

Дискретные представления голограмм полутоновых объектов

М.С. Ковалев¹, П.А.Ручка¹, Н.Г. Сцепуро¹

¹Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана, 2-я Бауманская ул., 5. стр. 1, Москва, Россия, 105005

Аннотация. Представлен сравнительный анализ методов расчета цифровых голограмм на основе дискретных преобразований для различных типов объектов. Получены качественные результаты синтеза и восстановления голограмм, а также представлены примеры реализации некоторых из рассмотренных видов голограмм. Оценено качество восстановления цифровых голограмм путем вычисления SNR и RMSE.

1. Введение

Бурное развитие современных систем фотоники приводит к постоянному повышению их качества и информационной производительности [1]. В настоящее время эти задачи особенно актуальны ввиду широкого использования различных цифровых методов получения и обработки изображений [2,3]. Современные системы и электронные вычислительные ресурсы позволили решить проблему формирования и регистрации изображений большой информационной емкости [4] и высокого качества [5] для многих прикладных задач. Однако существует проблема корректной обработки заключенного в таких изображениях огромного объема информации: проблема обработки интерферограмм [6], голограмм и т.д.

Поскольку объектами цифровой обработки служат аналоговые сигналы и поля, то есть непрерывные сигналы, возникают определенные ограничения при построении цифровых представлений таких сигналов и их преобразований. Кроме того, при цифровой обработке больших массивов данных, описывающих изображения и поля, необходимо разрабатывать и применять эффективные теории для реализаций алгоритмов преобразований [7]. Обычно дискретное преобразование сигналов представляют простой заменой интегралов суммами, считая, что эти аппроксимации достаточно точно коррелируют с интегральными представлениями. А при численной реализации того или иного алгоритма преобразования крайне редко ведется учет погрешности самого метода, поскольку из теории обработки цифровых сигналов хорошо известно, что шумы дискретизации и квантования в опто-электронных приборах существенно меньше других шумов.

Таким образом, первичная задача выбора эффективного метода цифровой обработки полутоновых объектов для различных оптических изображающих систем сводится к анализу уже существующих методов цифрового представления изображений и полей с точки зрения вычислительной сложности, удобства использования и встраивания в цифровую технику, а также оценке качественных характеристик методов: вносимых погрешностей при дискретном представлении, отношении сигнал-шум.

2. Исходные данные

В данной работе мы будем рассматривать объект как функцию двух переменных, определенную в точках конечного растра. Исходный объект представляется в виде матрицы размером $M \times N$:

$$I_o = [I_o(m, n) | m = \overline{1, M}; n = \overline{1, N}] \quad (1)$$

Здесь $I_o(m, n)$ - значение атрибута пикселя (интенсивность), зависящее от цветовой модели представления изображения. Для сравнительного анализа известных методов создания цифровых голограмм были выбраны следующие объекты:

Таблица 1. Объекты кодирования.

Объект	Тип	Размер в пикселях
Bmstu	Binary text	128×128
Plane	Binary contour	256×256
Ghost	Binary high contrast image	256×256
Lena	Grayscale image	256×256

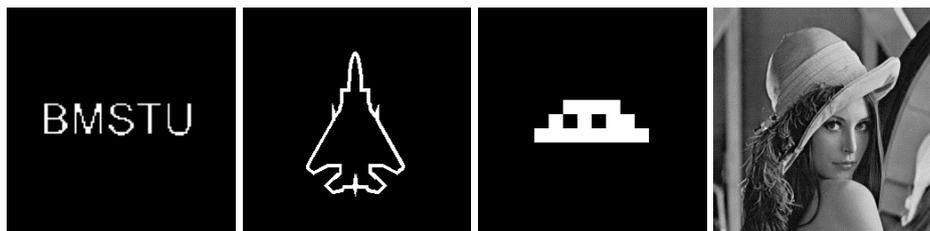


Рисунок 1. Объекты кодирования.

3. Дискретное преобразование Фурье

Дискретное преобразование Фурье (ДПФ) представляет собой разложение конечной последовательности действительных значений в конечную последовательность комплексных значений. В результате синтезирования голограммы с использованием данного преобразования можно получить цифровую голограмму Фурье. Данный тип голограмм имеет отличительную особенность, а именно – начальную избыточность, которая возникает в результате комплексного сопряжения двух частей голограммы (косинусная и синусная).

Помимо этой особенности, информация обо всем объекте распределена равномерно по массиву (матрице) компьютерно-синтезированной голограммы (КСГ) Фурье, поэтому каждая точка голограммы несет в себе информацию обо всем объекте, что обеспечивает высокую степень помехозащищенности.

В общем случае дифракционный интеграл Фурье имеет вид:

$$U_1(f_x, f_y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} U(x, y) \exp\{-j2\pi(f_x x + f_y y)\} dx dy \quad (1)$$

В цифровом компьютерном синтезе используются только действительные значения спектра двумерного дискретного преобразования Фурье:

$$U_1(p, q) = \text{real} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} I_\varphi(m, n) \cdot \exp\left[-j2\pi\left(\frac{m \cdot p}{2M} + \frac{n \cdot q}{2N}\right)\right] \quad (2)$$

Для восстановления объекта без потерь необходимо выполнение условий теоремы Котельникова (Найквиста – Шеннона). Следовательно, размер голограммы должен быть не менее $2M \times 2N$.

При синтезе цифровых голограмм независимо от выбранного типа дискретного преобразования необходимо проводить нормировку, которая позволит избежать

дополнительных потерь квантования и дискретизации, – приводить значения поля в конкретной точке (пикселе) к интервалу $[0, 255]$:

$$H(p, q) = \text{round}\left\{255 \cdot \frac{U_1(p, q) - \min[U_1(p, q)]}{\max[U_1(p, q)] - \min[U_1(p, q)]}\right\} \quad (3)$$

Голограммы, полученные с помощью ДПФ представлены на рисунке 2

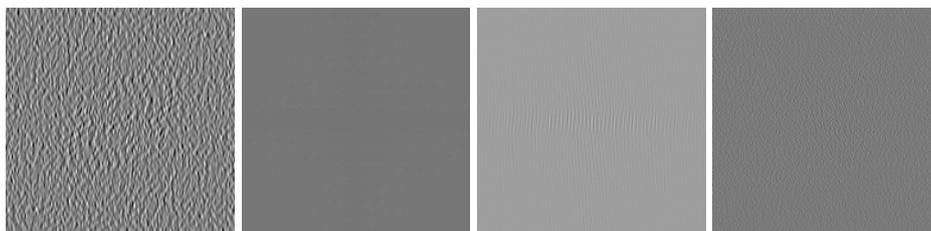


Рисунок 2. Голограммы Фурье от объектов.

Результаты восстановления с помощью алгоритма обратного БПФ представлены на рисунке 3:

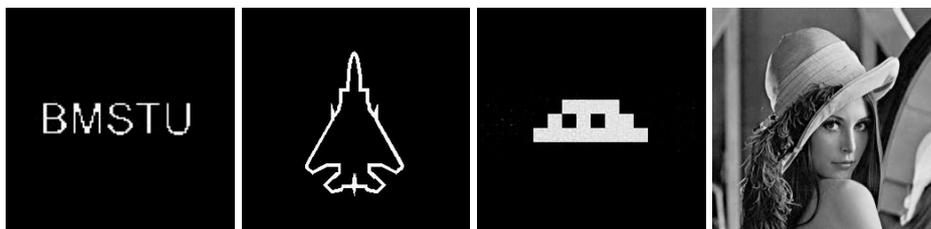


Рисунок 3. Результат восстановления.

Стоит отметить, что хотя цифровые голограммы Фурье в настоящее время хорошо изучены[8], все еще остается большой потенциал для применения цифровых методов обработки [9] для улучшения качества восстанавливаемой информации и повышения емкости и других характеристик данного метода.

4. Дискретное косинусное преобразование

Дискретное косинусное преобразование (ДКП) представляет собой разложение последовательности конечного числа точек на сумму косинусоидальных функций, осциллирующих на разных частотах[10]. ДКП является разновидностью дискретного преобразования Фурье, но в основе алгоритма используются только действительные значения.

В ДКП объект рассматривается как совокупность пространственных волн, для которых по различным осям (X и Y) проводится одномерное дискретное преобразование, а по оси Z откладывается значение интенсивности соответствующего пикселя изображения. После использования ДКП на выходе получаем спектральную интерпретацию данного объекта. Это связано с тем, что каждая пространственная волна раскладывается на множество гармоник различных порядков.

В общем случае выражение для ДКП имеет вид:

$$U_1(p, q) = C(p)C(q) \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} I_0(m, n) \cos \frac{(2m+1)p\pi}{2N} \cos \frac{(2n+1)q\pi}{2N} \quad (4)$$

$$C(i) = \begin{cases} \sqrt{\frac{1}{N}}, & i = 0 \\ \sqrt{\frac{2}{N}}, & i \neq 0 \end{cases}, \text{ где } i, j = 0, \dots, N-1$$

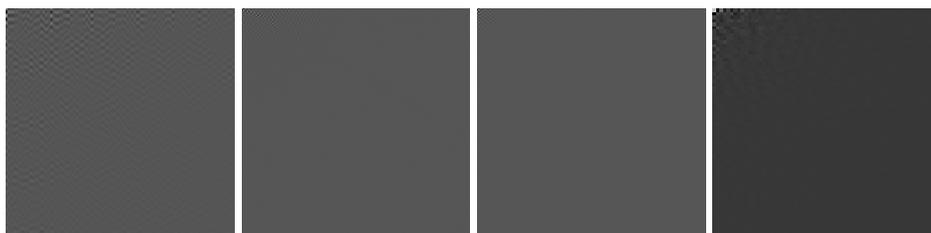


Рисунок 4. Косинусные голограммы.

В полученной матрице на рисунке 4 коэффициенты распределяются так, что высокочастотные составляющие спектра концентрируются в левом верхнем углу, а низкочастотные – в правом нижнем. Данная матрица коэффициентов обладает свойством некоррелированности - коэффициенты независимы друг от друга, т.е. точность представления одного коэффициента не зависит от любого другого. В результате преобразования основная информация концентрируется в малом количестве коэффициентов, что позволяет нам уменьшить физический размер голограммы при этом сведя потери информации к минимуму.

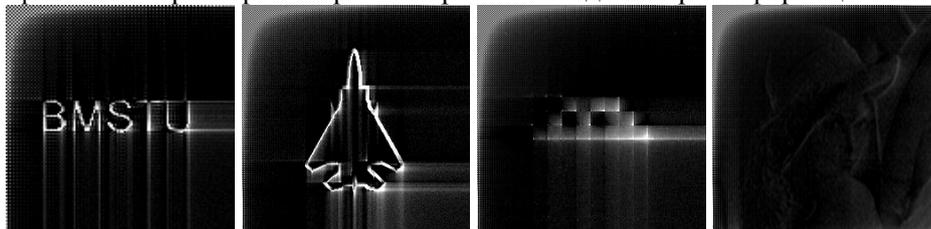


Рисунок 5. Результаты восстановления косинусных голограмм.

Голограммы, в основе которых лежит алгоритм дискретного косинусного преобразования, приобретают ряд преимуществ, в частности перед голограммами Фурье:

- исчезает осевая симметрия восстановленного объекта, что обеспечивает двукратное сокращение избыточности (в основе избыточности ДПФ лежит известное свойство комплексного сопряжения, которое выражается в симметрии комплексных коэффициентов);
- перераспределение энергии обеспечивает расширение динамического диапазона восстановленного объекта (при прочих равных условиях).

Стоит отметить, что использование ДКП обеспечивает ускоренное вычисление косинусных голограмм за счет уменьшения количества операций по сравнению с дискретным преобразованием Фурье. Это преимущество ДКП широко известно и используется во многих практических задачах, в которых необходима высокая скорость обработки в сочетании с сохранением качественного представления данных. Однако косинусные голограммы имеют существенный недостаток: из-за особенностей преобразования большая часть информации об объекте кодирования содержится в левом верхнем углу. Соответственно, данный тип голограмм имеет низкую степень помехозащищенности (механические повреждения).

Недостатком ДКП также можно назвать большое количество шумов при работе с объектами с маленьким разрешением.

5. Дискретное преобразование Френеля

Одним из возможных методов создания цифровых голограммных элементов является использование дискретного преобразования Френеля. Из-за высокой вычислительной сложности данный алгоритм используется реже, чем БПФ или ДКП: при расчете интеграла Френеля в дискретной форме в общем случае требуется конструкция из 4-х циклов [11]. Существуют также упрощенные алгоритмы расчета, в том числе и с использованием быстрого преобразования Фурье [12], которые в свою очередь неизбежно приводят к возникновению погрешностей при синтезе голограмм. Тем не менее, даже при этом голограммы Френеля обладают некоторыми преимуществами перед КСГ Фурье и косинусными голограммами. В общем случае дифракционный интеграл Френеля имеет вид:

$$U_1(p, q) = \frac{\exp\{jkz\}}{j\lambda z} \int_{-\infty}^{+\infty} \int U(x, y) \exp\left\{j \frac{\pi}{\lambda z} [(x - p)^2 + (y - q)^2]\right\} dx dy \tag{5}$$

Ядро интеграла (номер) можно представить следующим образом:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int U(x, y) \exp\left\{j \frac{\pi}{\lambda z} [(x - p)^2 + (y - q)^2]\right\} dx dy = \exp\left\{\frac{jk}{2z}(p^2 + q^2)\right\} FFT\left[U(x, y) \exp\left\{\frac{jk}{2z}(x^2 + y^2)\right\}\right] \tag{6}$$

Реализация интеграла Френеля через БПФ позволяет упростить алгоритм и ускорить вычисление дискретного преобразования Френеля. Конечное выражение для вычисления дискретного преобразования Френеля примет вид:

$$U_1(p, q) = \frac{\exp\{jkz\}}{j\lambda z} \exp\left\{\frac{jk}{2z}(p^2 + q^2)\right\} FFT\left[U(x, y) \exp\left\{\frac{jk}{2z}(x^2 + y^2)\right\}\right] \tag{7}$$

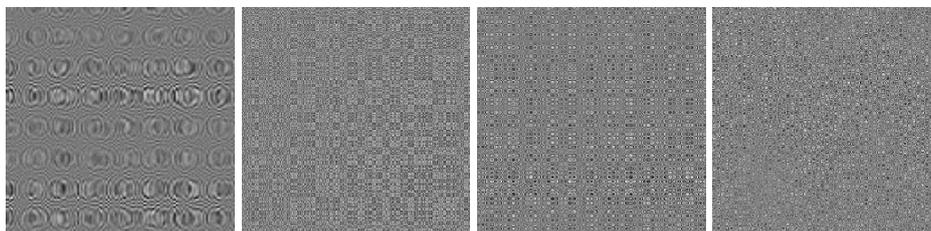


Рисунок 6. Голограмма Френеля объектов.

Восстановление голограммы производится с использованием формул, полученных из обратного интеграла Френеля аналогичным способом. Результаты восстановления представлены на рисунке 7:

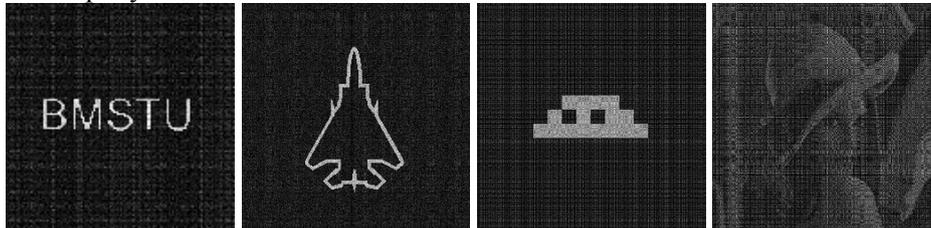


Рисунок 7. Результат восстановления голограмм Френеля

По результатам восстановления на рисунок 7, принимая во внимание вышесказанное, можно заключить, что голограммы Френеля хорошо работают с изображениями с высоким разрешением, контурными и высококонтрастными изображениями, тогда как для изображений с низким разрешением предпочтительнее использовать КСГ Фурье.

Отличительной особенностью КСГ Френеля является возможность сохранения размеров голограммы равными размеру кодируемого объекта, что невозможно в случае КСГ Фурье.

6. Оценка качества (точности) дискретных преобразований при синтезе голограмм

Для сравнения качества восстановления голограмм, созданных с использованием описанных выше преобразований, были выбраны следующие показатели: среднее отношение сигнал-шум по изображению, пиковое отношение сигнал шум и среднеквадратичная ошибка, определяемые в соответствии со следующими формулами:

$$PSNR = 10 \log_{10} \left(N \cdot \frac{\max(I_r)}{\sum_m \sum_n [I_r(m, n) - I_o(m, n)]^2} \right) \tag{8}$$

$$SNR = 10 \log_{10} \left(N \cdot \frac{mean(I_r)}{\sum_m \sum_n [I_r(m, n) - I_o(m, n)]^2} \right) \tag{9}$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_m \sum_n [I_r(m,n) - I_o(m,n)]^2}{(M-1)(N-1)}} \quad (10)$$

Здесь $I_r(m,n)$ – восстановленное изображение, а $I_o(m,n)$ – исходное изображение.

Поскольку для объекта “Arnie” не удалось синтезировать голограмму Френеля, этот объект был исключен из конечного сравнения.

Таблица 2. Параметры оценки качества восстановленных голограмм.

	Object	SNR	PSNR	RMSE	
Discrete transform					
	Cosine	BMSTU	55.3	106.6	0.110
		PLANE	62.5	107.4	0.075
		Lena	35.0	85.8	0.219
ghost		57.6	104.5	0.086	
Fourier	BMSTU	83.8	159.3	0.008	
	PLANE	86.3	152.4	0.008	
	Lena	126.3	144.3	0.012	
	ghost	84.6	138.6	0.016	
Fresnel	BMSTU	69.9	113.3	0.079	
	PLANE	43.4	84.7	0.231	
	Lena	63.4	95.7	0.133	
	ghost	65.2	103.6	0.090	

В таблице 2 наибольший интерес представляют SNR и RMS: отношение сигнал/шум на практике показывает возникающие шумы на черном фоне, что снижает контраст восстановленного изображения; СКО же оценивает не только ошибку в определении значения амплитуды в конкретном пикселе, но и косвенно указывает на ошибки в передаче положения объекта. Из таблицы видно, что наилучшее качество восстановления обеспечивают КСГ Фурье, что коррелирует с визуальным восприятием восстановленных изображений.

Также можно утверждать, что косинусное преобразование лучше подходит для кодирования изображений в градациях серого, чем преобразование Френеля. Несмотря на то, что восстановленное изображение «Lena» на фиг. 7 визуально воспринимается лучше, чем аналогичное на фиг. 3, такое изображение имеет больший потенциал для восстановления исходного вида с помощью постобработки. Более низкое значение отношений сигнал-шум для данного изображения обусловлено яркой областью (шумами) в левом верхнем углу, характерной для косинусного преобразования. Тогда как СКО показывает, что ошибка в определении интенсивности меньше, чем в случае с преобразованием Френеля.

7. Заключение

В статье были рассмотрены различные методы синтеза цифровых голограмм, основанные на дискретных преобразованиях: Фурье, Френеля и косинусном. Был проведен сравнительный анализ качества передачи информации при использовании данных преобразований в синтезе голограмм. Анализ показал, что в зависимости от типа решаемой задачи и необходимых характеристик КСГ, каждый из рассмотренных методов может иметь ряд преимуществ над другими, т.е. его использование будет предпочтительным. Стоит также отметить, что достоинством частотных методов встраивания является их относительно хорошая устойчивость к сжатию и шуму. К недостатку стоит отнести высокую вычислительную сложность и слабую устойчивость некоторых методов к геометрическим преобразованиям (масштабирование, поворот и т. д.) и помехам при восстановлении.

8. Благодарности

Исследование выполнено при поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации: соглашение №14.577.21.0258 от 26 сентября 2017 года (идентификатор проекта RFMEFI57717X0258).

9. Литература

- [1] Evtikhiev, N.N. Informational Optics / N.N. Evtikhiev, O.A. Evtikhieva, I.N. Kompanec, A.E. Krasnov, Yu.N. Kulchin, S.B. Odinsonov, B.S. Rinkevichus. – FTP “Integration”, 2000.
- [2] Soifer, V.A. Methods of Computer Image Processing / V.A. Soifer. – Fizmatlit, 2003.
- [3] Soifer, V.A. Diffractive Nanophotonics / V.A. Soifer. – Fizmatlit, 2011.
- [4] Odinsonov, S.B. Method of computer generation and projection recording of microholograms for holographic memory systems: mathematical modelling and experimental implementation / S.B. Odinsonov, A.Y. Betin, V.I. Bobrinev, N.N. Evtikhiev, A.Y. Zherdev, E.Y. Zlokazov, D.S. Lushnikov, V.V. Markin, R.S. Starikov, S.N. Starikov // Quantum Electronics. – 2013. – Vol. 43(1). – P. 87-89.
- [5] Soifer, V.A. Nanophotonics and its application in systems of remote sensing of Earth / V.A. Soifer, E.A. Bezus. – Samara: New Technic, 2016.
- [6] Poleshchuk, A.G. Laser interferometers for optical surface testing / A.G. Poleshchuk, V.N. Khomutov, A.E. Matochkin, R.K. Nasyrov, V.V. Cherkashin // Photonics Russia. – 2016. – Vol. 58(4). – P. 38-50.
- [7] Yaroslavsky, L.P. Introduction to digital image processing / L.P. Yaroslavsky // Moscow, Sov. Radion, 1979.
- [8] Betin, A.Y. Printed grayscale security elements for product labeling / A.Y. Betin, M.S. Kovalev, G.K. Krasin, S.B. Odinsonov, P.A. Ruchka, N.G. Stsepuro // Photonics Russia. – 2017. – Vol. 5. – P. 74-78.
- [9] Gonzalez, R. Digital Image Processing / R. Gonzalez, R. Woods. – Moscow: Technosfera, 2012.
- [10] Britniak, V. Discrete cosine and sine transforms / V. Britniak, P.C. Yip, K.P. Rao. – Academic Press, 2006.
- [11] Almazov, A.A. Algorithms of calculation of light propagation in the free-space without using FFT algorithm / A.A. Almazov // Computer Optics. – 2004. – Vol. 26. – P. 116-118.
- [12] Mas, D. Fast algorithms for free-space diffraction patterns calculation / D. Mas, J. Garcia, C. Ferreira, L.M. Bernardo, F. Marinho // Optics Communications. – 1999. – Vol. 164. – P. 233-245.

Discrete representation of holograms of halftone objects

M.S. Kovalev¹, S.B. Odinokov¹, P.A. Ruchka¹, N.G. Stsepuro¹

¹Bauman Moscow State Technical University, Ul. Baumanskaya 2-ya, 5, Moscow, Russia 105005

Abstract. A comparative analysis of methods for calculating digital holograms based on discrete transformations for various types of objects is presented. Qualitative results of synthesis and reconstruction of holograms are obtained, as well as examples of the realization of some of the types of holograms considered. The quality of digital hologram recovery is estimated by calculation of SNR and RMSE.

Keywords: discrete transformation, digital holography, image processing.