

ДИФРАКЦИЯ НА АКСИКОНЕ В РАЗЛИЧНЫХ ПРИБЛИЖЕНИЯХ

С.Н. Хонина^{1,2}, А.В. Устинов^{1,2}, С.А. Дегтярев^{1,2}

¹Самарский государственный аэрокосмический университет им. академика С.П. Королёва (национально исследовательский университет),

²Институт систем обработки изображений РАН

В статье рассматривается дифракция гауссовых пучков на цилиндрическом аксиконе в случае, когда числовая апертура аксикона близка или выше предельной (когда падающее излучение не должно проходить через элемент). Дифракция рассматривается в трёх моделях: геометро-оптической, векторной волновой в приближении тонкого оптического элемента и на основе решения уравнений Максвелла методом конечных элементов.

Хотя в рамках геометро-оптической модели предельная числовая апертура соответствует наступлению полного внутреннего отражения, анализ хода лучей показал, что при увеличении числовой апертуры (сужении углов аксикона) часть энергии выходит из элемента через боковые грани, формируя расходящееся излучение.

В волновой теории рассеяние энергии в боковых направлениях также получается, но особую роль играют затухающие волны вблизи оптического элемента. В этом случае в приближении тонкого элемента получены аналитические оценки для компонент электрического поля.

Использование метода конечных элементов для решения уравнений Максвелла показало, что с точки зрения концентрации энергии на острие рефракционного аксикона увеличение его числовой апертуры (как за счёт сужения угла, так и за счёт увеличения показателя преломления материала) имеет смысл только до наступления полного внутреннего отражения. Дальнейшее увеличение числовой апертуры приводит как к отражению лучей от плоской поверхности, так и выходу их из боковых граней аксикона.

Уже несколько десятков лет аксикон [1] считается классическим оптическим элементом наравне с линзой. Одним из основных его применений является формирование Бесселевых пучков, обладающих бездифракционными свойствами [2]. В этом случае создается световой пучок, сохраняющий постоянный поперечный размер на очень большом расстоянии (значительно превышающем расстояние нерасходимости Гауссова пучка). Такие пучки нашли применение во многих областях [3, 4], включая оптическое манипулирование [5 – 7], оптическую когерентную томографию [8, 9], метрологию [10, 11].

Возможность изготовления микроаксиконов, в том числе их дифракционных аналогов [12], расширила спектр применения аксиконов и позволила занять им важное место в микро- и нанооптике [13 – 16]. Данная область использования аксиконов требует для их анализа строгой электромагнитной теории [17 – 21], что приводит к существенным затратам вычислительных ресурсов при моделировании.

При увеличении размеров оптического элемента до нескольких десятков длин волн использование разностных методов расчёта, таких, как конечно-разностный метод решения уравнений Максвелла, становится затруднительным в силу их огромной ресурсозатратности. Поэтому в данной работе мы рассмотрим различные модели расчёта, которые могут быть использованы для аналитических оценок или быстрого приближенного расчёта, а затем результаты можно уточнять более строгими методами.

В качестве приближённых моделей рассмотрен геометро-оптический подход и векторная волновая теория в приближении тонкого оптического элемента. В этих случаях получены аналитические оценки дифракции излучения на аксиконе с высокой числовой апертурой, в том числе выше предельной. Предельная числовая апертура в геометро-оптической модели соответствует наступлению полного внутреннего отражения, а в волновой теории – учёту затухающих волн.

Более строгая модель – метод конечных элементов решения уравнений Максвелла – была использована для получения численных результатов расчёта в ближней зоне дифракции при верификации полученных аналитических оценок.

С целью сравнения результатов упомянутых моделей рассматривалась дифракция гауссовых пучков на высокоапертурном аксиконе в двумерном (цилиндрическом) случае. В этом случае, когда вместо радиального аксикона рассматривается цилиндрический аксикон, формируемые пучки называются «псевдо-бездифракционными» [22]. Их распространение исследовалось в ряде работ [23 – 25], однако при этом не рассматривались аксиконы с числовой апертурой выше предельной.

Отсутствию внутреннего отражения соответствует условие, что синус угла преломления не превосходит единицы, то есть угол при вершине удовлетворяет неравенству

$$\alpha_0 \geq \alpha_{tir} = \arccos(1/n). \quad (1)$$

Значение числовой апертуры (NA) аксикона определяется углом, под которым лучи выходят из аксикона:

$$NA = \sin \beta. \quad (2)$$

Очевидно, выходящий из рассматриваемого аксикона луч не может идти под более крутым углом к оптической оси, чем угол α_{tir} , соответствующий наступлению полного внутреннего отражения (1). Т.е., для $n = 1,5$ предельное значение $\beta_{tir} = \alpha_{tir} = 48,19^\circ$, следовательно, числовая апертура аксикона не превысит $NA_{lim} = 0,75$. Примеры хода лучей при отсутствии и наступлении полного внутреннего отражения показаны на рис. 1.

Из выражения (1) следует, что увеличить предельное значение числовой апертуры можно за счёт увеличения показателя преломления материала, из которого изготавливается аксикон.

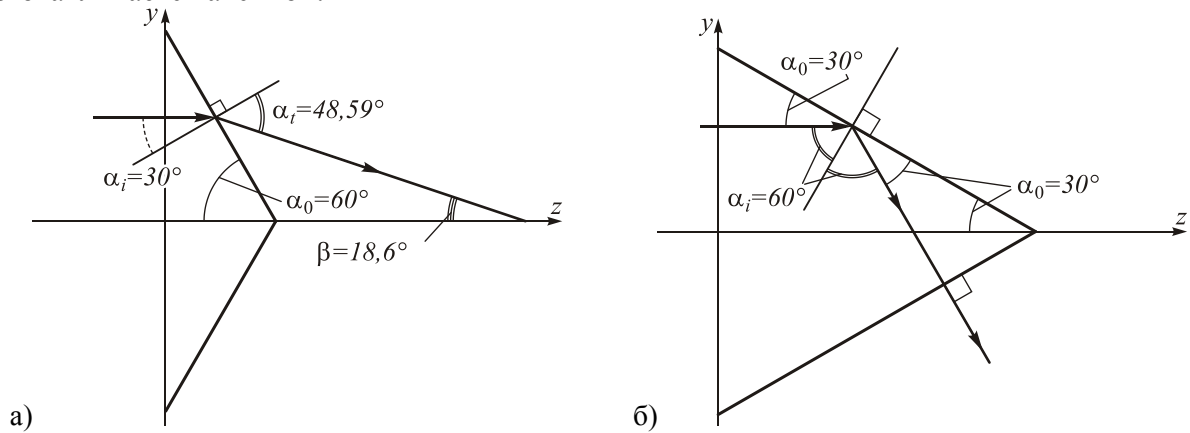


Рисунок 1 – Ход лучей при отсутствии (а) и наступлении (б) полного внутреннего отражения

В рамках волновой теории действие аксикона описывается через комплексную функцию пропускания:

$$\tau(r) = \exp(-ikpr). \quad (3)$$

где $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число, λ – длина волны излучения, падающего на элемент, p – параметр аксикона, фактически соответствующий числовой апертуре (2).

Если условие (1) не выполняется, то происходит полное внутреннее отражение, и в рамках геометро-оптической теории лучи из аксикона выходят сбоку от элемента (рис. 1б) и формируют расходящиеся, не пересекающие оптическую ось лучи.

Однако из волновой теории известно, что при полном внутреннем отражении часть излучения проникает за границу оптического элемента и образует так называемые затухающие волны. Поэтому формально запишем выражение для параметра аксикона в виде комплексного числа (при отсутствии полного внутреннего отражения оно становится вещественным и меньшим единицы):

$$p = \cos \alpha_0 \left(n \sin \alpha_0 - i \sqrt{n^2 \cos^2 \alpha_0 - 1} \right). \quad (4)$$

Отметим, что при освещении аксикона со стороны острия его параметр всегда будет вещественным, но может превзойти единицу [26]:

$$p = n \cos(\alpha_0 + \arcsin(\cos \alpha_0 / n)). \quad (5)$$

Наличие в выражении (4) мнимой части соответствует появлению экспоненциально затухающей амплитудной составляющей в (3). Такое распределение может быть использовано как выходное из аксикона для дальнейшего распространения любыми операторами распространения в свободном пространстве.

Заметим, что геометро-оптическая модель является очень полезной для понимания хода лучей и направления распространения энергии. Однако в этом случае проблематично получить общую картину распределения интенсивности и оценки размера формируемых пучков. В этом случае необходимо применять волновую теорию.

В работе получены результаты численного моделирования дифракции Гауссова пучка с фазовой сингулярностью на цилиндрическом аксиконе на основе решения уравнения Максвелла методом конечных элементов в двумерном случае с использованием программного продукта Comsol.

Для удобства расчетов в данной модели числовая апертура аксиконов вычислялась по следующей формуле, получаемой из (4) при выражении угла через размеры аксикона:

$$NA = \frac{(2h/D) \left(n - \sqrt{1 + (1 - n^2)(2h/D)^2} \right)}{1 + (2h/D)^2}. \quad (6)$$

где D – размер основания аксикона, h – высота аксикона, n – показатель преломления.

На рисунке 2 показаны результаты моделирования дифракции Гауссова пучка с ТМ-поляризацией на двумерных аксиконах с одинаковой высотой $h = 5$ мкм, но с различными размерами основания D и, соответственно, углами аксикона и числовыми апертурами. Длина волны излучения $\lambda = 532$ нм, показатель преломления $n = 1,5$.

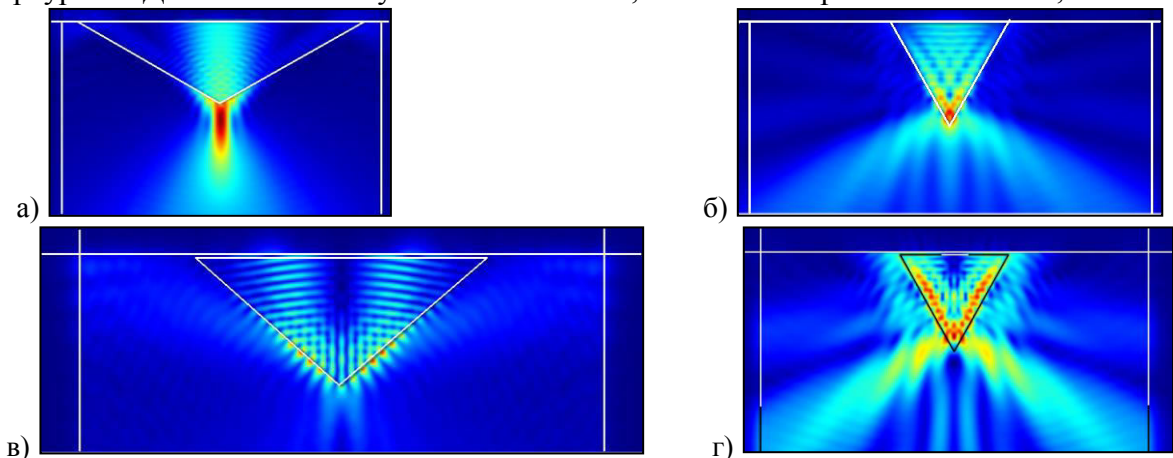


Рисунок 2 – Результаты моделирования дифракции Гауссова пучка (а, б) и моды Гаусса-Эрмита (в, г) с ТМ-поляризацией на двумерных рефракционных аксиконах с одинаковой высотой $h = 5$ мкм, но с различными размерами основания D : (а, в) $D = 18,04$; (б, г) $D = 5,77$

Как видно из рисунка 2, при сужении угла аксикона наступает полное внутреннее отражение и основная энергия начинает идти не вдоль оптической оси, а под большими углами к оптической оси. В лучевой модели (рис. 1б) предсказывались только эти лучи, в то время как волновая векторная модель учитывает также и затухающее поле.

Рассмотрена дифракция гауссовых пучков на двумерном (цилиндрическом) рефракционном аксиконе в ситуации, когда числовая апертура аксикона значительно выше предельной, соответствующей полному внутреннему отражению. Такая ситуация

ранее не рассматривалась, т.к. считалось, что в этом случае аксикон не пропускает падающее излучение.

Дифракция рассмотрена в трёх моделях: геометро-оптической, векторной волновой в приближении тонкого оптического элемента и на основе метода конечных элементов решения уравнений Максвелла. В первых двух случаях получены аналитические оценки для высокой числовой апертуры, в том числе выше предельной.

Хотя предельная числовая апертура в геометро-оптической модели соответствует наступлению полного внутреннего отражения, анализ хода лучей показал, что при увеличении числовой апертуры (сужении углов аксикона) часть энергии выходит из элемента через боковые грани. При этом выходящие лучи формируют расходящееся излучение, не попадающее на оптическую ось.

В волновой теории рассеяние энергии в боковых направлениях также имеет место, но особую роль играют затухающие волны вблизи оптического элемента. Увеличение числовой апертуры в этой модели приводит к большей концентрации поля в ближней зоне. На основе данной модели получены аналитические оценки для компонент электрического поля. Заметим, что в этом случае использовалось приближение тонкого оптического элемента, не подразумевающее эффекта полного внутреннего отражения.

Применение более строгой модели – метода конечных элементов решения уравнений Максвелла – позволило обнаружить интересные результаты в случае существенного увеличения числовой апертуры аксикона. Исследования показали, что с точки зрения концентрации энергии на острие рефракционного аксикона увеличение его числовой апертуры (как за счёт сужения заострения, так и за счёт увеличения показателя преломления материала) имеет смысл только до определённого момента. Этот момент определяется наступлением полного внутреннего отражения.

Существенное увеличение числовой апертуры выше предельной не приводит к усилению энергии в ближней зоне, а ведёт как раз к обратной ситуации. Лучи как отражаются от плоской поверхности аксикона, так и выходят из боковых граней аксикона. Интересно, что с увеличением числовой апертуры боковые лучи начинают сильнее загигаться к оптической оси, а вовсе не отклоняться от неё. Такое поведение лучше описывается геометро-оптической моделью, чем волновой. Однако это скорее связано с рефракционным типом рассмотренного оптического элемента. Результаты метода конечных элементов для дифракционного элемента могут оказаться значительно ближе к предсказаниям, основанным на теории Рэлея-Зоммерфельда.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации.

Литература

1. McLeod, J.H. The axicon: a new type of optical element / J.H. McLeod // *Journal of the Optical Society of America*. – 1954. – Vol. 44. – P. 592-597.
2. Durnin, J. Diffraction-free beams / J. Durnin, J.J. Miceli, Jr. and J.H. Eberly // *Physical Review Letters*. – 1987. – V. 58. – P. 1499-1501.
3. McGloin, D. Bessel beams: diffraction in a new light / D. McGloin and K. Dholakia // *Contemporary Physics*. – 2005. – Vol. 46, Issue 1. – P. 15-28.
4. Jaroszewicz, Z. Axicon – the most important optical element / Z. Jaroszewicz, A. Burvall, A.T. Friberg // *Optics & Photonics News*, April 2005.
5. Arlt, J. Optical micromanipulation using a Bessel light beam / J. Arlt, V. Garces-Chavez, W. Sibbett and K. Dholakia // *Optics Communications*. – 2001. – Vol. 197. – P. 239-245.
6. Garces-Chavez, V. Simultaneous micromanipulation in multiple planes using a self-reconstructing light beam / V. Garces-Chavez, D. McGloin, H. Melville, W. Sibbett and K. Dholakia // *Nature*. – 2002. – Vol. 419. – P. 145-147.
7. Соيفер, В.А. Оптическое манипулирование микрообъектами: достижения и новые возможности, порожденные дифракционной оптикой / В.А. Соифер, В.В. Котляр, С.Н. Хонина // *Физика элементарных частиц и атомного ядра*. – 2004. – Vol. 35(6). – P. 1368-1432.
8. Ding, Z. High-resolution optical coherence tomography over a large depth range with an axicon lens / Z. Ding, H. Ren, Y. Zhao, J.S. Nelson and Z. Chen // *Optics Letters*. – 2002. – Vol. 27. – P. 243-245.

9. Lee, K. Bessel beam spectral-domain high-resolution optical coherence tomography with micro-optic axicon providing extended focusing range / K. Lee and J. Rolland // *Optics Letters*. – 2008. – Vol. 33. – P. 1696-1698.
10. Котляр, В.В. Бесконтактное прецизионное измерение линейных смещений с использованием ДОО, формирующих моды Бесселя / В.В. Котляр, Р.В. Скиданов, С.Н. Хонина // *Компьютерная оптика*. – 2001. – Вып. 21. С. 102-104.
11. Fortin, M. Optical tests with Bessel beam interferometry / M. Fortin, M. Piché and E.F. Borra // *Optics Express*. – 2004. – Vol. 2, Issue 24. – P. 5887-5895.
12. Turunen, J. Holographic generation of diffraction-free beams / J. Turunen, A. Vasara and A.T. Friberg // *Applied Optics*. – 1988. – Vol. 27. – P. 3959-3962.
13. Arlt, J. Optical dipole traps and atomic waveguides based on Bessel light beams / J. Arlt [et al.] // *Physical Review*. – 2001. – Vol. 63. – P. 063602.
14. Cizmar, T. An optical nanotrap array movable over a millimetre range / T. Cizmar, M. Siler, P. Zemanek // *Applied Physics B*. – 2006. – Vol. 84. – P. 197-203.
15. Khonina, S.N. Narrowing of a light spot at diffraction of linearly-polarized beam on binary asymmetric axicons / S.N. Khonina, D.V. Nesterenko, A.A. Morozov, R.V. Skidanov, V.A. Soifer // *Optical Memory and Neural Networks (Information Optics)*. – 2012. – Vol. 21(1). – P. 17-26.
16. Khonina, S.N. Experimental demonstration of the generation of the longitudinal E-field component on the optical axis with high-numerical-aperture binary axicons illuminated by linearly and circularly polarized beams / S.N. Khonina, S.V. Karpeev, S.V. Alferov, D.A. Savelyev, J. Laukkanen, J. Turunen // *Journal of Optics*. – 2013. – Vol. 15. – P. 085704 (9pp).
17. Vahimaa, P. Electromagnetic analysis of nonparaxial Bessel beams generated by diffractive axicons / Pasi Vahimaa, Ville Kettunen, Markku Kuittinen, Jari Turunen and Ari T. Friberg // *Journal of the Optical Society of America A*. – 1997. – Vol. 14, Issue 8. – P. 1817-1824.
18. Zhang, Y. Vector propagation of radially polarized Gaussian beams diffracted by an axicon / Y. Zhang, L. Wang, C. Zheng // *Journal of the Optical Society of America A*. – 2005. – Vol. 22, Issue 11. – P. 2542-2546.
19. Котляр, В.В. Моделирование острой фокусировки радиально-поляризованной лазерной моды с помощью конического и бинарного микроаксиконов / В.В. Котляр, С.С. Стафеев // *Компьютерная оптика*. – 2009. – Т. 33, № 1. – С. 52-60.
20. Хонина, С.Н. Дифракция на бинарных микроаксиконов в ближней зоне / С.Н. Хонина, Д.А. Савельев, П.Г. Серафимович, И.А. Пустовой, // *Оптический журнал*. – 2012. – Т. 79, № 10. – С. 22-29.
21. Хонина, С.Н. Распространение радиально-ограниченных вихревых пучков в ближней зоне. I. Алгоритмы расчёта / С.Н. Хонина, А.В. Устинов, А.А. Ковалёв, С.Г. Волоотовский // *Компьютерная оптика*. – 2010. – Т. 34, № 3. – С. 317-332.
22. Rosen, J. Pseudonondiffracting slitlike beam and its analogy to the pseudonondispersing pulse / J. Rosen, B. Salik, A. Yariv and H. Liu // *Optics Letters*. – 1995. – Vol. 20. – P. 423-425.
23. Kurt, H. Limited-diffraction light propagation with axicon-shape photonic crystals / H. Kurt // *Journal of the Optical Society of America B*. – 2009. – Vol. 26, Issue 5. – P. 981-986.
24. Lin, J. Rigorous electromagnetic analysis of two dimensional micro-axicon by boundary integral equations / J. Lin, J. Tan, J. Liu, S. Liu, // *Optics express*. – 2009. – Vol. 17, Issue 3. – P. 1466-1471.
25. Kurt, H. Generation of a two-dimensional limited-diffraction beam with self-healing ability by annular-type photonic crystals / H. Kurt, M. Turduduev // *Journal of the Optical Society of America B*. – 2012. – Vol. 29, Issue 6. – P. 1245-1256.
26. Устинов, А.В. Расчёт комплексной функции пропускания рефракционных аксиконов / А.В. Устинов, С.Н. Хонина // *Компьютерная оптика*. – 2011. – Т. 35, № 4. – С. 480-490.
27. Born, M. *Principles of Optics* / M. Born, E. Wolf. – 6th ed. – Oxford: Pergamon, 1980. – Chap. 8.3.