

ИТЕРАЦИОННЫЙ ПОДХОД К РЕШЕНИЮ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ДИФРАКЦИИ В УСЛОВИЯХ ОСТРОЙ ФОКУСИРОВКИ

Н.С. Фидирко¹, С.Г. Волотовский^{1,2}, С.Н. Хонина^{1,2}

¹ Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет) (СГАУ), Самара, Россия,

² Институт систем обработки изображений РАН, Самара, Россия

В данной работе рассматривается итерационный подход к решению обратной задачи дифракции в условиях острой фокусировки. Показано, что с его использованием можно получить комплексное распределение на входе фокусирующей системы, обеспечивающее формирование в фокальной плоскости вперед заданного распределения интенсивности. В результате итерационного расчета было получено комплексное распределение поперечных компонентов входного поля, обеспечивающее фокусировку в световое пятно меньше дифракционного предела.

Ключевые слова: острая фокусировка, итерационный алгоритм, дифракционный предел

Введение

В связи с уменьшением размеров оптических устройств большое внимание в последнее время уделяется описанию непараксиального распространения световых полей и разработке алгоритмов моделирования такого распространения [1–7]. При этом особое внимание уделяется разработке быстрых алгоритмов расчета, в том числе, с целью организации итерационного процесса расчета. Итерационный подход часто используется для оптимизации известных приближенных решений, а также для поиска локальных решений обратной задачи дифракции [8–15]. Заметим, что для задач, учитывающих непараксиальный характер распространения световых полей и их векторный характер, реализация итерационных алгоритмов существенно усложняется [16–22].

Для повышения разрешающей способности, а также управления распределением электромагнитного поля в фокальной области, фокусирующую систему можно дополнить аподизирующим оптическим элементом. Наиболее разнообразные возможности в амплитудной и фазовой аподизации обеспечивают дифракционные оптические элементы (ДОЭ) [14, 23].

Применение ДОЭ в острофокусирующих системах позволяет решать разнообразные задачи: улучшение разрешения как в поперечном [24–26], так и продольном [27–29] направлениях, выполнять поляризационные преобразования [30, 31], формировать в фокальной области заданные распределения интенсивности [20, 32, 33].

В данной работе рассмотрен итерационный подход к решению обратной задачи дифракции в условиях острой фокусировки. Предлагаемый в работе расчет пропускающей (аподизирующей) функции во входной плоскости фокусирующей системы позволяет выполнять оптимизацию как амплитудно-фазового распределения, так поляризационных составляющих электромагнитного поля.

1. Алгоритм итерационного расчета

Предлагаемый алгоритм итерационного расчета основан на интегральном представлении амплитуды поля при острой фокусировке Ричардса-Вулфа [34]. Ниже приведены основные шаги на каждой итерации.

На первой итерации векторное поле на входе фокусирующей системы задается (в том числе случайно) для каждого компонента электрической составляющей светового поля в виде:

$$\mathbf{G}^{(1)}(\theta, \phi) = \begin{pmatrix} G_x^{(1)}(\theta, \phi) \\ G_y^{(1)}(\theta, \phi) \\ G_z^{(1)}(\theta, \phi) \end{pmatrix} = G_x^{(1)}(\theta, \phi)\mathbf{e}_x + G_y^{(1)}(\theta, \phi)\mathbf{e}_y + G_z^{(1)}(\theta, \phi)\mathbf{e}_z \quad (1)$$

где (θ, ϕ) - сферические угловые координаты на входе фокусирующей системы, $G_{x,y,z}^{(1)}(\theta, \phi)$ - соответствующие скалярные компоненты векторного поля.

Также поле (1) может быть представлено в системе цилиндрических компонентов:

$$\mathbf{G}(\theta, \phi) = \begin{pmatrix} G_r(\theta, \phi) \\ G_\phi(\theta, \phi) \\ G_z(\theta, \phi) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_x(\theta, \phi)\cos\phi + G_y(\theta, \phi)\sin\phi \\ G_x(\theta, \phi)\sin\phi - G_y(\theta, \phi)\cos\phi \\ G_z(\theta, \phi) \end{pmatrix} \quad (2)$$

Как правило, на входе фокусирующей системы z -компонента полагается равной нулю.

Шаг 1. Вычисление поля в плоскости фокуса (прямое интегральное преобразование).

Векторное поле в плоскости фокуса вычисляется с помощью интеграла [34]:

$$\mathbf{E}^{(p)}(\rho, \varphi) = \begin{pmatrix} E_x^{(p)}(\rho, \varphi) \\ E_y^{(p)}(\rho, \varphi) \\ E_z^{(p)}(\rho, \varphi) \end{pmatrix} = -\frac{if}{\lambda} \int_0^\alpha \int_0^{2\pi} \mathbf{S}(\theta, \phi) \mathbf{G}^{(p)}(\theta, \phi) \times \\ \times \exp\{ik\rho \sin\theta \cos(\phi - \varphi)\} \sin\theta d\theta d\phi \quad (3)$$

где (ρ, φ) - полярные координаты в фокальной плоскости, $\mathbf{S}(\theta, \phi)$ - матрица поляризационного преобразования для декартовых компонентов:

$$\mathbf{S}(\theta, \phi) = T(\theta) \begin{bmatrix} 1 + \cos^2\phi(\cos\theta - 1) & \sin\phi\cos\phi(\cos\theta - 1) & \cos\phi\sin\theta \\ \sin\phi\cos\phi(\cos\theta - 1) & 1 + \sin^2\phi(\cos\theta - 1) & \sin\phi\sin\theta \\ -\sin\theta\cos\phi & -\sin\theta\sin\phi & \cos\theta \end{bmatrix} \quad (4)$$

где $T(\theta)$ - функция зрачка, связанная с геометрией фокусирующей системы (для апланатической системы $T(\theta) = \sqrt{\cos\theta}$), $\alpha = \arcsin(NA/n)$, NA - числовая апертура, n - показатель преломления среды, $k = 2\pi/\lambda$ - волновое число, λ - длина волны излучения, f - фокусное расстояние.

Цилиндрические компоненты поля (3) можно вычислить аналогично (2).

Шаг 2. Наложение условий в плоскости фокуса.

На этом шаге производится наложение заданных условий или замена полученных компонент на желаемые:

$$\hat{\mathbf{E}}^{(p)}(\rho, \varphi) = \Omega_0 [\mathbf{E}^{(p)}(\rho, \varphi)] \quad (5)$$

где $\Omega_0[\square]$ - набор условий, касающихся как амплитудно-фазового, так и поляризационного распределения. В частности, можно наложить условие обнуления определенных компонент или их максимизации, что будет соответствовать поляризационным преобразованиям. Можно наложить условие концентрации интенсивности в некоторой заданной области, в том числе с целью преодоления дифракционного предела.

Шаг 3. Вычисление поля на входе (обратное интегральное преобразование).

Для получения входного поля, соответствующего заданным в фокусе условиям, выполняется обратное интегральное преобразование. Чтобы соблюсти аналогию с (3), производится дополнительное преобразование полярных координат в фокальной плоскости в сферические:

$$\hat{\mathbf{G}}^{(p)}(\theta, \phi) = -\frac{if}{\lambda} \int_0^a \int_0^{2\pi} \mathbf{S}(\tau, \varphi) \hat{\mathbf{E}}^{(p)}(\tau, \varphi) \times \\ \times \exp\{ik \sin \tau \sin \theta \cos(\phi - \varphi)\} \sin \tau d\tau d\varphi \quad (6)$$

где (τ, φ) - сферические угловые координаты на выходе фокусирующей системы, $\mathbf{S}(\tau, \varphi)$ - поляризационная матрица, аналогичная (4).

Шаг 4. Наложение условий на входе.

На этом шаге производится наложение желаемых условий на входное векторное распределение:

$$\mathbf{G}^{(p+1)}(\theta, \phi) = \Omega_i [\hat{\mathbf{G}}^{(p)}(\theta, \phi)], \quad (7)$$

где $\Omega_i[\square]$ - набор условий, накладываемых на входное поле.

После этого происходит переход к шагу 1.

Остановка итерационного процесса происходит после выполнения заданного количества итераций. Причем векторные распределения полей на входе и выходе фокусирующей системы сохраняются на каждой итерации.

2. Результаты итерационного расчета

В данном разделе приведены результаты итерационного вычисления входного поля, позволяющего получить в фокусе оптической системы с высокой числовой апертурой $NA=0,99$ светового пятна меньше дифракционного предела, размер которого по уровню полуспада от максимума интенсивности (full width at half maximum, FWHM) равен $0,5\lambda$.

В расчетах условия на входе $\Omega_i[\square]$ включали в себя только присутствие поперечных компонентов, а условия в фокальной плоскости $\Omega_o[\square]$ содержали максимизацию продольной компоненты и концентрацию интенсивности внутри круга радиусом λ .

В качестве начального распределения были выбраны фазовые вихревые функции первого порядка $G_{x,y}^{(1)}(\theta, \phi) = \exp(i\phi)$ с равномерным амплитудным распределением.

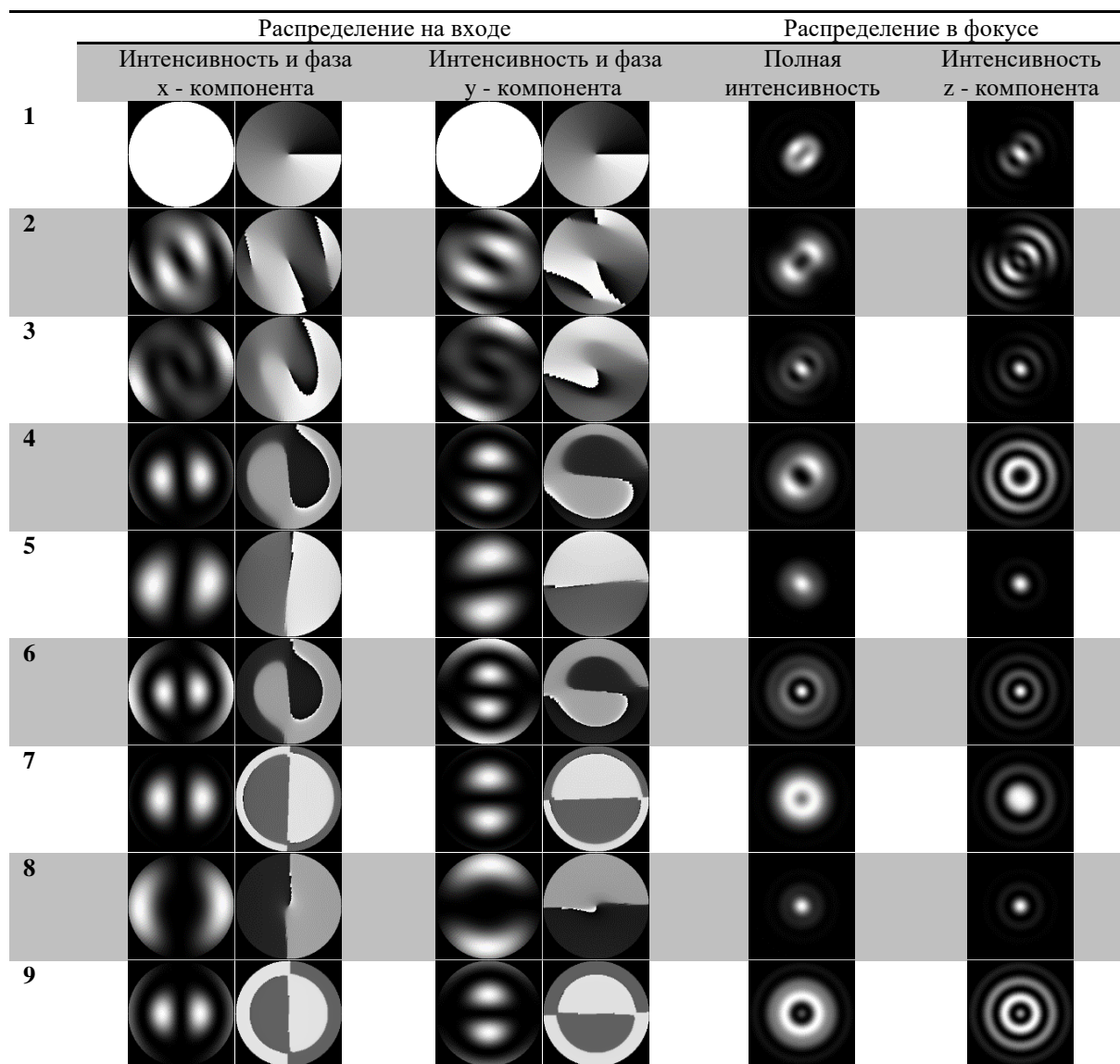
Как видно из приведенных в Табл. 1 результатов, в ходе итераций происходит преобразование как фазового, так и амплитудного распределения входного поля. Причем это преобразование происходит не плавно, а скачками, что и потребовало сохранения всех промежуточных итерационных результатов.

Наиболее компактное фокальное пятно было получено на 9-ой итерации. А именно, размер центрального фокального пятна для z-компонента $\text{FWHM}_z = 0,277\lambda$, что существенно меньше дифракционного предела. Однако такое уменьшение размера центрального пятна произошло ценой перераспределения части энергии в периферийные кольца. Такая ситуация является обычной при попытках преодолеть дифракционный предел в области распространяющихся волн [21, 22]. Заметим, что в результате влияния поперечных компонентов для полной интенсивности центральное пятно получилось немного большим - $\text{FWHM} = 0,284\lambda$. Вид входного поля на последней итерации по фазовому распределению соответствует радиальной поляризации, а по амплитуде напоминает моду Лагерра-Гаусса первого порядка. Именно такие распределения предлагалось использовать для уменьшения размера фокального пятна в некоторых работах [35, 36]. В данном случае оптимальная конфигурация была получена автоматически в результате итерационного процесса.

Используя описанный выше итерационный процесс можно получить входное поле, генерирующее наперед заданное распределение в фокальной области.

Заключение

Было показано, что используя итерационный подход к решению обратной задачи дифракции в условиях острой фокусировки, можно получить желаемые наперед заданные распределения произвольной формы. В частности, были получены распределения с размером центрального фокального пятна для z-компонента $\text{FWHM}_z = 0,277\lambda$. Это существенно меньше дифракционного предела. При этом размер центрального пятна для полной интенсивности составил $\text{FWHM} = 0,284\lambda$.

Табл. 1. Результаты при концентрации энергии в круге радиусом λ 

Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 16-07-00825).

Литература

1. Duan, K. A comparison of the vectorial nonparaxial approach with Fresnel and Fraunhofer approximations / K. Duan, B. Lu // *Optik*. – 2004. – Vol. 115, No. 5. – P. 218–222.
2. Wang, X. Numerical calculation of a converging vector electromagnetic wave diffracted by an aperture by using Borgnis potentials. I. General theory / X. Wang, Z. Fan and T. Tang // *J. Opt. Soc. Am. A*. – 2006. – Vol. 23, No. 4. – P. 872–877.
3. Балалаев, С.А. Реализация быстрого алгоритма преобразования Кирхгофа на примере бесселевых пучков / Балалаев С.А., Хонина С.Н. // *Компьютерная оптика*. – 2006. – Т. 30. – С. 69–73.
4. Shen, F. Fast-Fourier-transform based numerical integration method for the Rayleigh–Sommerfeld diffraction formula / F. Shen and A. Wang // *Applied Optics*. – 2006. – Vol. 45, No. 6. – P. 1102–1110.
5. Matsushima, K. Band-Limited Angular Spectrum Method for Numerical Simulation of Free-Space Propagation in Far and Near Fields / K. Matsushima, T. Shimobaba // *Optics Express*. – 2009. – Vol. 17, No. 22. – P. 19662–19673.

6. Хонина, С.Н. Распространение радиально-ограниченных вихревых пучков в ближней зоне: I. Алгоритмы расчёта / Хонина С.Н., Устинов А.В., Ковалев А.А., Волотовский С.Г. // Компьютерная оптика. – 2010. – Т. 34, № 3. – С. 317-332.
7. Хонина, С.Н. Минимизация светового и теневого фокального пятна с контролируемым ростом боковых лепестков в фокусирующих системах с высокой числовой апертурой / Хонина С.Н., Волотовский С.Г. // Компьютерная оптика. – 2011. – Т. 35, № 4. – С. 438-451.
8. Gerchberg, R.W. A practical algorithm for the determination of phase from image and diffraction plane pictures / R.W. Gerchberg, W.D. Saxton // *Optik* – 1972. – Vol. 35. – P. 237-246.
9. Fienup, J.R. Phase retrieval algorithms: a comparison / J. R. Fienup // *Appl. Opt.* – 1982. – Vol. 21, No. 15. – P. 2758-2769.
10. Khonina, S.N. Fast Hankel transform for focusator synthesis / Khonina S.N., Kotlyar V.V., Soifer V.A. // *Optik* – 1991. – Vol. 88, No. 4. – P. 182-184.
11. Bernhardt, M. Iterative techniques to integrate different optical functions in a diffractive phase element / M. Bernhardt, F. Wyrowski, O. Bryngdahl // *Appl. Opt.* – 1991. Vol. 30. – P. 4629-4635.
12. Yang, G.-Z. Iterative optimization approach for the design of diffractive phase elements simultaneously implementing several optical functions / G.-Z. Yang, B.-Y. Gu, X. Tan, M.-P. Chang, B.-Z. Dong, O. K. Ersoy // *J. Opt. Soc. Am. A* – 1994. – Vol. 11, No. 6.
13. Павельев, В.С. Быстрый итерационный расчет фазовых формирователей мод Гаусса-Лагерра / Павельев В.С., Хонина С.Н. // Компьютерная оптика – 1997. – Т. 17. – С. 15-20.
14. Методы компьютерной оптики / А.В. Волков, Д.Л. Головашкин, Л.Д. Досколович, Н.Л. Казанский, В.В. Котляр, В.С. Павельев, Р.В. Скиданов, В.А. Сойфер, В.С. Соловьев, Г.В. Успенцев, С.И. Харитонов, С.Н. Хонина; под ред. В.А. Сойфера. – Изд. 2-е, испр. – М.: Физматлит, 2003. – 688 с.
15. Мухаметгалеев, И.В. Итерационный алгоритм расчета изображений, обладающих бездифракционными свойствами, на основе выделения узкого спектрального кольца / Мухаметгалеев И.В., Хонина С.Н. // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета им. академика С.П. Королёва – 2010. – Т. 4, № 24. – С. 238-246.
16. Chew, W. C. Efficient computation of three-dimensional scattering of vector electromagnetic waves / W. C. Chew, C. C. Lu, Y. M. Wang // *J. Opt. Soc. Am. A* – 1994. – Vol. 11, No. 4. – P. 1528-1537.
17. Macias, D. Application of evolution strategies for the solution of an inverse problem in near-field optics / D. Macias, A. Vial, D. Barchiesi // *J. Opt. Soc. Am. A* – 2004. – Vol. 21, No. 8, – P. 1465-1471.
18. Kotlyar, V.V. Method for rapidly calculating the diffraction of laser radiation at microscopic objects / V.V. Kotlyar, R.V. Skidanov, A.G. Nalimov // *J. Opt. Technol.* – 2005. –Vol. 72, No. 5. – P. 400-405.
19. Levadoux, D.P. Stable integral equations for the iterative solution of electromagnetic scattering problems / D.P. Levadoux // *C. R. Physique* – 2006. – Vol. 7. – P. 518–532.
20. Jabbour, T.G. Vectorial beam shaping / T.G. Jabbour, S. M. Kuebler // *Opt. Express* – 2008. – Vol. 16. – P. 7203-7213.
21. Khonina, S.N. Minimizing the bright/shadow focal spot size with controlled side-lobe increase in high-numerical-aperture focusing systems / Khonina S.N., Volotovskiy S.G. // *Advances in Optical Technologies* (Hindawi Publishing Corporation) – 2013. – Vol. 2013. – Article ID 267684.
22. Богданова, Е.Ю. Непараксиальный итерационный расчёт дифракционных оптических элементов, фокусирующих в субволновое световое пятно / Богданова Е.Ю., Хонина С.Н. // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета им. академика С.П. Королёва – 2014. – Т. 3, № 45. – С. 122-129.
23. Turunen, J. *Diffractive Optics for Industrial and Commercial Applications* / J. Turunen, F. Wyrowski – Wiley-VCH, 1998. – 440p.
24. de Juana, D.M. Design of superresolving continuous phase filters / D.M. de Juana, J.E. Oti, V.F. Canales, M.P. Cagigal, // *Opt. Lett.* – 2003. – Vol. 28. – P. 607-609.
25. Pereira, S. F. Superresolution by means of polarization, phase and amplitude pupil masks / S. F. Pereira, A. S. van de Nes // *Opt. Commun.* – 2004. – Vol. 234. – P. 119-124.
26. Khonina, S. N. Vortex phase transmission function as a factor to reduce the focal spot of high-aperture focusing system / Khonina S. N., Kazanskiy N. L., Volotovskiy S. G // *Journal of Modern Optics* – 2011. – Vol. 58, No. 9. – P. 748-760.
27. Blanca, C.M. Axial superresolution with ultrahigh aperture lenses / C.M. Blanca, S.W. Hell // *Opt. Express* – 2002. – Vol. 10. – P. 893-898.
28. Jabbour, T. G. Axial field shaping under high-numerical aperture focusing / T. G. Jabbour, S. M. Kuebler // *Opt. Lett.* – 2007. – Vol. 32. –P. 527-529.
29. Khonina, S.N. Engineering the smallest 3D symmetrical bright and dark focal spots / Khonina S.N., Golub I. // *J. Opt. Soc. Am. A* – 2013. – Vol. 30, No. 10. – P. 2029-2033.
30. Wang, H. Creation of a needle of longitudinally polarized light in vacuum using binary optics / H. Wang, L. Shi, B. Lukyanchuk, C. Sheppard, C. T. Chong // *Nature Photonics* – 2008. – Vol. 2. – P. 501-505.
31. Хонина, С.Н. Высокоапертурные бинарные аксионы для формирования продольной компоненты электрического поля на оптической оси при линейной и круговой поляризации освещающего

- пучка / Хонина С.Н., Савельев Д.А. // Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики – 2013. – Т. 144, №4(10). – С. 718-726.
32. Chen, W. Three-dimensional focus shaping with cylindrical vector beams / W. Chen, Q. Zhan / Optics Communications – 2006. – Vol. 265. – P. 411-417.
 33. Фидирко, Н.С. Формирование трехмерных распределений интенсивности при дифракции лазерного излучения на кольцевых апертурах в условиях острой фокусировки / Фидирко Н.С., Хонина С.Н., // Известия Самарского научного центра РАН – 2014. – Т.16, № 6. – С. 19-25.
 34. Richards, B. Electromagnetic diffraction in optical systems II. Structure of the image field in an aplanatic system / B. Richards, E. Wolf // Proc. Roy. Soc. A – 1959. – Vol. 253. – P. 358-379.
 35. Kozawa, Y. Sharper focal spot formed by higher-order radially polarized laser beams / Y. Kozawa, S. Sato // J. Opt. Soc. Am. A – 2007. – Vol. 24. – P. 1793–1798.
 36. Khonina, S.N. Strengthening the longitudinal component of the sharply focused electric field by means of higher-order laser beams / Khonina S.N., Alferov S.V., Karpeev S.V. // Optics Letters – 2013. – Vol. 38, No. 17. – P. 3223-3226.