

Исследование поляризационных преобразований пучков Гаусса-Лагерра

М.В. Забловская¹

¹Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королева, Московское шоссе 34А, Самара, Россия, 443086

Аннотация. В данной работе проводилось исследование поляризационных преобразований мод Гаусса-Лагерра, а также исследовалось поведение световых пучков под влиянием анизотропной среды. Проведено исследование влияния анизотропии на пучки Гаусса-Лагерра с различными порядками и типами поляризации.

1. Введение

Модовые световые пучки, сохраняющие поперечное распределение поля при распространении привлекают повышенный интерес многих исследователей [1-13], т.к. благодаря своим свойствам такие пучки имеют широкий спектр применений [14-24]. Свойство самовоспроизведения тесно связано со свойством инвариантности (сохранения, неизменяемости), которое является относительным и определяется по отношению к некоторому воздействию. В упомянутых выше работах рассматривалась инвариантность световых пучков (с точностью до масштаба) к оператору распространения в свободном пространстве, прохождению через линзовые системы, усечению диафрагмой и повороту. Также рассматривались свойства периодического самовоспроизведения (повторения с точностью до масштаба) светового поля на определенных расстояниях при распространении в однородной среде. К полям с продольно-периодическими свойствами также относятся "вихревые" световые пучки, которые объединяют в себе свойства инвариантности к распространению (структура поперечного сечения сохраняется с точностью до поворота) и периодичности (повторение происходит через расстояние, за которое совершится полный оборот).

Инвариантность к оператору распространения, или, преобразованию Френеля, демонстрируют световые моды в различных оптических средах: Бесселевы моды - в свободном пространстве, моды Гаусса-Лагерра и Гаусса-Эрмита - в оптической среде с параболическим показателем преломления. Гауссовы моды также можно считать модами свободного пространства с точностью до масштаба. Заметим, что свойством инвариантности к оператору распространения обладает каждая мода в отдельности. Произвольная композиция световых мод, в общем случае, таким свойством не обладает. В работах [6-8, 16, 18, 19] получены условия, позволяющие формировать суперпозиции световых мод с инвариантными свойствами.

Гауссовы моды также обладают инвариантностью к прохождению через линзовые системы. Известен ряд функций, инвариантных к преобразованию Фурье в бесконечных пределах. Например, в [25] рассматривается способ синтеза объектов, инвариантных к преобразованию Фурье, путем композиции исходной функций и ее Фурье-образа. Однако, при введении диафрагмы свойство Фурье-инвариантности таких объектов нарушается. Более удобными для

диафрагмирования являются функции Гаусса-Эрмита и Гаусса-Лагерра, энергия которых как в объектной, так и частотной плоскостях сконцентрирована на ограниченном отрезке. Хотя, строго говоря, эти функции инвариантны к преобразованию Фурье в бесконечных пределах. Собственными функциями ограниченных операторов распространения являются вытянутые сфероидальные волновые функции [26-30] и их обобщения [31-36]. Суперпозиция собственных функций, аппроксимирующая некоторое световое распределение, будет обладать модовым характером при прохождении через оптические линзовые системы с ограниченной апертурой. Т. е., изображение будет устойчиво к дифракционным эффектам, связанным с ограниченными размерами апертуры оптической системы [37, 38].

Известно [39, 40], что гауссовы моды распространяются без потерь в градиентном оптическом волокне. Это свойство используется для модового уплотнения каналов передачи информации [41-43]. Дополнительной степенью свободы в этом случае является поляризационное состояние пучка [44]. Исследование поляризационных преобразований также важно в острой фокусировке [45] с целью преодоления дифракционного предела.

2. Исследование поляризационных преобразований

Одним из способов задания поляризации является матричный метод Джонса.

Предположим, что некий оптический элемент изменяет поляризацию световой волны. Новый вектор Джонса примет вид:

$$E = \begin{bmatrix} E_x' \\ E_y' \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Он может быть выражен через исходный вектор Джонса следующим образом:

$$\begin{bmatrix} E_x' \\ E_y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где $\begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix}$ – описывающая данный оптический элемент матрица Джонса.

Линейная поляризация задается углом наклона к оси Ox . Обозначим этот угол α .

Тогда компоненты вектора Джонса можно будет записать в виде:

$$E_{0x}(x, y) = E_0(x, y)c_x \quad (3)$$

$$E_{0y}(x, y) = E_0(x, y)c_y \quad (4)$$

где $c_x = \cos \alpha$, $c_y = \sin \alpha$ для случая линейной поляризации.

Для задания круговой поляризации входной вектор Джонса следует модифицировать, задавая $c_x = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $c_y = \pm \frac{i}{\sqrt{2}}$.

Задавая матрицу Джонса, будем задавать угол θ , под которым ориентирована быстрая ось того или иного оптического элемента. Рассмотрим случаи для идеального линейного поляризатора, четвертьволновой пластинки и полуволновой пластинки.

Случай идеального линейного поляризатора:

$$\begin{pmatrix} E_x(x, y) \\ E_y(x, y) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} (\cos \theta)^2 & \cos \theta \sin \theta \\ \cos \theta \sin \theta & (\sin \theta)^2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} E_{0x}(x, y) \\ E_{0y}(x, y) \end{pmatrix};$$

Случай четвертьволновой пластинки:

$$\begin{pmatrix} E_x(x, y) \\ E_y(x, y) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} (\cos \theta)^2 - i (\sin \theta)^2 & \cos \theta \sin \theta (1 + i) \\ \cos \theta \sin \theta (1 + i) & (\sin \theta)^2 - i (\cos \theta)^2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} E_{0x}(x, y) \\ E_{0y}(x, y) \end{pmatrix};$$

Случай полуволновой пластинки:

$$\begin{pmatrix} E_x(x, y) \\ E_y(x, y) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos 2\theta & \sin 2\theta \\ \sin 2\theta & -\cos 2\theta \end{bmatrix} \begin{pmatrix} E_{0x}(x, y) \\ E_{0y}(x, y) \end{pmatrix}.$$

Таблица 1. Поляризация пучка Гаусса-Лагерра под углом θ с $\alpha = 0$.

	$\Theta = -30$	$\Theta = 30$	$\Theta = 45$	$\Theta = 60$	$\Theta = 90$
Линейный поляризатор					
Четверть-волновая пластинка					
Полуволновая пластинка					

Таблица 2. Поляризация пучка Гаусса-Лагерра под углом θ с $\alpha = 30$.

	$\Theta = -30$	$\Theta = 30$	$\Theta = 45$	$\Theta = 60$	$\Theta = 90$
Линейный поляризатор					
Четверть-волновая пластинка					
Полуволновая пластинка					

Пропустим пучок через матрицу Джонса полуволновой пластинки и четвертьволновой пластинки. Из таблиц 4,5 видно, что степень астигматизма не зависит от величины радиуса пучка.

Пучок Гаусса-Лагерра был пропущен через различные поляризаторы: идеальный линейный поляризатор, четвертьволновая пластинка, полуволновая пластинка. На выходе был получен поляризованный пучок с измененной интенсивностью.

Моделирование показало, что существует зависимость степени астигматизма от угла Θ .

Действие анизотропии гораздо заметнее для мод высокого порядка с высоким радиальным индексом.

Таблица 3. Поляризация пучка Гаусса-Лагерра под углом θ с $\alpha = 60$.

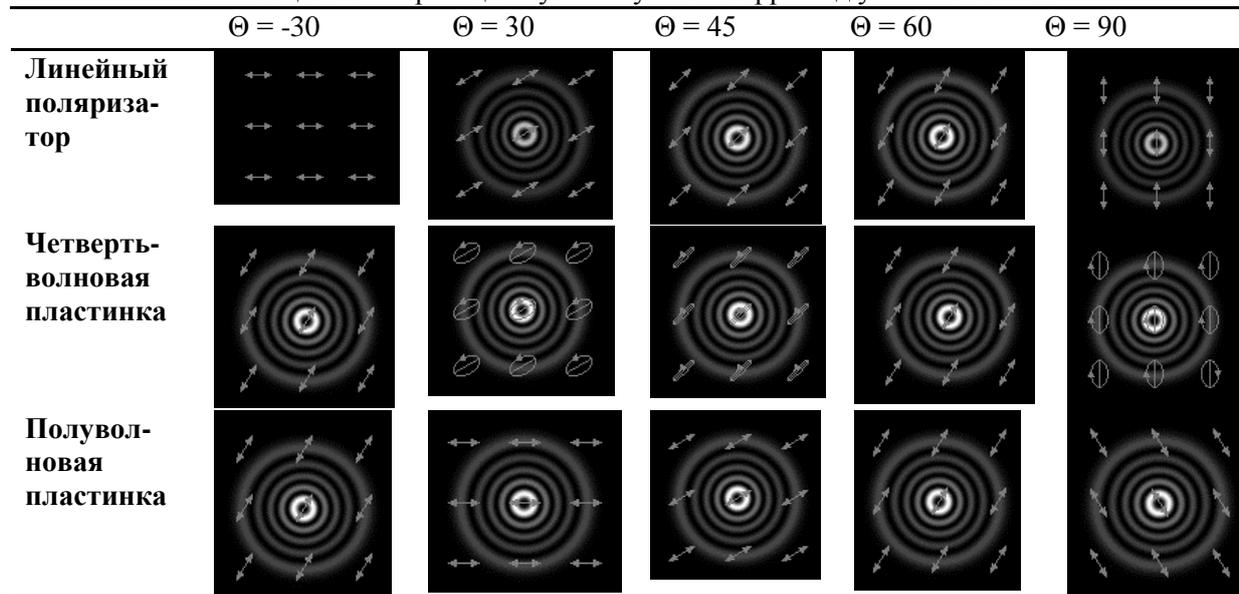


Таблица 4. Поляризация мод Гаусса-Лагерра 4 порядка, радиус $5000 \mu\text{m}$, длина волны 532nm .

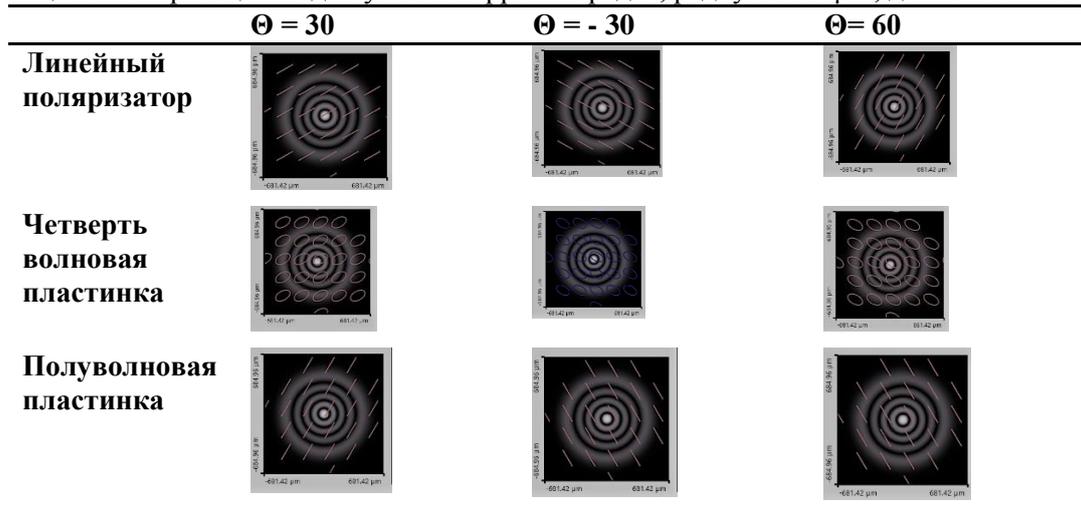
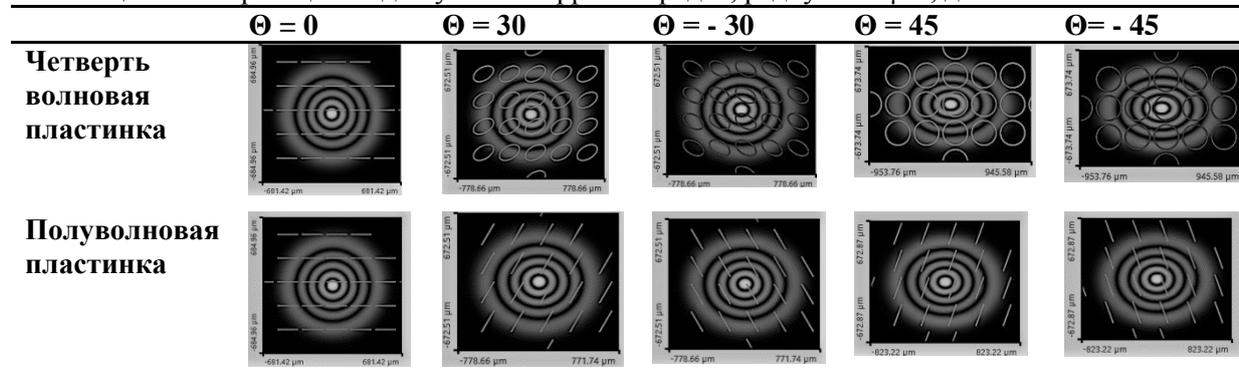


Таблица 5. Поляризация мод Гаусса-Лагерра 4 порядка, радиус $500 \mu\text{m}$, длина волны 532nm .



3. Литература

- [1] Тарасов, Л.В. Физика процессов в генераторах когерентного оптического излучения / Л.В. Тарасов. – М.: Радио и связь, 1981. – 440 с.
- [2] Голуб, М.А. Синтез пространственных фильтров для исследования поперечного модового состава когерентного излучения / М.А. Голуб, А.М. Прохоров, И.Н. Сисакян, В.А. Сойфер // Квантовая электроника. – 1982. – Т. 9, № 9. – С.1866-1868.
- [3] Overfelt, P.L. Comparison of the propagation characteristics of Bessel, Bessel-Gauss, and Gaussian beams diffracted by a circular aperture / P.L. Overfelt, C.S. Kenney // J. Opt. Soc. Am. A. – 1991. – Vol. 8(5). – P. 732-744.
- [4] Бельский, А.М. Самовоспроизводящиеся пучки и их связь с недифрагирующими пучками // Оптика и спектроскопия. – 1992. – Т. 73, № 5. – С. 947-951.
- [5] Padgett, M. An experiment to observe the intensity and phase structure of Laguerre-Gaussian laser modes / M. Padgett, J. Arlt, N. Simpson, L. Allen // Am. J. Phys. – 1996. – Vol. 64(1). – P. 77-82.
- [6] Котляр, В.В. Алгоритм расчета ДОО для генерации вращающихся модальных изображений / В.В. Котляр, В.А. Сойфер, С.Н. Хонина // Автометрия. – 1997. – Т. 5. – С. 46-54.
- [7] Котляр, В.В. Вращение световых многомодовых пучков Гаусса-Лагерра в свободном пространстве / В.В. Котляр, В.А. Сойфер, С.Н. Хонина // Письма в ЖТФ. – 1997. – Т. 23, № 17. – С. 1-6.
- [8] Abramochkin, E. Generation of spiral-type laser beams / E. Abramochkin, N. Losersky, V. Volostnikov // Opt. Comm. – 1997. – Vol. 141. – P. 59-64.
- [9] Хонина, С.Н. Дифракционные оптические элементы, согласованные с модами Гаусса-Лагерра / С.Н. Хонина, В.В. Котляр, В.А. Сойфер // Оптика и спектроскопия. – 1998. – Т. 85, № 4. – С. 695-703.
- [10] Хонина, С.Н. Формирование мод Гаусса-Эрмита с помощью бинарных ДОО. II. Оптимизация апертурной функции // Компьютерная оптика. – 1998. – Т. 18. – С. 28-36.
- [11] Khonina, S.N. Diffraction optical elements matched to the Gauss-Laguerre modes / S.N. Khonina, V.V. Kotlyar, V.A. Soifer // Optics and Spectroscopy. – 1998. – Vol. 85(4). – P. 636-644.
- [12] Piestun, R. Propagation-invariant wave fields with finite energy / R. Piestun, Y.V. Schechner, J. Shamir // J. Opt. Soc. Am. A. – 2000. – Vol. 17(2). – P. 294-303.
- [13] Khonina, S.N. Gauss-Laguerre modes with different indices in prescribed diffraction orders of a diffractive phase element / S.N. Khonina, V.V. Kotlyar, R.V. Skidanov, V.A. Soifer, P. Laakkonen, J. Turunen // Optics Comm. – 2000. – Vol. 175. – P. 301-308.
- [14] Patorski, K. The self-imaging phenomenon and its applications // Progress in Optics. – 1989. – Vol. 27.
- [15] He, H. Optical particle trapping with higher-order doughnut beams produced using high efficiency computer-generated holograms / H. He, N.R. Heckenberg, H. Rubinsztein-Dunlop // J. Mod. Opt. – 1995. – Vol. 42(1). – P. 217-223.
- [16] Kotlyar, V.V. An algorithm for the generation of laser beams with longitudinal periodicity: rotating images / V.V. Kotlyar, V.A. Soifer, S.N. Khonina // J. Modern Opt. – 1997. – Vol. 44(7). – P. 1409-1416.
- [17] Хонина, С.Н. Формирование и передача на расстояние изображений с помощью мод Гаусса-Лагерра // Компьютерная оптика. – 1998. – Т. 18. – С. 71-82.
- [18] Hua, J. Optical interconnection for neural networks by use of a self-imaging function / J. Hua, L. Liu, G. Li // Appl. Opt. – 1998. – Vol. 37(2). – P. 308-314.
- [19] Котляр, В.В. Фазовые формирователи световых полей с продольной периодичностью / В.В. Котляр, В.А. Сойфер, С.Н. Хонина // Оптика и спектроскопия. – 1998. – Т. 84, № 5. – С. 853-859.
- [20] Khonina, S.N. Generation of rotating Gauss-Laguerre modes with binary-phase diffractive optics / S.N. Khonina, V.V. Kotlyar, V.A. Soifer, M. Honkanen, J. Lautanen, J. Turunen // J. Mod. Opt. – 1999. – Vol. 46(2). – P. 227-238.

- [21] Ashkin, A. History of optical trapping and manipulation of small-neutral particle, atoms, and molecules // *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*. – 2000. – Vol. 6(6). – P. 841-856.
- [22] Сойфер, В.А. Оптическое манипулирование микрообъектами: достижения и новые возможности, порожденные дифракционной оптикой / В.А. Сойфер, В.В. Котляр, С.Н. Хонина // *Физика элементарных частиц и атомного ядра*. – 2004. – Vol. 35(6). – P. 1368-1432.
- [23] Khonina, S.N. How low can STED go? Comparison of different write-erase beam combinations for stimulated emission depletion microscopy / S.N. Khonina, I. Golub // *J. Opt. Soc. Am. A*. – 2012. – Vol. 29(10). – P. 2242-2246. DOI: 10.1364/JOSAA.29.002242.
- [24] Soifer, V.A. Vortex beams in turbulent media: review / V.A. Soifer, O. Korotkova, S.N. Khonina, E.A. Shchepakina // *Computer Optics*. – 2016. – Vol. 40(5). – P. 605-624. DOI: 10.18287/2412-6179-2016-40-5-605-624.
- [25] Lohmann, A.W. Self-Fourier objects and other self-transform objects / A.W. Lohmann, D. Mendlovic // *J. Opt. Soc. Am. A*. – 1992. – Vol. 9(11). – P. 2009-2012.
- [26] Slepian, D. Prolate spheroidal wave functions, Fourier analysis and uncertainty – I / D. Slepian, H.O. Pollak // *Bell Systems Technology Journal*. – 1961. – Vol. 40. – P. 43-63.
- [27] Slepian, D. Eigenvalues associated with prolate spheroidal wave functions of zero order / D. Slepian, E. Sonnenblick // *The Bell System Technical Journal*. – 1965. – Vol. 44. – P. 1745-1763.
- [28] Комаров, И.В. Сфероидальные и кулоновские сфероидальные функции / И.В. Комаров, Л.И. Пономарев, С.Ю. Славянов; под ред. В.С. Булдырева. – М.: Наука, 1976. – 320 с.
- [29] Хонина, С.Н. Приближение сфероидальных волновых функций конечными рядами // *Компьютерная оптика*. – 1999. – Т.19. – С. 65-70.
- [30] Хонина, С.Н. Метод вычисления собственных значений вытянутых сфероидальных функций нулевого порядка / С.Н. Хонина, С.Г. Волотовский, В.А. Сойфер // *Доклады Академии наук*. – 2001. – Т. 376, № 1. – С. 30-32.
- [31] Yoshinobu, I. Evaluation of aberrations using the generalized prolate spheroidal wavefunctions / I. Yoshinobu // *J. Opt. Soc. Amer.* – 1970. – Vol. 60(1). – P. 10-14.
- [32] Martinsson, P. Communication modes in scalar diffraction / P. Martinsson, P. Ma, A. Burvall, A.T. Friberg // *Optik*. – 2008. – Vol. 199(3). – P. 103-111.
- [33] Karoui, A. Spectral analysis of the finite Hankel transform and circular prolate spheroidal wave functions / A. Karoui, T. Moumni // *J. Comput. Appl. Math.* – 2009. – Vol. 233. – P. 315-333.
- [34] Кириленко, М.С. Расчёт собственных функций изображающей двухлинзовой системы в условиях осевой симметрии / М.С. Кириленко, С.Н. Хонина // *Компьютерная оптика*. – 2014. – Т. 38, № 3. – С. 412-417.
- [35] Кириленко, М.С. Вычисление собственных функций ограниченного дробного преобразования Фурье / Кириленко М.С., Зубцов Р.О., Хонина С.Н. // *Компьютерная оптика*. – 2015. – Т. 39, № 3. – С. 332-338.
- [36] Kirilenko, M.S. Formation of signals matched with vortex eigenfunctions of bounded double lens system / M.S. Kirilenko, S.N. Khonina // *Optics Communications* – 2018. – Vol. 410. – P. 153-159. DOI: 10.1016/j.optcom.2017.09.060.
- [37] Khonina, S.N. Effect of diffraction on images matched with prolate spheroidal wave functions / S.N. Khonina, V.V. Kotlyar // *Pattern Recognition and Image Analysis*. – 2001. – Vol. 11(3). – P. 521-528.
- [38] Kirilenko, M.S. Coding of an optical signal by a superposition of spheroidal functions for undistorted transmission of information in the lens system / M.S. Kirilenko, S.N. Khonina // *Proc. SPIE*. – 2014. – Vol. 9156. – P. 91560J. DOI: 10.1117/12.2054214.
- [39] Adams, M.J. An introduction to optical waveguides. – J. Wiley & Sons, Chichester, 1981.
- [40] Снайдер, А. Теория оптических волноводов / А. Снайдер, Дж. Лав. – М.: Радио и связь, 1987.
- [41] Berdague, S. Mode division multiplexing in optical fibers / S. Berdague, P. Facq // *Appl. Opt.* – 1982. – Vol. 21(11). – P. 1950-1955.

- [42] Любопытов, В.С. Математическая модель полностью оптической системы детектирования параметров распространения мод в оптическом волокне при маломодовом режиме для адаптивной компенсации смещения мод / В.С. Любопытов, А.З. Тлявлин, А.Х. Султанов, В.Х. Багманов, С.Н. Хонина, С.В. Карпеев, Н.Л. Казанский // Компьютерная оптика. – 2013. – Т. 37, № 3. – С. 352-359.
- [43] Khonina, S.N. Propagation of laser vortex beams in a parabolic optical fiber / S.N. Khonina, A.S. Striletz, A.A. Kovalev, V.V. Kotlyar // Proceedings of SPIE. – 2010. – Vol. 7523. – P. 75230B.
- [44] Millione, G. Using the nonseparability of vector beams to encode information for optical communication / G. Millione, T.A. Nguyen, J. Leach, D.A. Nolan, R.R. Alfano // Opt. Lett. – 2015. – Vol. 40. – P. 4887-4890.
- [45] Khonina, S.N. Simple phase optical elements for narrowing of a focal spot in high-numerical-aperture conditions // Optical Engineering. – 2013. – Vol. 52(9). – P. 091711. DOI: 10.1117/1.OE.52.9.091711.

Study of polarization transformations of Gauss-Laguerre beams

M. Zablovskaya¹

¹Samara National Research University, Moskovskoe Shosse 34A, Samara, Russia, 443086

Abstract. In this work, we investigated the polarization transformations of Gauss-Laguerre modes, and also investigated the behavior of light beams under the influence of an anisotropic medium. The effect of anisotropy on Gauss-Laguerre beams with different orders and types of polarization has been studied.