

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕЗОНАНСНОГО ЭФФЕКТА С ИЗМЕНЕНИЕМ НАПРАВЛЕНИЯ ВРАЩЕНИЯ ПРИ АТМОСФЕРНОМ СПУСКЕ АСИММЕТРИЧНОГО НАНОСПУТНИКА

В.В. Любимов, В.С. Лашин

Самарский государственный аэрокосмический университет им. академика С.П. Королёва
(национально исследовательский университет)

Рассматривается движение наноспутника с малой асимметрией, совершающего неуправляемый спуск в атмосфере с околоземной орбиты. Наноспутник является твердым телом, имеющим форму прямоугольного параллелепипеда. При численном моделировании исследуется резонансный эффект, приводящий к смене направления вращения наноспутника при малом изменении начальных значений угловой скорости.

Введение. Известно [1], что влияние возмущающих моментов от наличия массовой и аэродинамической асимметрий может привести к резонансным явлениям в процессе спуска твердого тела в атмосфере. Указанные резонансные явления могут явиться причиной нарушений функциональных ограничений по углу атаки или угловой скорости тела. В частности, при длительном резонансе происходит существенное увеличение угла атаки. Кроме того, в некоторых случаях реализуется сильная раскрутка асимметричного тела относительно главной оси с наименьшим моментом инерции [2], [3]. В процессе численного моделирования движения наноспутника с малой асимметрией (как твердого тела) в атмосфере была обнаружена малая область значений начальной угловой скорости, способствующая смене направления вращения наноспутника. Посредством численного моделирования решается задача по изучению эволюционного резонансного эффекта, приводящего к смене направления вращения наноспутника с начальной угловой скоростью, принадлежащей указанной малой области.

Математическая модель. Уравнения движения наноспутника относительно центра масс, описываются приближенной нелинейной системой обыкновенных дифференциальных уравнений [4]:

$$\bar{I}_x \frac{d\omega_x}{dt} = -\varepsilon m_x^A \sin(\theta + \theta_2), \quad (1)$$

$$\frac{F_a}{4\omega_a^2} \frac{d\alpha}{dt} = -\Psi \frac{\omega^2 \operatorname{tg} \alpha}{4\omega_a^2 \pi} - \varepsilon \frac{m_{x0}^\phi q S L \operatorname{tg} \alpha \omega_{1,2}}{4\omega_a^2 I} \mp \varepsilon \frac{m^A}{2\omega_a} \cos(\theta + \theta_1), \quad (2)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega_x - \omega_{1,2}, \quad (3)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \varepsilon \frac{\omega}{2q} \frac{dq}{dt}. \quad (4)$$

Здесь ε - малый параметр; ω_x - угловая скорость наноспутника относительно оси с наименьшим моментом инерции; α - пространственный угол атаки; $\omega = \sqrt{-m_{zn} q S L \operatorname{ctg} \alpha / I}$; S и L - характерные площадь и размер наноспутника; q - скоростной напор; I_x и $I = I_y = I_z$ - осевые моменты инерции наноспутника; $\bar{I}_x = I_x / I$, $\theta = \varphi - \pi / 2$; φ - аэродинамический угол крена; $\Psi = 2\pi \dot{\omega} / \omega^2 = O(\varepsilon)$; m_{zn} - коэффициент восстанавливающего аэродинамического момента, m_x^A , m^A , m_{x0}^ϕ , θ_1 , θ_2 - функции,

характеризующие величину и взаимное расположение аэродинамической и массовой асимметрий СА, $m^A = \sqrt{(m_1^A)^2 + (m_2^A)^2}$, $\sin \theta_1 = m_1^A / m^A$, $\cos \theta_1 = -m_2^A / m^A$,

$$m_1^A = -\frac{(1 + \bar{I}_x)\omega_x - 3\omega_{1,2}}{2\omega_a} \frac{\omega^2}{m_{zn}} (m_y^\phi - C_x \bar{\Delta z}) \operatorname{tg} \alpha - \frac{\omega_{1,2}\omega^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}{2\omega_a m_{zn}} (m_{xc}^\phi + C_{yn} \bar{\Delta z}),$$

$$m_2^A = -\frac{(1 + \bar{I}_x)\omega_x - 3\omega_{1,2}}{2\omega_a} \frac{\omega^2}{m_{zn}} (m_z^\phi + C_x \bar{\Delta y}) \operatorname{tg} \alpha + \frac{\omega_{1,2}\omega^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}{2\omega_a m_{zn}} (m_{xs}^\phi + C_{yn} \bar{\Delta y}),$$

$$m_x^A = \sqrt{(m_{x1}^A)^2 + (m_{x2}^A)^2}, \quad m_{x1}^A = -\frac{\omega^2}{m_{zn}} (m_{xs}^\phi + C_{yn} \bar{\Delta y}) \operatorname{tg} \alpha, \quad m_{x2}^A = -\frac{\omega^2}{m_{zn}} (m_{xc}^\phi + C_{yn} \bar{\Delta z}) \operatorname{tg} \alpha,$$

$\sin \theta_2 = -m_{x1}^A / m_x^A$, $\cos \theta_2 = m_{x2}^A / m_x^A$; m_x^ϕ , m_y^ϕ , m_z^ϕ - коэффициенты малых аэродинамических моментов от несимметрии формы наноспутника, заданные в связанной системе координат $OXYZ$; C_x, C_{yn} - аэродинамические коэффициенты; $\Delta y, \Delta z$ - смещения центра масс КА в связанной системе координат; $\bar{\Delta y} = \Delta y / L$; $\bar{\Delta z} = \Delta z / L$;

$m_x^\phi \approx m_{x0}^\phi + m_{xs}^\phi \sin \varphi + m_{xc}^\phi \cos \varphi$; $\omega_{1,2} = \frac{\bar{I}_x \omega_x}{2} \pm \omega_a$, $\omega_x - \omega_{1,2}$ - резонансная расстройка

частот; $F_a = -\frac{M_{zn}^\alpha}{I} + \frac{\omega_{1,2}^2}{\cos^2 \alpha} + (\bar{I}_x \omega_x - \omega_{1,2})(\bar{I}_x \omega_x - 2\omega_{1,2})$.

Система уравнений (1)-(4) интегрируется совместно с системой из трех дифференциальных уравнений, описывающих изменение параметров движения центра масс наноспутника, записываемая в известной форме [1].

При главном резонансе выражение $\omega_x - \omega_{1,2} = 0$ в уравнении (3) принимает вид:

$$\omega_x^p = \pm \frac{\omega}{\sqrt{1 - \bar{I}_x}}. \quad (5)$$

Результаты численного моделирования. При численном моделировании вращательного движения наноспутника с массой 5 килограмм в исследуемой области положительных значений начальной угловой скорости $\omega_x(0) \in [\omega_{x1}(0), \omega_{x2}(0)]$ были выявлены три вида эволюции угловой скорости наноспутника. Остановимся на них подробнее.

Случай первый $\omega_x(0) > \omega_{x2}(0)$. На рисунке 1 верхняя кривая описывает нерезонансное изменение угловой скорости $\omega_x(t)$. Две симметричные относительно оси абсцисс кривые соответствуют изменению резонансных значений угловой скорости (5). Из рисунка 1 следует, что в рассматриваемом случае наноспутник приобретает значительную положительную угловую скорость. При этом в окрестности резонансной кривой осуществляется увеличение $\omega_x(t)$. В дальнейшем, при удалении от резонансных значений угловая скорость наноспутника стабилизируется. При построении рисунка 1 начальная угловая скорость была равна: $\omega_x(0) = 1.85$ рад/с. Таким образом, в первом случае наблюдается существенное увеличение угловой скорости наноспутника. Направление его вращения остается неизменным.

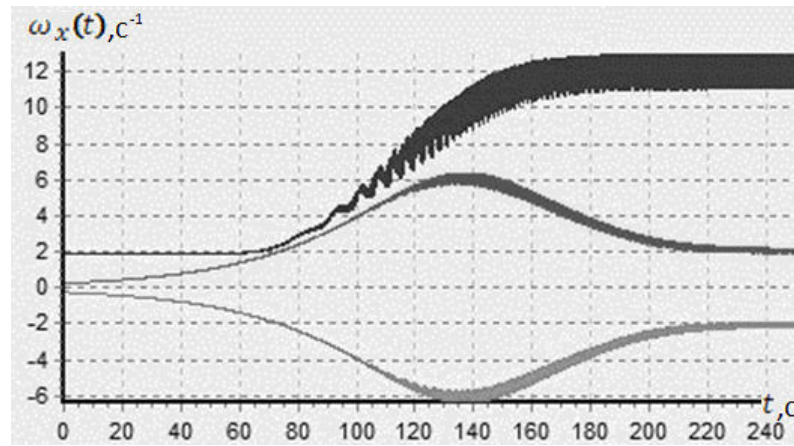


Рисунок 1 – Изменение угловой скорости в первом случае

Случай второй $\omega_x(0) < \omega_{x1}(0)$. Из рисунка 2 следует, что в рассматриваемом случае, аналогично первому случаю, происходит некоторое положительное увеличение угловой скорости от начального значения $\omega_x(0) = 1,5$ рад/с. В окрестности положительной резонансной кривой происходит увеличение $\omega_x(t)$, которое сопровождается увеличением амплитуды колебаний. Увеличение амплитуды колебаний способствует проходу системы через резонанс, который наблюдается при положительных угловых скоростях. Затем угловая скорость эволюционирует из положительной в отрицательную область своих значений с последующей реализацией длительного резонанса.

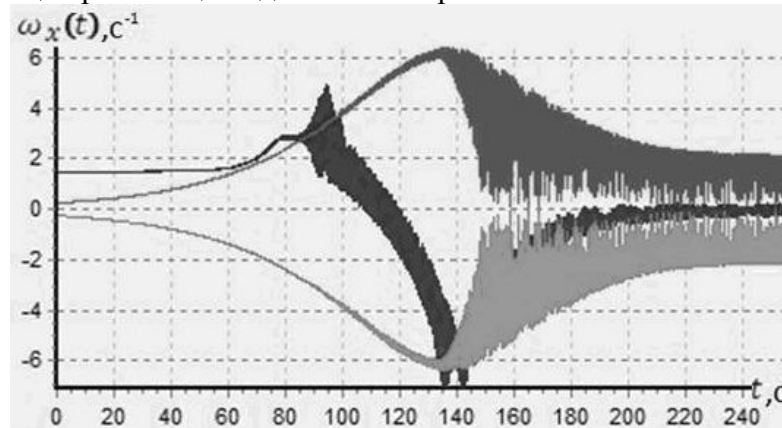


Рисунок 2 – Изменение угловой скорости во втором случае

Сравнивая рисунки 1-2, можно отметить, что при величинах начальной угловой скорости, являющихся границами отрезка $\omega_x(0) \in [\omega_{x1}(0), \omega_{x2}(0)]$, в процессе эволюции $\omega_x(t)$ реализуются противоположные направления вращательного движения.

Случай третий $\omega_x(0) \in [\omega_{x1}(0), \omega_{x2}(0)]$. Случаи 1-2 являются довольно распространенными, в отличие от случая показанного на рисунке 3. В данном случае угловая скорость $\omega_x(t)$ заполняет область, ограниченную сверху своей наибольшей положительной величиной, а снизу отрицательной ветвью резонансной кривой. При построении рисунка 3 начальная угловая скорость была равна: $\omega_x(0) = 1,6$ рад/с.

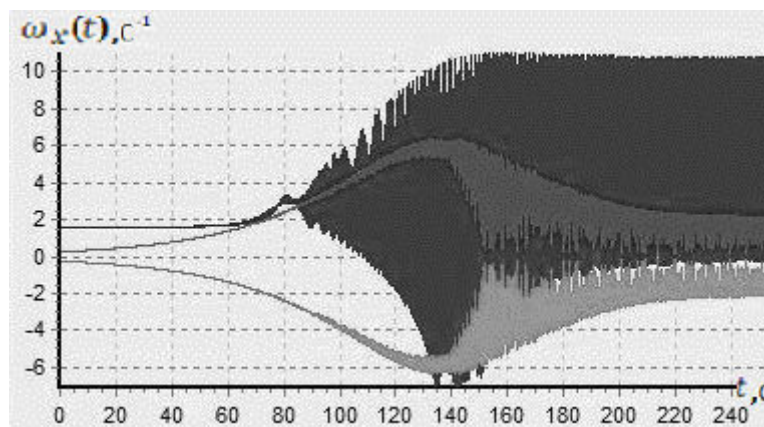


Рисунок 3 – Изменение угловой скорости в третьем случае

Заключение. В данной работе показывается, что при исследовании вращательного движения наноспутника с малой асимметрией, совершающего неуправляемый спуск в атмосфере, следует учитывать точное значение начальной угловой скорости $\omega_x(0)$. В процессе численного моделирования была обнаружена малая область значений начальной угловой скорости, способствующая изменению направления вращения спутника. В результате моделирования были выявлены два известных характерных случая в поведении угловой скорости, реализующихся на границах данной малой области. Если угловая скорость, выбиралась из принадлежащей данной малой области значений, то наблюдались высокоамплитудные колебания угловой скорости $\omega_x(t)$. При этом угловая скорость совершала колебания между своими положительными и отрицательными значениями. Представляет интерес дальнейшее изучение, рассмотренного здесь явления смены знака $\omega_x(t)$, которое может быть проведено с применением известных теоретических методов.

Литература

1. Ярошевский, В.А. Движение неуправляемого тела в атмосфере / В.А. Ярошевский. - М.: Машиностроение, 1978. - 168с.
2. Заболотнов, Ю.М. Вторичный резонансный эффект при движении КА в атмосфере / Ю.М. Заболотнов, В.В. Любимов // Космические исследования. – 1998.- Т. 36, № 2.- С.206-214.
3. Любимов, В.В. Асимптотический анализ вторичных резонансных эффектов при вращении космического аппарата с малой асимметрией в атмосфере / В.В. Любимов. // Известия вузов. Авиационная техника. - 2014. - № 3.- С.23-28.
4. Любимов, В.В. Внешняя устойчивость резонансов в динамике полета космических аппаратов с малой асимметрией / В.В. Любимов. – Самара: Издательство СНЦ РАН. - 2013. – 276 с.