

ДИНАМИКА СПЕКТРА ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ЧАСТОТ ВРАЩАЮЩИХСЯ БЕССЕЛЕВЫХ ПУЧКОВ ТЕРАГЕРЦОВОГО ДИАПАЗОНА, СОЗДАНЫХ СПИРАЛЬНОЙ ФАЗОВОЙ ПЛАСТИНКОЙ

В.Н. Жабин¹, Б.О. Володкин^{2,3}, Б.А. Князев^{1,4}, М.С. Митьков^{4,5},
В.С. Павельев^{2,3}, Ю.Ю. Чопорова^{1,4}

¹Новосибирский национальный исследовательский государственный университет

²Самарский государственный аэрокосмический университет
им. академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет)

³Институт систем обработки изображений РАН

⁴Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН

⁵Новосибирский государственный технический университет

В данной работе впервые экспериментально исследован угловой спектр терагерцового бesselева пучка, сформированного спиральной фазовой решеткой, освещенной гауссовым пучком Новосибирского лазера на свободных электронах. Распределение интенсивности излучения с длиной волны 141 мкм до и после фокусирующей линзы снималось с частотой около 20 кадров в секунду матричным микроболометрическим приемником с размером элементов 51×51 мкм, перемещаемым вдоль оптической оси линейным актуатором с шаговым двигателем. Выполнены численные расчеты бesselева пучка с помощью созданного в рамках данной работы программного обеспечения, проведено сравнение результатов численного моделирования и экспериментальных данных, показавшее их хорошее совпадение.

Плоская электромагнитная волна помимо амплитуды и волнового вектора характеризуется поляризацией. В общем случае эллиптическая поляризация может быть разложена на правую и левую круговые поляризации, соответствующие спину (собственному угловому моменту, SAM) фотона $\pm\hbar$. Если волновая функция имеет угловую зависимость $e^{il\varphi}$, то фотон помимо спина обладает орбитальным моментом $l\hbar$, где l – любое целое число [1]. При этом поверхности постоянной фазы представляют собой геликоидные поверхности, причем количество их ветвей равно индексу l .

В данной работе исследовались закрученные бesselевы пучки, описываемые формулой:

$$F(r, \varphi, z, t) = J_l(\psi r) e^{il\varphi} e^{i(k_z z - \omega t)}, \quad (1)$$

где $J_l(x)$ – функция Бесселя первого рода l -го порядка, ψ – радиальная составляющая волнового вектора.

В данной работе исследовался угловой спектр бesselева пучка, сформированного фазовым дифракционным элементом [2]. Фактически, спектр представляет собой разложение исходной волны по плоским волнам, что позволяет лучше понять устройство и поведение таких пучков. В частности, это позволяет экспериментально проверить, является ли какой-либо пучок бesselевым. С математической точки зрения угловой спектр представляет собой фурье-преобразование. В случае если оно выполняется тонкой линзой, оно может быть записано как

$$\frac{k}{f} i^{-l-1} e^{il\psi} \int_0^R r J_l(\psi r) J_l\left(\frac{k\rho r}{f}\right) dr, \quad (2)$$

где R – радиус апертуры линзы, f – фокусное расстояние, ρ и ψ – полярные координаты в фокальной плоскости. При бесконечной апертуре линзы угловое распределение приобретает вид тонкого кольца, описываемое формулой:

$$\frac{i^{-l-1}}{\psi} e^{il\psi} \delta(\rho - \rho_0), \quad (3)$$

где $\rho_0 = \frac{\text{шф}}{k}$ – радиус кольца. В случае конечной апертуры линзы основное кольцо размывается, а рядом появляются побочные концентрические кольца.

Существует множество способов создать закрученный пучок из плоской волны. На практике могут быть применены дифракционные элементы, особенно подходящие для терагерцового диапазона. Они могут представлять собой вилочные дифракционные решетки (forked diffraction grating) или спиральную пластинку Френеля. Применение амплитудной спиральной пластинки Френеля для формирования пучков, содержащих пространственную сингулярность, было предложено в работе [3]. Границы зон данной пластики описываются формулой:

$$l\varphi = \left(n + \frac{1}{2}\right)\pi + \frac{kr^2}{2R},$$

где l – топологический заряд пучка, R – фокусное расстояние пластинки, $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. При $l = 0$ получается обычная зонная пластинка Френеля.

В эксперименте использовались подобные бинарные фазовые решетки диаметром 38 мм, сформированные методом реактивно-ионного травления [4] на высокоомной кремниевой пластинке, но с постоянной шириной зон, показанные на рис. 1. Границы зон описываются формулой:

$$\frac{l\varphi}{2\pi} = r + ln.$$

Далее будем называть такую решетку спиральной дифракционной решеткой (СДР). Было экспериментально установлено (см. ниже), что при падении на нее плоской волны действительно формируется бesselев пучок. При $l = 0$ она представляет собой обычный аксикон.

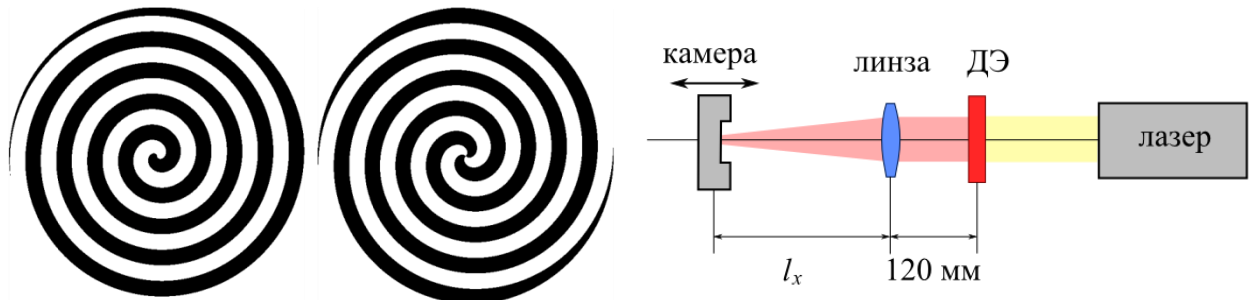


Рисунок 1 – Используемые в работе спиральные дифракционные решетки для формирования пучков с топологическим зарядом $l = \pm 1$ и $l = \pm 2$; знак заряда изменяется при повороте решетки на 180° вокруг вертикальной оси. Сдвиг фазы между черной и белой зоной составляет π .

Рисунок 2 – Схема эксперимента: СДР – спиральная дифракционная решетка.

Численное моделирование выполнялось в приближении скалярной теории дифракции. В приближении Френеля интеграл Кирхгофа дает выражение вида

$$E(x, y) = \frac{e^{ikz}}{i\lambda z} \int_S E(\xi, \eta) \exp\left[\frac{ik}{2z}((x-\xi)^2 + (y-\eta)^2)\right] d\xi d\eta.$$

Этот интеграл представляет собой двумерную свертку двух функций, и может быть выражен с использованием преобразования Фурье

$$E(x, y) = 2\pi \frac{e^{ikz}}{i\lambda z} F_- \{ F_+[E(x, y)] \cdot F_+[w(x, y)] \},$$

где $w(x, y) = \exp\left[\frac{ik}{2z}(x^2 + y^2)\right]$. Применение этого подхода позволяет значительно

снизить вычислительную сложность численного моделирования дифракции, используя быстрое преобразование Фурье.

Для численных расчетов необходимо перейти от непрерывного преобразования Фурье к дискретному преобразованию Фурье (DFT). Переход может быть осуществлен по формулам:

$$X_{mn} = \sum_{k=0}^{M-1} \sum_{l=0}^{N-1} x_{kl} e^{-\frac{2\pi i}{M} mk} e^{-\frac{2\pi i}{N} nl}, x_{kl} = \frac{1}{MN} \sum_{n=0}^{M-1} \sum_{m=0}^{N-1} X_{mn} e^{\frac{2\pi i}{M} mk} e^{\frac{2\pi i}{N} nl}.$$

Для численного моделирования дифракции была разработана программа *Huygens*, написанная на языке C++ для ОС Windows на архитектуре x86-64. Для вычисления быстрого преобразования Фурье использовалась библиотека FFTW. С ее помощью был произведен численный эксперимент по схеме, в точности соответствующей экспериментальной установке, приведенной на рис. 2. Источником излучения в эксперименте служил Новосибирский лазер на свободных электронах [5], в данном эксперименте настроенный на длину волны 141 мкм, на которую была рассчитаны фазовые решетки, позволявшие генерировать пучки с топологическим зарядом $l = \pm 1, \pm 2$.

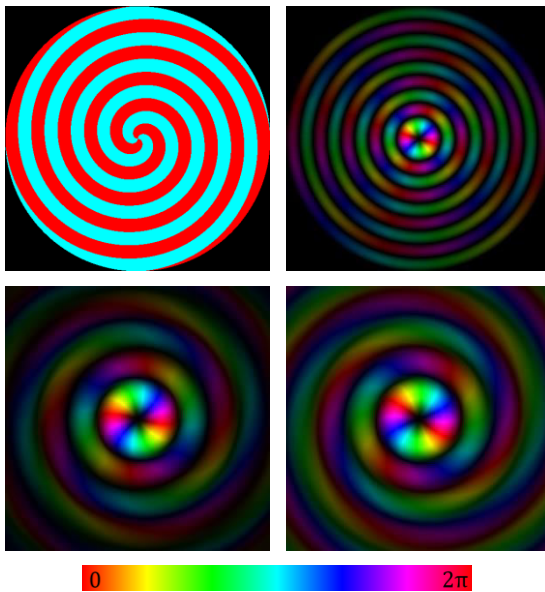


Рисунок 3 – Сравнение дифракции плоской волны на СДР (слева) и дифракции бesselева пучка на отверстии (справа)

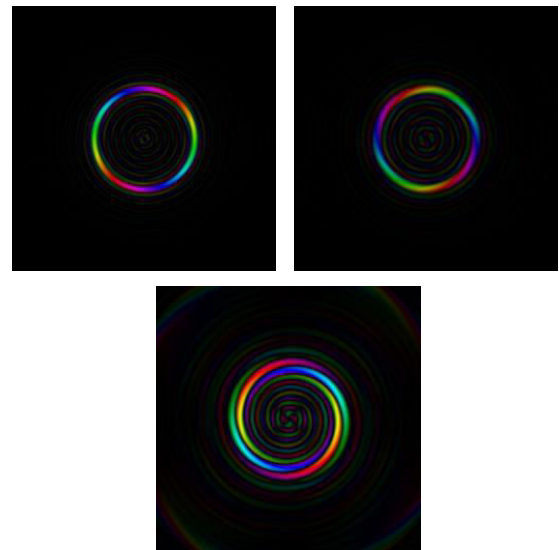


Рисунок 4 – Изображение в фурье-плоскости идеального бesselева пучка (вверху слева), бesselева пучка, дифрагировавшего на круглом отверстии радиусом 19 мм (справа), и плоской волны дифрагировавшей на СДР с $l = 2$.

Была проведена серия численных экспериментов. В первом численном эксперименте была исследована дифракция плоской волны на спиральной дифракционной решетке, а также дифракция идеального бesselева пучка на круглом отверстии, радиус которого соответствовал апертуре дифракционной решетки. По результатам моделирования были найдены соответствующие параметры бesselева пучка, например, было обнаружено, что решетке с индексом $l = 2$ максимально близко соответствует бesselев пучок с радиальным параметром $\psi = 1.6 \text{ мм}^{-1}$. Соответствующие изображения приведены на рис. 3. Здесь и далее яркость соответствует интенсивности, а распределение фазы обозначено цветом

Во втором эксперименте было выполнено моделирование изображения идеального бesselева пучка конечного радиуса, бesselева пучка дифрагировавшего на круглом отверстии, и плоской волны, дифрагировавшей на спиральной дифракционной решетке, в фурье-плоскости собирающей линзы с фокусным расстоянием $f = 50 \text{ мм}$. Изображения в фурье-плоскости приведены на рис. 4. Сравнение с теоретическими данными показывает, что изображение в фурье-плоскости качественно соответствует теоретическим предсказаниям, а именно – наличие кольцевого пятна, но с одним заметным отличием – отличием результата моделирования спиральной дифракционной решетки от расчетного

распределения в сечении бесселева пучка, представляющего собой искажение кольцевой формы пятна, а именно наличие вместо кольца фрагмента спирали. Анализ распределения, формируемого спиральной фазовой пластинкой, приведен в [6].

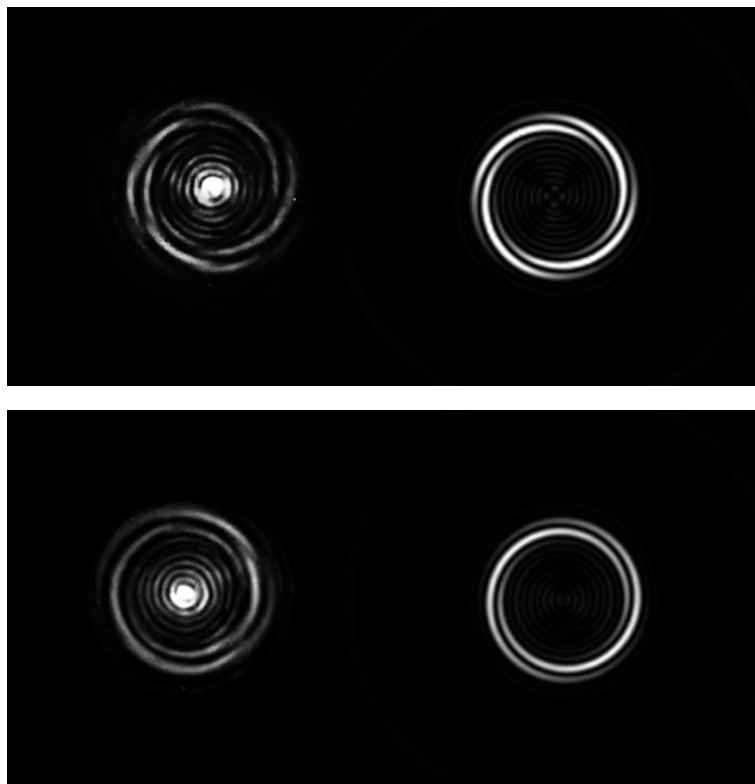


Рисунок 5 – Распределение интенсивности излучения в фокальной плоскости линзы, слева – изображения, записанные МБМ, справа – результаты численного моделирования, для СДР с $l = 1$ (вверху) и $l = 2$ (внизу) с линзой с $f = 50$ мм.

В реальном эксперименте дифракционные решетки освещались гауссовым пучком Новосибирского лазера на свободных электронах $I \propto \exp(-r^2/w^2)$ с $w = 15.1$ мм. Распределение интенсивности излучения вдоль бесселева пучка и в области позади линзы из ТРХ с фокусным расстоянием 50 или 100 мм записывалось в виде видеофильма с частотой около 20 кадров в секунду матричным микроболометрическим приемником (МБМ), перемещаемым вдоль оптической оси линейным актуатором длиной 300 мм с шаговым двигателем. Размер чувствительных элементов МБМ равен 51×51 мкм, что в три раза меньше, чем длина волны использовавшегося излучения. Физический размер матрицы – $16,36 \times 12,24$ мм.

Далее было выполнено сравнение экспериментальных данных с результатами численного моделирования. Расчетные и экспериментально измеренные распределения интенсивности приведены на рис. 5. Видно, что и в эксперименте и численном моделировании наблюдается отличие от кольцевого изображения в виде фрагмента спирали. Заметно существенное отличие – яркое пятно в центре изображения в эксперименте, показывающее, что после прохождения СДР некоторая часть излучения сохраняет исходное направление волнового вектора. В остальном наблюдается качественное согласие численного моделирования и эксперимента, в том числе – наблюдение фрагмента спирали вместо кольца, предсказанного теорией для идеального бесселева пучка. И в экспериментальных данных и в моделировании заметны побочные кольца, вызванные конечным радиусом пучка.

Таким образом, в данной работе было впервые исследовано угловое распределение бесселева пучка, сформированного спиральной фазовой решеткой, в терагерцовом

диапазоне частот. Обнаружено хорошее согласие результатов компьютерного моделирования, теории и результатов оптического эксперимента.

Экспериментальные исследования поддержаны Минобрнауки РФ и грантом РФФИ 15-02-06444. Разработка и изготовление ДОЭ выполнены при поддержке Минобрнауки РФ, в том числе в рамках Программы повышения конкурентоспособности СГАУ на 2013–2020 гг., Государственного задания вузам и научным организациям в сфере научной деятельности, проект № 1879 и гранта РФФИ 13-02-97007. Оборудование для исследования характеристик ДОЭ изготовлено при поддержке гранта Российского научного фонда 14-50-00080. Эксперименты выполнены с использованием оборудования Центра коллективного пользования «Сибирский Центр синхротронного и терагерцового излучения (ЦКП СЦСТИ)».

Литература

1. Twisted Photons. Applications of Light with Orbital Angular Momentum. / Eds. J. P. Torres and L. Torner. – Willey, 2011, 118 p.
2. Heckenberg, R. N., McDuff, R., Smith, C. P. & White, A. G. Generation of optical phase singularities by computer-generated holograms // *Optics Lett.*, vol. 17, pp. 221-223 (1992).
3. Агафонов А. Н., Володкин Б. О., Кавеев А. К., Качалов Д. Г., Князев Б. А., Кропотов Г. И., Тукмаков К. Н., Павельев В. С., Цыпишка Д. И., Чопорова Ю. Ю. Фокусировка излучения лазера терагерцового диапазона (NovoFEL) в соосный отрезок. *Компьютерная оптика*, том 39, №1, с. 58-63 (2015).
4. Сойфер, В.А. Дифракционная компьютерная оптика / В.А. Сойфер. – М.: Физматлит, 2007. – 736 с.
5. Knyazev V. A., Kulipanov G. N., Vinokurov N. A. Novosibirsk terahertz free electron laser: Instrumentation development and experimental achievements // *Measurement Science and Technology*, vol. 21, 054017, 13 p. (2010).
6. Гаврилов А.В., Головашкин Д.Л., Досколович Л.Л., Дьяченко П.Н., Ковалев А.А., Котляр В.В., Налимов А.Г., Нестеренко Д.В., Павельев В.С., Скиданов Р.В., Сойфер В.А., Хонина С.Н., Шуюпова Я.О. Дифракционная нанопотоника // Под редакцией В.А. Сойфера, М.: Физматлит, 680 с. (2011).