im}\{\omega_p\}}{\omega - \omega_p} \quad (13)$$

где ω_p – комплексная частота моды дефектного слоя, γ_R – нерезонансный коэффициент отражения [22]. Передаточная функция, соответствующая функции пропускания (13), является ПФ интегрирующего фильтра и может быть записана в виде [10]: $H(\omega) = i\gamma_R \text{Im}\{\omega_p\}(\omega + i/\tau)^{-1}$, где $\tau = i/(\omega_0 - \omega_p)$ – комплексный аналог постоянной времени. При увеличении числа периодов БРДС $\tau \rightarrow \infty$ и передаточная функция $H(\omega)$ приближается по виду к ПФ идеального интегратора.

На рис. 5а приведена огибающая падающего импульса, совпадающей по форме с производной по времени от гауссовой функции со следующими параметрами: $\sigma_t = 0,1$ пс, $\sigma_x = 50$ мкм, центральная частота импульса $\omega_0 = 2\pi c/\lambda_B = 1255,77$ пс⁻¹. На левой половине рис. 5б ($x < 0$) приведён модуль огибающей прошедшего импульса после дифракции на БРДС с числом слоёв $N_l = 29$ (случай высокодобротного резонанса). Добротность резонанса $Q = 7848,6$, где $\omega_p = 1255,77 - 0,08i$ пс⁻¹ – комплексная частота собственной моды решётки, вычисленная как полюс матрицы рассеяния [24]. Постоянная времени для рассчитанной структуры $\tau = 12,5$ пс на два порядка превышает длительность падающего импульса. В этом случае огибающая прошедшего импульса (левая половина рис. 5б, $x < 0$) близка к интегралу по времени от огибающей падающего импульса (правая половина рис. 5б, $x > 0$):

$$u_\tau(t) = \int_0^{+\infty} v(t - \tau) dt. \quad (14)$$

СКО распределений поля на рис. 5б составило 2,8%, амплитуда продифференцированного импульса 0,8% от амплитуда падающего импульса. Для наглядности на рис. 5в приведены модули огибающей прошедшего импульса (сплошная линия) и аналитически вычисленной первообразной (пунктирная линия) при $x = y = 0$.

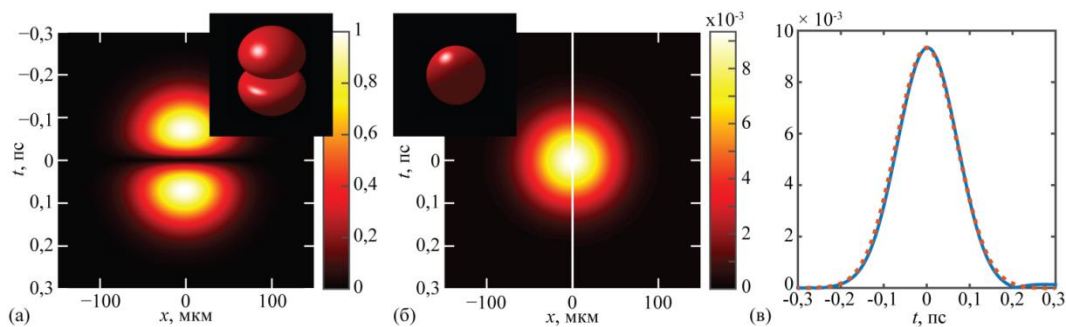


Рис. 5. (а) Огибающая импульса (компоненты E_x), падающего на БРДС с $N_l = 29$ слоями. (б) Модуль огибающей прошедшего импульса, вычисленной с использованием метода фурье-мод и выражения (5) (левая половина, $x < 0$); модуль интеграла по времени от огибающей падающего импульса (правая половина, $x > 0$). (в) Модули огибающей прошедшего импульса (сплошная линия) и аналитически вычисленной первообразной (пунктирная линия) при $x = y = 0$. На врезках показаны поверхности равного уровня огибающих падающего и прошедшего импульсов в пространстве (x, y, t) .

4.4. Вычисление оператора Лапласа по пространственным координатам в отражении

В работе [9] было показано, что БРДС позволяет вычислять оператор Лапласа от пространственного профиля падающего пучка при отражении. Это становится возможным благодаря тому, что в окрестности длины волны Брэгга в окрестности нормального падения коэффициент отражения $R(k_x, k_y)$ как функция компонент волнового вектора может быть приближен следующим выражением:

$$R(k_x, k_y) = \gamma_R \frac{k_x^2 + k_y^2}{k_x^2 + k_y^2 - p^2} = -\frac{\gamma_R}{p^2} H_\Delta(k_x, k_y) H_{\text{err}}(k_x, k_y), \quad (15)$$

где $H_\Delta(k_x, k_y) = (ik_x)^2 + (ik_y)^2$ – передаточная функция оператора Лапласа, $H_{\text{err}}(k_x, k_y) = [1 - (k_x^2 + k_y^2)/p^2]^{-1}$ – сглаживающий фильтр, p – комплексная константа распространения собственных мод слоя дефекта, γ_R – нерезонансный коэффициент отражения. Указанное приближение выполняется для решёток с малым числом периодов (низкой добротностью резонанса).

Приближение (15) в работе [9] получено для случая монохроматического пучка и не учитывает зависимость коэффициента отражения от частоты ω . Оно может быть применено для вычисления оператора Лапласа от трёхмерного импульса в случае, если временной спектр падающего импульса достаточно узок, чтобы зависимостью коэффициента отражения от частоты ω можно было пренебречь:

$$R(k_x, k_y, \omega) \approx R(k_x, k_y, \omega_0). \tag{16}$$

На рис. 6б показана огибающая отражённого импульса, сформированного в результате дифракции гауссового импульса с параметрами $\sigma_t = 80$ пс, $\sigma = 4$ мкм, центральная частота $\omega_0 = 2\pi c/\lambda_B = 1255,77$ пс⁻¹ (рис. 6а) на БРДС с числом слоёв $N_l = 9$. Как и раньше, левая половина рис. 6б ($x < 0$) показывает огибающую, вычисленную методом фурье-мод, правая половина рис. 6б ($x > 0$) показывает Лапласиан огибающей падающего импульса $\Delta v(x, y, t)$. Величина СКО распределений на рис. 6б составляет 3.1%, амплитуда отражённого импульса 13% от амплитуды падающего импульса. Для наглядности на рис. 6в приведены модули огибающей отражённого импульса (сплошная линия) и аналитически вычисленного оператора Лапласа (пунктирная линия) как функции x при $t = 0, y = 0$.

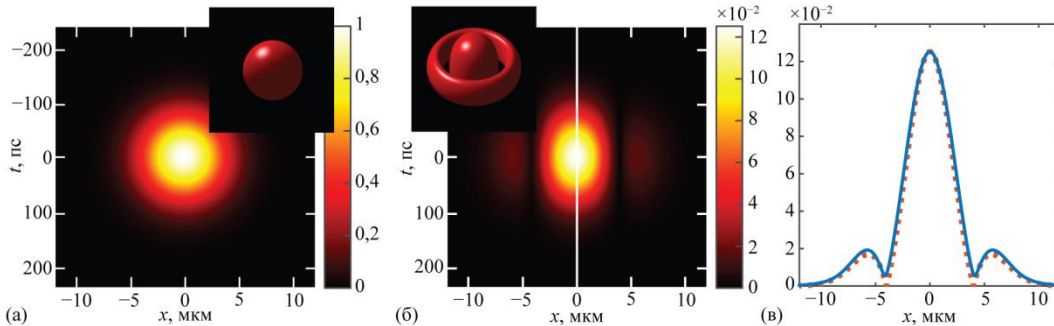


Рис. 6. (а) Огибающая импульса (компоненты E_x), падающего на БРДС с $N_l = 9$ слоями. (б) Модуль огибающей отражённого импульса, вычисленной с использованием метода фурье-мод и выражения (4) (левая половина, $x < 0$); модуль Лапласиана от огибающей падающего импульса (правая половина, $x > 0$). (в) Модули огибающей отражённого импульса (сплошная линия) и аналитически вычисленного Лапласиана (пунктирная линия) при $y = 0, t = 0$. На врезках показаны поверхности равного уровня огибающих падающего и отражённого импульсов в пространстве (x, y, t) .

5. Заключение

В настоящей работе было теоретически описано преобразование огибающей трёхмерного оптического импульса при дифракции на брэгговской решётке с дефектным слоем в терминах теории линейных систем. Показано, что передаточная функция линейной системы определяется коэффициентом отражения (пропускания) БРДС. Показана возможность осуществления операций временного дифференцирования и интегрирования и вычисления оператора Лапласа от огибающей падающего трёхмерного импульса. Теоретически обоснована и численно продемонстрирована возможность вычисления производной по времени второго порядка системой из двух дифференцирующих БРДС. Операции выполняются над падающим импульсом, спектр которого достаточно узок, чтобы на форму отражённого (прошедшего) импульса не влияли искажения временного либо пространственного профиля.

Представленные результаты строгого моделирования методом фурье-мод полностью подтверждают теоретическое описание. Данная работа обобщает известные операции временной и пространственной обработки оптического сигнала на трёхмерный случай в планарной геометрии. Результаты настоящей работы могут найти применение при создании новых планарных устройств для полностью оптической обработки информации и аналоговых оптических вычислений.

Приложение

Матрица рассеяния \mathbf{S} связывает комплексные амплитуды падающих на решётку волн и комплексные амплитуды рассеянных волн:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{T} \\ \mathbf{R} \end{bmatrix} = \mathbf{S} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_1 \\ \mathbf{I}_2 \end{bmatrix}, \tag{15}$$

где \mathbf{R} и \mathbf{T} — векторы комплексных амплитуд отражённых и прошедших порядков дифракции, а \mathbf{I}_1 и \mathbf{I}_2 — векторы комплексных амплитуд волн, падающих на структуру сверху и снизу. В рассматриваемом случае БРДС существуют лишь нулевые порядки дифракции, и матрица рассеяния имеет вид:

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} T & R \\ R & T \end{pmatrix}, \tag{16}$$

где R и T — комплексные коэффициенты отражения и пропускания БРДС.

Следуя [25, 26], матрица рассеяния системы $\tilde{\mathbf{S}}$, состоящей из двух одинаковых БРДС, разделённых слоем диэлектрика (рис. 3), может быть получена в виде:

$$\tilde{\mathbf{S}} = \mathbf{S} \otimes \mathbf{L} \otimes \mathbf{S}, \quad (17)$$

где $\mathbf{L} = \exp\{ik_z l\} \mathbf{E}$, l – расстояние между решётками, \mathbf{E} – единичная матрица, \otimes – ассоциативная операция, определённая в [26]. Отметим, что материал разделяющего слоя должен совпадать с материалами над и под составной структурой, иначе матрицы рассеяния двух БРДС \mathbf{S} в (17) перестанут иметь вид (16), потеряют симметричность, перестанут совпадать друг с другом и потеряют ноль в отражении (19). Итоговая матрица $\tilde{\mathbf{S}}$ имеет вид:

$$\tilde{\mathbf{S}} = \begin{pmatrix} \frac{e^{ik_z l} T^2}{1 - e^{2ik_z l} R^2} & R \frac{1 + e^{2ik_z l} (T^2 - R^2)}{1 - e^{2ik_z l} R^2} \\ R \frac{1 + e^{2ik_z l} (T^2 - R^2)}{1 - e^{2ik_z l} R^2} & \frac{e^{ik_z l} T^2}{1 - e^{2ik_z l} R^2} \end{pmatrix} \quad (18)$$

Учитывая, что в окрестности длины волны Брэгга коэффициент отражения обращается в ноль (а коэффициент пропускания – в единицу), справедливо следующее их разложение по степеням $(\omega - \omega_0)$:

$$\begin{aligned} R &= \alpha(\omega - \omega_0) + o(\omega - \omega_0), \\ T &= 1 + \beta(\omega - \omega_0) + o(\omega - \omega_0). \end{aligned} \quad (19)$$

Подставляя разложения (19) в (18), получим коэффициент отражения исследуемой системы из двух БРДС в виде:

$$\begin{aligned} \tilde{R} &= (\alpha(\omega - \omega_0) + o(\omega - \omega_0)) \times \\ &\times \frac{1 + e^{2ik_z l} (1 + 2\beta(\omega - \omega_0) + o(\omega - \omega_0))}{1 - e^{2ik_z l} (\alpha(\omega - \omega_0) + o(\omega - \omega_0))^2}. \end{aligned} \quad (20)$$

Легко видеть, что при $k_z l = \pi/2$ структура имеет ноль отражения второго порядка:

$$\tilde{R} = -2\alpha\beta(\omega - \omega_0)^2 + o(\omega - \omega_0)^2. \quad (21)$$

Литература

- [1] Silva, A. Performing mathematical operations with metamaterials / A. Silva, F. Monticone, G. Castaldi, V. Galdi, A. Alù, N. Engheta // *Science*. – 2014. – Vol. 343, P. 160–163. – ISSN 1095-9203.
- [2] Slavík, R. Terahertz-bandwidth high-order temporal differentiators based on phase-shifted long-period fiber gratings / R. Slavík, Y. Park, M. Kulishov, J. Azaña // *Opt. Lett.* – 2009. – Vol. 34(20). – P. 3116–3118. – ISSN 0146-9592.
- [3] Rivas, L.M. Experimental demonstration of ultrafast all-fiber high-order photonic temporal differentiators / L.M. Rivas, S. Boudreau, Y. Park, R. Slavík, S. LaRochelle, A. Carballar, and J. Azaña // *Opt. Lett.* – 2009. – Vol. 34(12). – P. 1792–1794. – ISSN 0146-9592.
- [4] Berger, N.K. Temporal differentiation of optical signals using a phase-shifted fiber Bragg grating / N.K. Berger, B. Levit, B. Fischer, M. Kulishov, D.V. Plant, and J. Azaña // *Opt. Express* – 2007. – Vol. 15(2). – P. 371–381.
- [5] Kulishov, M. Design of high-order all-optical temporal differentiators based on multiple-phase-shifted fiber Bragg gratings / M. Kulishov, J. Azaña // *Opt. Express* – 2007. – Vol. 15(10). – P. 6152–6166. – ISSN 1094-4087.
- [6] Ngo, N.Q. Design of an optical temporal integrator based on a phase-shifted fiber Bragg grating in transmission / N.Q. Ngo // *Opt. Lett.* – 2007. – Vol. 32(20). – P. 3020–3022. – ISSN 0146-9592.
- [7] Doskolovich, L.L. Spatial differentiation of optical beams using phase-shifted Bragg grating / L.L. Doskolovich, D.A. Bykov, E.A. Bezus, and V. A. Soifer // *Opt. Lett.* – 2014. – Vol. 39(5). – P. 1278–1281. – ISSN 0146-9592.
- [8] Golovastikov, N.V. Spatial optical integrator based on phase-shifted Bragg gratings / N.V. Golovastikov, D.A. Bykov, L.L. Doskolovich, E.A. Bezus // *Opt. Commun.* – 2015. – Vol. 338. – P. 457–460.
- [9] Bykov, D.A. Optical computation of the Laplace operator using phase-shifted Bragg grating / D.A. Bykov, L.L. Doskolovich, E.A. Bezus, V.A. Soifer // *Opt. Express* – 2014. – Vol. 22(21). – P. 25084–25092. – ISSN 1094-4087.
- [10] Bykov, D.A. Single-resonance diffraction gratings for time-domain pulse transformations: integration of optical signals / D.A. Bykov, L.L. Doskolovich, V.A. Soifer // *J. Opt. Soc. Am. A* – 2012. – Vol. 29(8). – P. 1734–1740. – ISSN 1084-7529.
- [11] Ruan, Z. Spatial mode control of surface plasmon polariton excitation with gain medium: from spatial differentiator to integrator / Zhichao Ruan // *Opt. Lett.* – 2015. – Vol. 40(4). – P. 601–604. – ISSN 0146-9592.
- [12] Liu, W. A fully reconfigurable photonic integrated signal processor / W. Liu, M. Li, R. S. Guzzon, E. J. Norberg, J. S. Parker, M. Lu, L. A. Coldren, J. Yao // *Nat. Photonics* – 2016. – Vol. 10(3). – P. 190–195.
- [13] Yang, T. All-optical differential equation solver with constant-coefficient tunable based on a single microring resonator / T. Yang, J. Dong, L. Lu, L. Zhou, A. Zheng, X. Zhang, J. Chen // *Sci. Rep.* – 2014. – Vol. 4. – P. 5581.
- [14] Wu, J. Compact tunable silicon photonic differential-equation solver for general linear time-invariant systems / J. Wu, P. Cao, X. Hu, X. Jiang, T. Pan, Y. Yang, C. Qiu, C. Tremblay, Y. Su // *Opt. Express*. – 2014. – Vol. 22(21). – P. 26254–26264. – ISSN 1094-4087.
- [15] Ferrera, M. All-optical 1st and 2nd order integration on a chip / M. Ferrera, Y. Park, L. Razzari, B.E. Little, S.T. Chu, R. Morandotti, D.J. Moss, J. Azaña // *Opt. Express*. – 2011. – Vol. 19(23). – P. 23153–23161. – ISSN 1094-4087.
- [16] Kazanskiy, N.L. Use of photonic crystal cavities for temporal differentiation of optical signals / N. L. Kazanskiy, P. G. Serafimovich, and S. N. Khonina // *Opt. Lett.* – 2013. – Vol. 38(7). – P. 1149–1151. – ISSN 0146-9592.

- [17] Kazanskiy, N.L. Coupled-resonator optical waveguides for temporal integration of optical signals / N.L. Kazanskiy, P.G. Serafimovich // *Opt. Express.* – 2014. – Vol. 22(11). – P. 14004–14013. – ISSN 1094-4087.
- [18] Головастикова, Н.В. Преобразование пространственно-временного оптического импульса резонансной дифракционной решёткой / Н.В. Головастикова, Д.А. Быков, Л.Л. Досколович, В.А. Соифер // *ЖЭТФ.* – 2015. – Т. 148, №5. – С. 899–907.
- [19] Golovastikov, N. Spatiotemporal pulse shaping using resonant diffraction gratings / N. Golovastikov, D. Bykov, and L. Doskolovich // *Opt. Lett.* – 2015. – Vol. 40(15). – P. 3492–3495. – ISSN 0146-9592.
- [20] Sepke, S.M. Exact analytical solution for the vector electromagnetic field of Gaussian, flattened Gaussian, and annular Gaussian laser modes / S.M. Sepke, D.P. Umstadter // *Opt. Lett.* – 2006. – Vol. 31(10). – P. 1447–1449. – ISSN 0146-9592.
- [21] Zhou, G. The analytical vectorial structure of a nonparaxial Gaussian beam close to the source / Guoquan Zhou // *Opt. Express.* – 2008. – Vol. 16(6). – P. 3504–3514. – ISSN 1094-4087.
- [22] Досколович, Л.Л. Резонансная аппроксимация спектров брэгговской структуры с дефектным слоем / Досколович Л.Л., Головастикова Н.В., Быков Д.А., Харитонов С.И. // *Компьютерная оптика.* – 2015. – Т.39, № 3. – С. 311-318.
- [23] Moharam, M.G. Stable implementation of the rigorous coupled-wave analysis for surface-relief gratings: enhanced transmittance matrix approach / M.G. Moharam, D. A. Pommet, E. B. Grann, T. K. Gaylord // *J. Opt. Soc. Am. A* – 1995. – Vol. 12(5). – P. 1077–1086. – ISSN 1084-7529.
- [24] Tikhodeev, S.G. Quasiguidded modes and optical properties of photonic crystal slabs / S.G. Tikhodeev, A.L. Yablonskii, E.A. Muljarov, N.A. Gippius, T. Ishihara // *Phys. Rev. B.* – 2002. – Vol. 66. – P. 045102. – ISSN 2469-9950.
- [25] Li, L. Formulation and comparison of two recursive matrix algorithms for modeling layered diffraction gratings / L. Li // *J. Opt. Soc. Am. A.* – 1996. – Vol. 13(5). – P. 1024–35. – ISSN 1084-7529.
- [26] Дифракционная оптика и нанофотоника / Е.А. Безус, Д.А. Быков, Л.Л. Досколович, А.А. Ковалёв, В.В. Котляр, А.Г. Налимов, А.П. Порфирьев, Р.В. Скиданов, В.А. Соифер, С.С. Стафеев, С.Н. Хонина; под ред. Соифера. – М.: Физматлит, 2014. – 608 с. – ISBN 978-5-9221-1571-1.