Формирование бездифракционных пучков с заданным распределением на основе интеграла Уиттекера

П.А. Хорин[1]

[1]Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королева, Московское шоссе 34А, Самара, Россия, 443086

Аннотация. В работе выполнен расчет и исследование дифракционных оптических элементов (ДОЭ) для формирования бездифракционного пучка с заданным распределением на основе интеграла Уиттекера и фундаментальных свойств дифракционной оптики. Для моделирования бездифракционного пучка предложено исследовать интеграл Уиттекера и сформировать бездифракционные пучки с заданным распределением на основе бесконечно тонкого кольца.

1. Введение

Классическими бездифракционными пучками являются моды Бесселя [1, 2]. Несколько менее известны пучки Матье [3, 4], параболические пучки [5] и их обобщения [6-10]. Все они представляют собой решения уравнения Гельмгольца в разделимых координатных системах.

Общим свойством классических бездифракционных пучков является сосредоточенность пространственного спектра на узком кольце. Известны также пучки, спектр которых существенно отличается от узкого кольца, но они обладают свойствами, близкими к бездифракционным пучкам. К таким пучкам относятся пучки Эйри [11], Олвера [12] и их модификации [13-19].

Особенное свойство пространственного спектра классических бездифракционных часто используется при генерации таких пучков: фокусировка излучения, ограниченного узкой кольцевой щелью впервые была использована именно для генерации пучка Бесселя [1]. Аналогичный подход с некоторой модификацией светового кольца был использован для формирования и других бездифракционных пучков [20-23].

Очевидно, при экспериментальной генерации пучков на основе кольцевого распределения можно сформировать бездифракционные пучки лишь приближенно, так как ширина кольца не является бесконечно узкой и не обладает бесконечной энергией, как теоретически предполагается. Более того, некоторые спектральные распределения, например, у параболических пучков, имеют сингулярные точки проблематичные для экспериментальной реализации, поэтому часто формирование бездифракционных пучков осуществляется с помощью рефракционных или дифракционных оптических элементов [24-33].

Рассчитать комплексную функцию пропускания таких оптических элементов можно численно на основе произвольно заданного распределения на спектральном кольце, применяя преобразование Фурье или на основе интеграла Уиттекера [1-8].

В данной работе рассмотрена генерация различных бездифракционных пучков, имеющих заданное (аналитически или численно) распределение на кольцевом спектре. Выполнен анализ соответствия спектрального распределения и поперечной структуры формируемых бездифракционных пучков.

2. Теоретические основы

Рассчитать произвольное поле, обладающее бездифракционными свойствами, можно на основе интеграла Уиттекера [1-8]:

$$U\left(u,v,z\right)=\exp\left[ik_z z\right]\int\limits_0^{2\pi} A(\varphi)\exp\left[ik_t(u\cos(\varphi)+v\sin(\varphi))\right]d\varphi \quad, \qquad (1)$$

где $A(\varphi)$ – функция распределения на спектральном кольце, зависящая только от угла φ, k_t – варьируемый параметр в диапазоне от 0 до k, $k = 2\pi/\lambda = k_t^2 + k_z^2$ – волновое число, λ – длина волны, z – расстояние на которое распространяется поле $U\left(x,y\right)$.

Из преобразования (1) видно, что интеграл не зависит от пространственной переменной z, следовательно, для расчёта дифракционного рельефа можно воспользоваться следующей формулой:

$$U\left(x,y\right)=\int\limits_0^{2\pi} A(\varphi)\exp\left[ik_t(x\cos(\varphi)+y\sin(\varphi))\right]d\varphi \quad, \qquad (2)$$

Таким образом можно получить некоторый бездифракционный пучок, если задать любую функцию $A(\varphi)$. В широком круге задач встаёт вопрос о поиске обратного преобразования к интегралу Уиттекера с целью расчёта бездифракционного пучка с заданным поперечным распределением интенсивности. Так как нет строго аналитического решения этой задачи, то применяют различные итерационные подходы [34-36] и алгоритмы перебора [37-39].

В данной работе рассмотрена генерация различных бездифракционных пучков, имеющих заданное (аналитически или численно) распределение на кольцевом спектре с целью анализа соответствия спектрального распределения и поперечной структуры формируемых бездифракционных пучков.

3. Численное моделирование

Очевидно, сформировать бездифракционные пучки на основе (2) можно лишь приближенно, так как теоретически поле $U\left(x,y\right)$ предполагается заданным на бесконечной области. При экспериментальной реализации неизбежно происходит ограничение области задания поля $U\left(x,y\right)$. Одной из целей исследования также является определение влияния ограничений области задания поля, а также параметра k_t на сохранение бездифракционных свойств рассчитанного пучка.

Для численного моделирования распространения ограниченного поля $U\left(x,y\right)$ используется оператор распространения в свободном пространстве:

$$U\left(u,v,z\right)=-ik/2\pi z\exp\left[ikz\right]\int\limits_{-a}^{a}\int\limits_{-b}^{b} U(x,y)\exp\left[ik/2z((x-u)^2+(y-v)^2)\right]dxdy \quad. \qquad (3)$$

Рассчитаем поле $U\left(x,y\right)$ для $A_0(\varphi)=1$ и различных значений параметра k_t (рисунок 1). Для этого случая интеграл (2) берется аналитически и соответствует функции Бесселя $J_0(k_t r)$

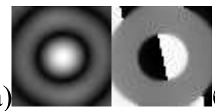
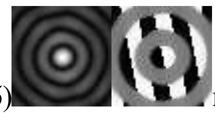
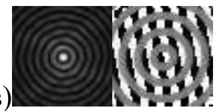
а)  б)  в) 

Рисунок 1. Амплитуда и фаза поля $U\left(x,y\right)$ при k_t: 5 – (а), 10 – (б) и 20 – (в).

Очевидно, что параметр k_t, который соответствует радиусу пространственных частот, также определяет масштаб функции Бесселя. Аналогичная ситуация будет и в других случаях, т.е. с увеличением k_t детали в пучке будут масштабно уменьшаться.

Ввиду гипотезы общности $A(\varphi)$, зададим функцию в каждой точке при помощи генератора случайных чисел rand(φ) в диапазоне от 0 до P. Будем варьировать параметр P для одного и тоже значения R = 15 и рассчитаем $U(x,y)$ (рисунок 2).

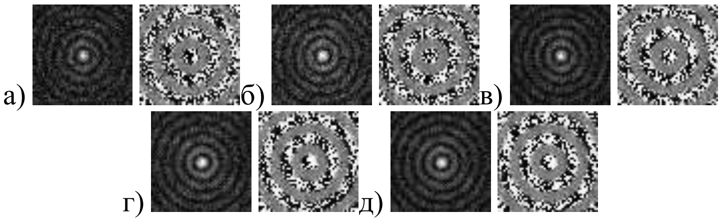


Рисунок 2. Амплитуда и фаза поля $U(x,y)$ при: P=1 (а), P=2 (б), P=3 (в), P=4 (г), P=9 (д).

Распространим полученное распределение при помощи преобразования Френеля (3) на расстояние 500 мм, покажем продольное и поперечное сечение на расстоянии 200 мм (рис. 3):

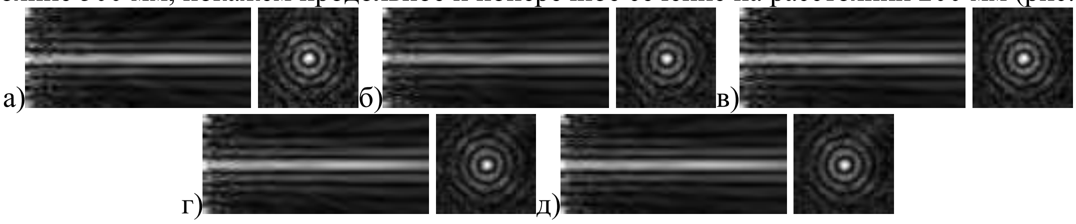


Рисунок 3. Продольное и поперечное распределение амплитуды поля $U(x,y)$:
P=1 (а), P=2 (б), P=3 (в), P=4 (г), P=9 (д).

Из графиков амплитуды видно, что рассчитанное поле является бездифракционным и это свойство не зависит от параметра P. Из этого можно сделать вывод, что гипотеза об общности $A(\varphi)$ верна и любая функция одной переменной порождает формулой Уиттекера бездифракционный пучок.

Рассмотрим ряд функций $A(\varphi)$ одной переменной и рассчитаем соответствующие им бездифракционные пучки $U(x,y)$ (таблица 1).

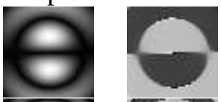
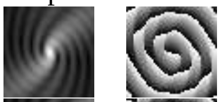
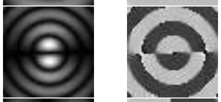
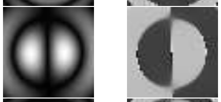
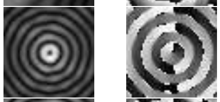
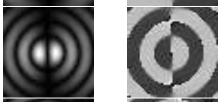
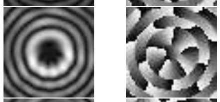
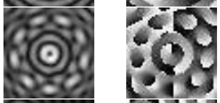
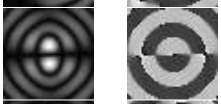
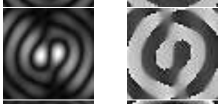
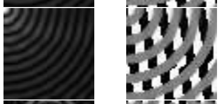
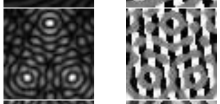
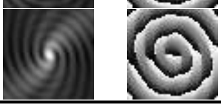
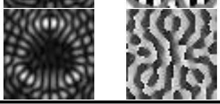
По строкам 1-4 можно сделать вывод, что для тригонометрических функций: $A(\varphi)=\sin(\varphi)$ и $A(\varphi)=\cos(\varphi)$ при R = 5 и 10 закономерность сохраняется, а поперечный срез при x=0 и y=0 соответствует $A(\varphi)$.

Рассчитаем бездифракционные поля от суперпозиции тригонометрических функций при R=10: $A(\varphi)=\cos(\varphi)+\sin(\varphi)$, $A(\varphi)=2\sin(\varphi)+\sin(3\varphi)$, $A(\varphi)=4\cos(\varphi)+\sin(3\varphi)$. Результаты представлены в строках 5-7. Было выявлено, что суперпозиция тригонометрических функций с различными аргументами и весовыми коэффициентами функциями порождают при помощи интеграла Уиттекера не только осесимметричные и радиально симметричные бездифракционные поля.

При анализе прямой. квадратичной и кубической ($A(\varphi)=\varphi$ $A(\varphi)=\varphi^2$ $A(\varphi)=\varphi^3$) зависимости от угла φ было показано, что поля $U(x,y)$ имеют схожий вид по своей структуре амплитуды, но отличаются по фазе (строки 8-10).

Вещественная экспонента $A(\varphi)=\exp[\varphi]$ даёт схожий результат, а именно структура бездифракционного пучка является подобной и имеет ярко выраженную вихревую форму с точки зрения анализа амплитудных значений: $A(\varphi)=\exp[\varphi]$ (строка 11).

Таблица 1. Результаты численного моделирования.

	$A(\varphi)$	$U(x,y)$			$A(\varphi)$	$U(x,y)$	
		Ampl	Phase			Ampl	Phase
1	$A(\varphi)=\sin(\varphi)$			10	$A(\varphi)=\varphi^3$		
2	$A(\varphi)=\sin(\varphi)$			11	$A(\varphi)=\exp[\varphi]$		
3	$A(\varphi)=\cos(\varphi)$			12	$A(\varphi)=\exp[in\varphi]$		
4	$A(\varphi)=\cos(\varphi)$			13	$A(\varphi)=\exp[in\varphi]$		
5	$A(\varphi)=\cos(\varphi)+\sin(\varphi)$			14	$A(\varphi)=\sum_{n\in N}\exp[in\varphi]$		
6	$A(\varphi)=2\sin(\varphi)+\sin(3\varphi)$			15	$A_\alpha^{\pm}(\varphi)=\exp[i\alpha(\cos(\varphi)\pm\sin(\varphi))]$		
7	$A(\varphi)=4\cos(\varphi)+\sin(3\varphi)$			16	$A_\alpha^{\pm}(\varphi)=\exp[i\alpha(\cos(\varphi)\pm\sin(\varphi))]$		
8	$A(\varphi)=\varphi$			17	(4)		
9	$A(\varphi)=\varphi^2$			18	(5)		

Комплексная экспонента $A(\varphi)=\exp[in\varphi]$ создает вихревую структуру фазы, ввиду связи между интегралом Уиттекера и результатом преобразование Фурье от кольца с бесконечно малой толщиной. Был получен бездифракционный пучок с кольцеобразным сечением, где не целое число n отвечает за ширину центрального кольца: n=1.1 и 5.1. Из графиков амплитуды видно (строки 12-13), что поле не повторяет строго форму кольца, а имеет некоторые артефакты, «стремящиеся» в центральную область. Данные факт обусловлен дробной степенью экспоненты. В результате интеграл Уиттекера при n – не целое число, формирует функцию Бесселя не целого порядка.

Однако суперпозиция экспонент $A(\varphi)=\sum_{n\in N}\exp[in\varphi]$ приводит к периодической структуре на радиусе пропорциональном n и отличном от 1. Для суперпозиции двух экспонент $A(\varphi)=\exp[\varphi]+\exp[10\varphi]$ на радиусе с соотношением n=10 формируется периодическая структура, которую можно рассмотреть, как суперпозицию точечных источников (строка 14). Данные результат приводит к гипотезе о том, что суперпозиция одинаковых кольцевых структур с разными радиусами дают в результирующей плоскости аналог интерференционной картины, где разность фаз формирует минимумы и максимумы интенсивности. Основываясь на полученной гипотезе – воспользуемся свойствами преобразования Фурье и зададим $A(\varphi)$, как ядро интеграла Уиттекера с некоторыми изменениями и без зависимости от пространственных переменных x и y. Подадим на вход в интегральное преобразование функцию $A_\alpha^{\pm}(\varphi)=\exp[i\alpha(\cos(\varphi)\pm\sin(\varphi))]$ с варьируемым параметром α=10 и 15 (строки 15-16). В результате в полученном поле $U(x,y)$ наблюдается сдвиг единичного сигнал $A_0(\varphi)=1$ на расстояние пропорциональное α по оси x и оси y. При формировании суперпозиции точечных источников $A(\varphi) = A_0 \sum_{\alpha \in \mathrm{A}} A_\alpha^+(\varphi)$ происходит накладывание амплитуд заданных функций, что согласуется с результатами волновой теории при распространении пучка в пространстве и косвенно подтверждает нашу гипотезу. При увеличении числа близко расположенных точечных источников появляются новые локальные максимумы в амплитудном спектре.

Следовательно, предложенный подход может быть актуален для формирования бездифракционных полей со структурой ярко выраженных максимумов удалённых друг от друга. К примеру, два удалённо расположенных источника (рисунок 4):

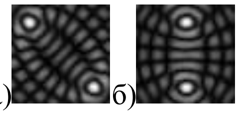
а) б)


Рисунок 4. Поперечное распределение амплитуды поля $U(x,y)$: а) – $A(\varphi) = A_0 \sum_{\alpha \in \mathrm{A}} A_\alpha^+(\varphi)$ α={-10,10}, б) – $A(\varphi) = A_0 \sum_{\alpha,\beta \in \mathrm{A}} A_\alpha^+(\varphi) A_\beta^-(\varphi)$ α={-5,5} β={5,-5}.

В качестве заданного расспределения было предлжено сформирвать бездифракционный пучок с поперченым сечением в виде вершин треугольника. На основе представленных выше свойств были рассчитаны необходимые слогаемые для каждого из точечных источников. Таким образом функция имеет вид:

$$\begin{aligned} A(\varphi) &= A_0 exp[-7i\ \left(cos(\varphi) - sin(\varphi)\right)]exp[7i\left(cos(\varphi) + sin(\varphi)\right)] + \\ &+ A_0 exp[10i\left(cos(\varphi) - sin(\varphi)\right)] + \\ &+ A_0 exp[-10i\left(cos(\varphi) + sin(\varphi)\right)] \end{aligned} \quad . \tag{4}$$

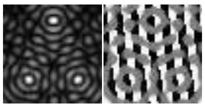


Рисунок 5. Поперечное распределение амплитуды и фазы поля $U(x,y)$ точечные источники на вершинах геометрической фигуры – треуголник.

На основе полученного результата было предложено вместо A_0 подставить A_k. Тогда в каждой вершине треугольника будет своя собственная функция. Построим такое распределение, чтобы погасить излишнюю интенсивность в центральной зоне пучка. Заменим A_0 при первом слагаемом на $2\left(cos(\varphi)\right)$ - верхняя точка, при втором слагаемом на $\left(cos(\varphi) + sin(\varphi)\right)$ - нижняя левая точка, а при третьем слагаемом на $\left(cos(\varphi) - sin(\varphi)\right)$- нижняя правая точка. Получим функцию:

$$\begin{aligned} A(\varphi) &= 2\left(cos(\varphi)\right) \times exp[-7i\ \left(cos(\varphi) - sin(\varphi)\right)]exp[7i\left(cos(\varphi) + sin(\varphi)\right)] + \\ &+ \left(cos(\varphi) + sin(\varphi)\right) \times exp[10i\left(cos(\varphi) - sin(\varphi)\right)] + \\ &+ \left(cos(\varphi) - sin(\varphi)\right) \times exp[-10i\left(cos(\varphi) + sin(\varphi)\right)] \end{aligned} \quad . \tag{5}$$

что соответствует следующему бездифракционными полю:

$$U(x,y) = \int_0^{2\pi} \begin{matrix} \left\{2\left(cos(\varphi)\right) A_7^+(\varphi) A_{-7}^-(\varphi) + \left(cos(\varphi) + sin(\varphi)\right) A_{10}^-(\varphi) + \left(cos(\varphi) - sin(\varphi)\right) A_{-10}^+(\varphi)\right\} \times \\ \times \exp\left[20i(x\cos(\varphi) + y\sin(\varphi))\right] \end{matrix} d\varphi$$

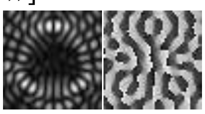


Рисунок 5. Поперечное распределение амплитуды и фазы поля $U(x,y)$ точечные источники на вершинах геометрической фигуры – треуголник.

Таким образом был получен пучок со структурой окружности на дуге которой ярко выражены три закордонных и множество локальных максимумов Функции в вершинах подобраны таким образом, чтобы в центральной области формировалась область минимальных значений амплитуды. Полученный бездифракционный пучок при распространении в пространстве напоминает коридор, который можно успешно использовать в качестве оптической ловушки при микроманипуляциях с органическими частицами, что более известно, как технология – оптический пинцет.

4. Заключение

В результате было проведено исследование интеграла Уиттекера, рассмотрены поля порождаемые этим преобразованием и получены некоторые законы зависимости функции $A(\varphi)$ от $U\left(x,y\right)$.

При помощи генератора случайных чисел и оператора распространения Френеля была доказана гипотеза о порождении интегралом Уиттекера бездифракционных полей в общем случае. На основе полученного результат и предположения о дифракционных свойствах рассматриваемого преобразования были получены формулы смещения заданной функции в результирующей плоскости. Кроме того, рассчитан дифракционный рельеф для оптического элемента, необходимого для формирования суперпозиции заданных полей, таких как тригонометрические, показательные и экспоненциальные функции. По результатам исследования удалось сформировать бездифракционный пучок со структурой окружности и минимальной интенсивностью с заданной области, который можно использовать в прикладных задачах.

На основе представленного теоретического базиса можно сформировать любого рода бездифракционный пучок, состоящий из вершин с закодированными функциями одного аргумента и заданными координатами. Пучки такого типа могут быть применены в таких прикладных областях, как оптическое манипулирование, кодирование и передача информации, флуоресцентная микроскопия, увеличение глубины фокуса и др. [40-54].

5. Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты: 20-37-70025, 20-07-00444, 18-37-00056) и гранта Президента Российской Федерации (Ведущая научная школа НШ-6307.2018.8).

6. Литература

[1] Durnin, J. Exact solutions for nondiffracting beams. I. The scalar theory // J. Opt. Soc. Am. A. – 1987. – Vol. 4. – P. 651-654.
[2] McGloin, D. Bessel beams: diffraction in a new light / D. McGloin, K. Dholakia // Contemporary Physics. – 2005. – Vol. 46(1). – P. 15-28.
[3] Gutierrez-Vega, J.C. Alternative formulation for invariant optical fields: Mathieu beams / J.C. Gutierrez-Vega, M.D. Iturbe-Castillo, S. Chavez-Cerda // Opt. Lett. – 2000. – Vol. 25(20). – P. 1493-1495.
[4] Zhang, P. Nonparaxial Mathieu and Weber Accelerating Beams / P. Zhang, Y. Hu, T. Li, D. Cannan, X. Yin, R. Morandotti, Z. Chen, X. Zhang // Phys. Rev. Lett. – 2012. – Vol. 109. – P. 193901.
[5] Bandres, M.A. Parabolic nondiffracting optical wave fields / M.A. Banres, J.C. Gutierrez-Vega, S. Chavez-Cerda // Opt. Lett. – 2004. – Vol. 29(1). – P. 44-46.
[6] Focusing evolution of generalized propagation invariant optical fields / J.C. Gutierrez-Vega, R. Rodrıguez-Masegosa, S. Chavez-Cerda // J. Opt. A. – 2003. – Vol. 5. – P. 276-282.
[7] Котляр, В.В. Бездифракционные асимметричные элегантные пучки Бесселя с дробным орбитальным угловым моментом / В.В. Котляр, А.А. Ковалёв, В.А. Сойфер // Компьютерная оптика. – 2014. – Т. 38, № 1. – С. 4-10.

[8] Ковалёв, А.А. Бездифракционные пучки Ломмеля / А.А. Ковалёв, В.В. Котляр // Компьютерная оптика. – 2014. – Т. 38, № 2. – С. 188-192.
[9] Khonina, S.N. Generalized parabolic nondiffracting beams of two orders / S.N. Khonina, A.V. Ustinov, S. Chávez-Cerda // Journal of the Optical Society of America A. – 2018. – Vol. 35(9). – P. 1511-1517. DOI: 10.1364/JOSAA.35.001511.
[10] Khonina, S.N. Fractional two-parameter parabolic diffraction-free beams / S.N. Khonina, A.V. Ustinov, A.P. Porfirev // Optics Communications. – 2019. – Vol. 450. – P. 103-111. DOI: 10.1016/j.optcom.2019.05.071.
[11] Siviloglou, G.A. Accelerating finite energy Airy beams / G.A. Siviloglou, D.N. Christodoulides // Opt. Letters. – 2007. – Vol. 32(8). – P. 979-981.
[12] Belafhal, A. Theoretical introduction and generation method of a novel nondiffracting waves: Olver beams / A. Belafhal, L. Ez-Zariy, S. Hennani, H. Nebd // Opt Photon J. – 2015. – Vol. 5. – P. 234-246.
[13] Хонина, С.Н. Ограниченные 1D пучки Эйри: лазерный веер / С.Н. Хонина, С.Г. Волотовский // Компьютерная оптика. – 2008. – Т. 32, № 2. – С. 168-174.
[14] Хонина, С.Н. Зеркальные лазерные пучки Эйри / С.Н. Хонина, С.Г. Волотовский // Компьютерная оптика. – 2010. – Т.34, № 2. – С. 203-213.
[15] Zhang, P. Trapping and guiding microparticles with morphing autofocusing Airy beams / P. Zhang, J. Prakash, Z. Zhang, M.S. Mills, N.K. Efremidis, D.N. Christodoulides, Z.G. Chen // Opt Lett. – 2011. – Vol. 36(15). – P. 2883-2885.
[16] Khonina, S.N. Specular and vortical Airy beams // Optics Communications. – 2011. – Vol. 284. – P. 4263-4271.
[17] Hennani, S. Propagation Properties of Olver-Gaussian Beams Passing through a Paraxial ABCD Optical System / S. Hennani, L. Ez-zariy, A. Belafhal // Opt Photon J. – 2015. – Vol. 5. – P. 273-294.
[18] Khonina, S.N. Fractional Airy beams / S.N. Khonina, A.V. Ustinov // Journal of the Optical Society of America A. – 2017. – Vol. 34(11). – P. 1991-1999. DOI: 10.1364/JOSAA. 34.001991.
[19] Li, H. Propagation properties of cosh-Airy beams / H. Li, J. Wang, M. Tang, X. Li // J. Mod. Opt. – 2018. – Vol. 65. – P. 314-320.
[20] Ziolkowski, R.W. Aperture realizations of exact solutions to homogeneous-wave equations / R.W. Ziolkowski, I.M. Besieris, A.M. Shaarawi // J. Opt. Soc. Am. A. – 1993. – Vol. 10(1). – P. 75-87.
[21] Lopez-Mariscal, C. Observation of parabolic nondiffracting optical fields / C. Lopez-Mariscal, M.A. Bandres, J.C. Gutierrez-Vega, S. Chavez-Cerda // Opt. Express. – 2005. – Vol. 13. – P. 2364-2369.
[22] Anguiano-Morales, M. Different field distributions obtained with an axicon and an amplitude mask / M. Anguiano-Morales, A. Martinez, M.D. Iturbe-Castillo, S. Chavez-Cerda // Optics Communications. – 2008. – Vol. 281. – P. 401-407.
[23] Хонина, С.Н. Простой способ эффективного формирования различных бездифракционных лазерных пучков // Компьютерная оптика. – 2009. – Т. 33, № 1. – С. 70-78.
[24] McLeod, J.H. The axicon: a new type of optical element // J. Opt. Soc. Am. – 1954. – Vol. 44. – P. 592-597.
[25] Dyson, J. Circular and spiral diffraction gratings // Proc. Royal Soc. A. – 1958. – Vol. 248. – P. 93-106.
[26] Vasara, A. Realization of general nondiffracting beams with computer generated holograms / A. Vasara, J. Turunen, A.T. Friberg // J. Opt. Soc. Am. A. – 1989. – Vol. 6. – P. 1748-1754.
[27] Khonina, S.N. Bessel-mode formers / S.N. Khonina, V.V. Kotlyar // Proceedings of SPIE. – 1995. – Vol. 2363. – P. 184-190.
[28] Khonina, S.N. Generating a couple of rotating nondiffarcting beams using a binary-phase DOE / S.N. Khonina, V.V. Kotlyar, V.A. Soifer, J. Lautanen, M. Honkanen, J. Turunen // Optik. – 1999. – Vol. 110(3). – P. 137-144.

[29] Chattrapiban, N. Generation of nondiffracting Bessel beams by use of a spatial light modulator / N. Chattrapiban, E.A. Rogers, D. Cofield, W.T. Hill, R. Roy // Optics Letters. – 2003. – Vol. 28(22). – P. 2183-2185. DOI: 10.1364/OL.28.002183.
[30] Alvarez-Elizondo, M.B. Generation of Mathieu-Gauss modes with an axicon-based laser resonator / M.B. Alvarez-Elizondo, R. Rodríguez-Masegosa, J.C. Gutiérrez-Vega // Opt. Express. – 2008. – Vol. 16. – P. 18770.
[31] Хонина, С.Н. Формирование лазерных пучков Эйри с помощью бинарно-кодированных дифракционных оптических элементов для манипулирования микрочастицами / С.Н. Хонина, Р.В. Скиданов, О.Ю. Моисеев // Компьютерная оптика. – 2009. – Vol. 33(2). – P. 138-146.
[32] Ismail, Y. Shape invariant higher-order Bessel-like beams carrying orbital angular momentum / Y. Ismail, N. Khilo, V. Belyi, A. Forbes // J. Opt. – 2012. – Vol. 14. – P. 1-12.
[33] Vieira, T.A. Modeling the spatial shape of nondiffracting beams: Experimental generation of Frozen Waves via holographic method / T.A. Vieira, M. Zamboni-Rached, M.R.R. Gesualdi // Optics Communications. – 2014. – Vol. 315. – P. 374-380. DOI: 10.1016/j.optcom. 2013.11.001.
[34] Kotlyar, V.V. Algorithm for the generation of non-diffracting Bessel modes / V.V. Kotlyar, S.N. Khonina, V.A. Soifer // Journal of Modern Optics. – 1995. – Vol. 42(6). – P. 1231-1239.
[35] Courtial, J. Iterative algorithms for holographic shaping of non-diffracting and self-imaging light beams / J. Courtial, G. Whyte, Z. Bouchal, J. Wagner // Opt. Express. – 2006. – Vol. 14(6). – P. 2108-2116. DOI: 10.1364/OE.14.002108.
[36] Мухаметгалеев, И.В. Итерационный алгоритм расчета изображений, обладающих бездифракционными свойствами, на основе выделения узкого спектрального кольца / И.В. Мухаметгалеев, С.Н. Хонина // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета им. академика С.П. Королёва. – 2010. – Т. 4, № 24. – С. 238-246.
[37] Качалов, Д.Г. Стохастическая оптимизация квантованных ДОЭ для формирования продольных распределений интенсивности / Д.Г. Качалов, В.С. Павельев, С.Н. Хонина // Компьютерная оптика. – 2009. – Т. 33, № 4. – С. 441-445.
[38] Kachalov, D.G. Application of the direct search in solving a problem of forming longitudinal distribution of intensity / D.G. Kachalov, V.S. Pavelyev, S.N. Khonina, R.V. Skidanov, O.Yu. Moiseev // Journal of Modern Optics. – 2011. – Vol. 58(1). – P. 69-76. DOI: 10.1080/ 09500340.2010.536592.
[39] Martínez-Herrera, A.F. Divide and conquer algorithm for nondiffracting beams / A.F. Martínez-Herrera, A. Céspedes-Mota, S. Lopez-Aguayo // Journal of the Optical Society of America A. – 2019. – Vol. 36(12). – P. 1968-1976. DOI: 10.1364/JOSAA.36.001968.
[40] Refregier, P. Optical image encryption based on input plane and Fourier plane random encoding / P. Refregier, B. Javidi // Opt. Lett. – 1995. – Vol. 20. – P. 767-769.
[41] Garces-Chavez, V. Simultaneous micromanipulation in multiple planes using a self-reconstructing light beam / V. Garces-Chavez, D. McGloin, H. Melville, W. Sibbett, K. Dholakia // Nature. – 2002. – Vol. 419. – P. 145-147.
[42] Bouchal, Z. Nondiffracting optical beams: physical properties, experiments, and applications // Czech. J. Phys. – 2003. – Vol. 53. – P. 537-624.
[43] Tao, S.H. Dynamic optical manipulation with a higher-order fractional Bessel beam generated from a spatial light modulator / S.H. Tao, W.M. Lee, X.-C. Yuan // Opt. Lett. – 2003. – Vol. 28(20). – P. 1867-1869.
[44] Leitgeb, R.A. Extended focus depth for Fourier domain optical coherence microscopy / R.A. Leitgeb, A.H. Bachmann, L. Steinmann, T. Lasser // Opt. Lett. – 2006. – Vol. 31. – P. 2450-2452.
[45] Cottrell, D.M. Nondiffracting random intensity patterns / D.M. Cottrell, J.M. Craven, J.A. Davis // Opt. Lett. – 2007. – Vol. 32. – P. 298-300.

[46] Cizmar, T. Generation of multiple Bessel beams for a biophotonics workstation / T. Cizmar, V. Kollarov, X. Tsampoula, F. Gunn-Moore, W. Sibbett, Z. Bouchal, K. Dholakia // Optics Express. – 2008. – Vol. 16(18). – P. 14024-14035.
[47] Fahrbach, F.O. Microscopy with self-reconstructing beams / F.O. Fahrbach, P. Simon, A. Rohrbach // Nature Photonics. – 2010. – Vol. 4. – P. 780-785.
[48] Хонина, С.Н. Исследование применения аксиконов в высокоапертурной фокусирующей системе / С.Н. Хонина, С.Г. Волотовский // Компьютерная оптика. – 2010. – Vol. 34(1). – P. 35-51.
[49] Скиданов, Р.В. Дифракционные оптические элементы для формирования комбинаций вихревых пучков в задаче манипулирования микрообъектами / Р.В. Скиданов, С.В. Ганчевская // Компьютерная оптика – 2014. – Т. 38, № 1. – С. 65-71.
[50] Nelson, W. Propagation of Bessel and Airy beams through atmospheric turbulence / W. Nelson, J.P. Palastro, C.C. Davis, P. Sprangle // Journal of the Optical Society of America A. – 2014. – V. 31(3). – P. 603-609.
[51] Khonina, S.N. Creating order with the help of randomness: generating transversely random, longitudinally invariant vector optical fields / S.N. Khonina, I. Golub // Opt. Lett. – 2015. – Vol. 40. – P. 4070-4073.
[52] Li, Y. OAM mode of the Hankel-Bessel vortex beam in weak to strong turbulent link of marine-atmosphere / Y. Li, Y. Zhang // Laser Physics. – 2017. – Vol. 27(4). – P. 045201.
[53] Khonina, S.N. Dynamic focal shift and extending depth of focus based on the masking of the illuminating beam and using an adjustable axicon / S.N. Khonina, A.V. Ustinov, A.P. Porfirev // Journal of the Optical Society of America A. – 2019. – Vol. 36(6). – P. 1039-1047. DOI: 10.1364/JOSAA.36.001039.
[54] Васильев, В.С. Распространение пучков Бесселя и суперпозиций вихревых пучков в атмосфере / В.С. Васильев, А.И. Капустин, Р.В. Скиданов, Н.А. Ивлиев, В.В. Подлипнов, С.В. Ганчевская // Компьютерная оптика. – 2019. – Т. 43, № 3. – С. 376-384. DOI: 10.18287/2412-6179-2019-43-3-376-384.

The formation of diffraction-free beams with a given distribution based on the Whittaker integral

P.A. Khorin[1]

[1]Samara National Research University, Moskovskoe Shosse 34A, Samara, Russia, 443086

Abstract. In the work, the calculation and study of diffractive optical elements (DOE) for the formation of a diffractionless beam with a given distribution based on the Whittaker integral are performed. To simulate a diffraction-free beam, it is proposed to study the Whittaker integral, as well as to form diffraction-free beams with a given distribution based on an infinitely thin ring.