

Динамическая задача стимулирования исполнителя с дискретным временем на промышленном предприятии

О.В. Павлов¹

¹Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королева, Московское шоссе 34а, Самара, Россия, 443086

Аннотация

Для решения динамической задачи стимулирования применен принцип компенсации затрат, который сводит исходную задачу к задаче оптимального управления. Целевой функцией в задаче оптимального управления является разность между доходом центра и затратами исполнителя. Рассмотрены различные модели динамического изменения доходов центра и затрат исполнителя. Получены численные решения задачи с помощью метода динамического программирования Беллмана. Проведено исследование влияния темпа изменения рыночной цены продукции на решения динамической задачи стимулирования

Ключевые слова

Динамическая задача стимулирования, обратная игра Штакельберга, динамическое программирование

1. Введение

Рассматривается динамическая задача стимулирования исполнителя, выполняющего задание на промышленном предприятии. Задача менеджмента предприятия (центра) заключается в выборе такой системы стимулирования на основе прогноза реакции исполнителя (агента), которая обеспечивает максимизацию его целевой функции. Агент выбирает действие (объем работы) стремясь максимизировать свою целевую функцию.

Динамические задачи стимулирования рассматриваются в теории активных систем [1-2], информационной теории иерархических систем [3] и теории динамических игр [4-5].

Данная работа посвящена решению задачи стимулирования в случае динамического изменения доходов центра и трудовых затрат исполнителя. Доход центра динамически изменяется при увеличении или уменьшении рыночной цены продукции. Трудовые затраты агента динамически уменьшаются при увеличении кумулятивного объема производства в условиях освоения новой продукции.

2. Алгоритм решения динамической задачи стимулирования исполнителей

Рассматривается двухуровневая динамическая производственная система, состоящая из центра и агента. Агент производит продукцию, а центр реализует продукцию на рынке.

Динамика производства продукции агентом описывается дискретным уравнением:

$$x_t = x_{t-1} + u_t, \quad t = 1, T,$$

где x_t - кумулятивный объем производства продукции за t -ый временной период, t - номер периода, u_t - объем производства в периоде t , T - количество временных периодов.

В начальный момент времени известно количество произведенной продукции:

$$x_0 = X_0,$$

В конечный период кумулятивный объем продукции должен быть равен заданному:

$$x_T = X_0 + R,$$

где R - заданное количество продукции.

На объем производства продукции наложены ограничения:

$$0 \leq u_t \leq X_0 + R - x_{t-1}, \quad t = 1, T.$$

Целевая функция центра имеет вид:

$$J_p = \sum_{t=1}^T \frac{1}{(1+r)^t} [p_t u_t - \sigma(x_t)] \rightarrow \max,$$

где p_t – цена продукции, $\sigma(x_t)$ – функция стимулирования центра, r – ставка дисконтирования.

В работе рассматриваются различные модели изменения дохода центра, связанного с прогнозируемым увеличением или уменьшением рыночной цены продукции p_t .

Целевая функция агента запишется:

$$J_a = \sum_{t=1}^T \frac{1}{(1+r)^t} [\sigma(x_t) - C_t(u_t, x_{t-1})] \rightarrow \max,$$

где $C_t(u_t, x_{t-1})$ – трудовые затраты агента.

Трудовые затраты агента определяются:

$$C_t(u_t, x_{t-1}) = s c_t u_t,$$

где s – стоимость одного норма часа для агента, c_t – трудоемкость изготовления продукции.

Зависимость трудоемкости изготовления продукции от кумулятивного объёма производства описывается различными моделями кривой обучения, приведенными в научной литературе [6].

Для решения сформулированной задачи применяется принцип компенсации затрат [1], [2]. Исходная задача сводится к решению задачи оптимального управления с целевой функцией равной разности между доходом центра и трудовыми затратами агента:

$$J = \sum_{t=1}^T \frac{1}{(1+r)^t} [p_t u_t - s c_t u_t] \rightarrow \max$$

Для решения задачи оптимального управления был применен метод динамического программирования Беллмана [7], реализованный на языке программирования pascal.

3. Заключение

Для решения динамической задачи стимулирования использован принцип компенсации затрат. Исходная задача сведена к решению задачи оптимального управления с целевой функцией равной разности между доходом центра и трудовыми затратами агента.

С помощью метода динамического программирования Беллмана получены численные решения задачи оптимального управления для различных моделей изменения динамики дохода центра и затрат исполнителей. Проведено исследование влияния темпа изменения рыночной цены продукции на выбор оптимальной стратегии центром.

4. Литература

- [1] Новиков, Д.А. Механизмы управления динамическими активными системами / Д.А. Новиков, И.М. Смирнов, Т.Е. Шохина. – М.: ИПУ РАН, 2002. – 124 с.
- [2] Угольницкий, Г.А. Управление устойчивым развитием активных систем / Г.А. Угольницкий. – Ростов-на-Дону: Издательство Южного федерального университета, 2019. – 330 с.
- [3] Горелик, В.А. Анализ конфликтных ситуаций в системах управления / В.А. Горелик, М.А. Горелов, А.Ф. Кононенко. – М.: Радио и связь, 1991. – 288 с.
- [4] Basar, T. Dynamic Noncooperative Game Theory / T. Basar, G.J. Olsder. – Philadelphia: SIAM, 1999. – 519 p.
- [5] Dockner, E. Differential games in economics and management Science / E. Dockner, S. Jorgensen, N.V. Long, G. Sorger. – Cambridge: Cambridge University Press, 2000. – 382 p.
- [6] Jaber, M.Y. Learning Curves: Theory, Models, and Applications / M.Y. Jaber. – Boca Raton: CRC Press, 2011. – 476 P.
- [7] Беллман, Р. Динамическое программирование / Р. Беллман. – М.: Издательство иностранной литературы, 1960.