

Математическая модель характеристик конвективно-неустойчивой атмосферы с учетом микрофизических процессов в облаках

И.Е. Кузнецов¹, О.В. Страшко¹, В.В. Дорофеев¹, Д.В. Гоцев¹

¹ ФГК ВОУ ВО "Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил "Военно-воздушная академия им. профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина" Министерства обороны Российской Федерации, Старых Большевиков 54А, Воронеж, Россия, 394064

Аннотация. Предлагается математическая модель характеристик конвективно-неустойчивой атмосферы с учетом взаимосвязи термодинамических и микрофизических процессов, протекающих в облаках, позволяющая прогнозировать возникновение опасных явлений погоды.

1. Введение

Известно, что развитие опасных явлений погоды происходит в среде, характеристики которой испытывают большую изменчивость под влиянием различных условий. Одним из важных факторов, влияющих на динамику режима конвективно-неустойчивой атмосферы, является запас энергии неустойчивости в пограничном слое. Лабораторные исследования показывают [1], что взаимодействие конвективных и турбулентных потоков в этом слое приводит к сильной изменчивости полей метеовеличин. При зарождении конвекции турбулентность способствует ее развитию (вызывает рост градиента температуры в устойчивых слоях, порождает спонтанную конвекцию). Но с ростом турбулентности усиливается обмен с окружающим воздухом, ослабляется корреляция вертикальных скоростей с флуктуациями температуры, подавляя этим конвективный перенос тепла. С одной стороны эти факторы оказывают существенное влияние на формирование метеорологических полей, с другой – труднопрогнозируемы.

Для их учета в настоящее время широко применяются различные математические модели [2, 9, 11], возможности которых как эффективного инструмента исследования метеорологических процессов в последние годы существенно расширились. Это связано как с развитием теории физики атмосферы, так и с совершенствованием вычислительной математики [3, 9, 11]. Вместе с тем, в существующих моделях не в полной мере учтены процессы, связанные с реализацией запасов энергии неустойчивости в пограничном слое атмосферы и влияющие на динамику изменчивости метеополей. Для получения информации о энергетических запасах конвективно-неустойчивой атмосферы используют два классических метода – метод частицы и метод слоя. Модели конвекции, лежащие в основе этих методов, позволяют получить характеристики атмосферы: значения энергии неустойчивости атмосферы, вертикальное распределение скоростей восходящих потоков, определить высоту нижней и верхней границы конвективного облака. Необходимо отметить, что каждый из этих методов может применяться (с

определенной степень приближения) для расчета параметров конвекции в период ее максимального развития при различных конвективных процессах. Так, если метод слоя применим для оценки параметров конвекции при внутримассовых процессах, то метод частицы позволяет описывать адиабатические процессы в центральной части мощных кучево-дождевых облаков, где эффекта вовлечения окружающего воздуха не наблюдается.

Расчитанные на основе адиабатических моделей конвекции параметры конвективно-неустойчивой атмосферы неплохо согласуются с их экстремальными значениями, полученными экспериментальным путем. Однако для текущего прогнозирования характеристик атмосферы они малопригодны. В силу этого в работе предлагается математическая модель атмосферы, основанная на неадиабатическом подходе к описанию конвекции, наиболее полно учитывающем термический, электрический и динамический режим атмосферного воздуха, участвующего в облакообразовании.

Целью работы явилось повышение эффективности прогнозирования характеристик конвективно-неустойчивой атмосферы путем разработки и применения математической модели, учитывающей взаимосвязь микрофизических, электрических и термодинамических процессов.

Предлагаемая комплексная модель построена путем функционального объединения ряда частных моделей: модели, учитывающей гидродинамические процессы; модели, учитывающей микрофизические процессы; модели, учитывающей электрические процессы.

2. Описание метода

Гидротермодинамический блок модели состоит из дифференциальных нелинейных уравнений движения, описывающего влажную конвекцию, силы плавучести с учетом коэффициента вовлечения.

Микрофизический блок описывает процессы взаимодействия частиц в поле силы тяжести, их перенос воздушными потоками, а также коагуляцию облачных частиц под влиянием электрического поля облака. Электрический блок учитывает влияние электрического поля на эффективность столкновения заряженных капель. Степень данной зависимости определяется размерами частиц, знаком и величиной их зарядов. Кроме эффекта поляризации капель, электрическое поле вызывает изменение скорости движения заряженных частиц, если их размеры достаточно малы. Чем меньше относительные скорости движения капель, тем больше импульс электрических сил. Поэтому электрические поля оказывают значительное влияние на протекающие процессы [1, 10]. Взаимосвязь и взаимообусловленность данных уравнений дает возможность оценить энергетические запасы облачной атмосферы.

В формализованном виде эта модель может быть представлена с помощью системы уравнения движения (1) [2], в терминах функции Экснера, линеаризованного по термодинамическим переменным и учитывающие, адвективный и турбулентный перенос субстанций, силы плавучести, трения и барических градиентов:

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} = -\theta_{\phi} \cdot \nabla \pi' + \bar{n}_z g \left(\frac{\theta'}{\theta} - s' \right) + [\vec{V} \times \vec{f}] + \frac{1}{\rho} \Delta' \vec{V} \quad (1)$$

уравнения неразрывности для глубокой конвекции с учетом гидростатической сжимаемости воздуха (2) [3]:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = \sigma w, \sigma = -\frac{d}{dz} \left[\ln \rho_{\phi cs}(z) \right] \cong 10^{-4} \text{ км}^{-1}, \rho_{\phi cs}(z) = \rho_0 \left(\frac{T_0}{T_0 - \gamma_z} \right)^{\left(\frac{g}{R_c j} - 1 \right)} \quad (2)$$

уравнений термодинамики с учетом выделяемого тепла фазовых переходов воды (3-4) [4]:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla) \theta = \frac{1}{\rho C_p} \left[L_c M_c + L_s \sum_s M_s + L_f M_f \right] + \Delta' \theta, \theta = T \left(\frac{1000}{P} \right)^{0.288} \quad (3)$$

$$\frac{\partial s}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla) s = -M_c - M_s + \Delta' s, \quad (4)$$

уравнений микрофизики (5) [5]:

$$\frac{dm}{dt} = 4\pi\rho r^2 \frac{dr}{dt}, \frac{dr_g}{d\tau} = D \frac{\rho_{\text{ex}}}{\rho_g} \frac{1}{r_g} \frac{\mu}{M} \frac{E_g}{P} (f-1), \frac{dr_l}{d\tau} = D \frac{\rho_{\text{ex}}}{\rho_l} \frac{1}{r_l} \frac{\mu}{M} \frac{E_g}{P} (f - \frac{E_l}{E_g}) \quad (5)$$

уравнения, учитывающего электрические процессы в атмосфере [6, 1

$$E(r^*, r) = \frac{1}{r^{*2}} \left[\frac{45 \cdot (\varepsilon - 1) \cdot q^2}{16\rho g \cdot (\varepsilon + 2) \cdot (r^{*2}/r^2 - 1)} \right]^{\frac{2}{5}}, \quad (6)$$

где $q = K \cdot r^2$, $(\vec{V} \cdot \nabla) = u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} + w \frac{\partial}{\partial z}$, $\Delta' = \frac{\partial}{\partial x} K \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} K \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} K \frac{\partial}{\partial z}$, $\pi = C_p \left(\frac{P}{P_0} \right)^\xi$, P_0 – произвольное значение фонового давления (для удобства расчетов $P_0 = 1000$ гПа), $\xi = \frac{R_c}{C_p}$,

(R_c и C_p – удельные газовая постоянная и теплоемкость при постоянном давлении сухого воздуха), \vec{n}_z – орт оси z , $\vec{V} = \{u, v, w\}$ – вектор скорости, $u(\vec{r})$, $\theta(\vec{r})$, $w(\vec{r})$ – компоненты вектора скорости воздушных потоков в облаке; $[\vec{V} \times \vec{f}]$ – параметр, учитывающий угловую скорость вращения Земли; $\theta(\vec{r})$ – потенциальная температура; $\pi(\vec{r}) = C_p \bar{\theta} (p(x, y, z)/1000)^{R/C_p}$ – безразмерное давление; $\bar{\theta}$ – средняя потенциальная температура; $s(\vec{r})$ – удельная влажность воздуха; $Q_s(\vec{r})$ – суммарное отношение смеси жидкой и твердой фаз в облаке; $\sigma(z)$ – параметр, учитывающий изменение плотности воздуха с высотой; $P(\vec{r})$ и $T(\vec{r})$ – соответственно давление и температура; L_c, L_s, L_f – соответственно удельная теплота конденсации, сублимации и замерзания; $\pi'(\vec{r}), \theta'(\vec{r}), s'(\vec{r})$ – отклонения безразмерного давления, потенциальной температуры и удельной влажности от их фоновых значений в окружающей атмосфере $\pi_\phi(\vec{r}), \theta_\phi(\vec{r})$ и $s_\phi(\vec{r})$; M_k, M_s – изменения удельной влажности за счет диффузии пара на капли и кристаллы; M_f – масса капельной воды, замерзающей в единицу времени в единице объема воздуха; $K(\vec{r})$ – коэффициент турбулентной диффузии, r – радиус облачных частиц; r^* – начальный радиус облачных частиц; q – заряд аэрозольной частицы, $E(r^*, r)$ – коэффициент коагуляции, g, ε – физические константы. При этом начальные и граничные условия имеют вид:

$$\begin{aligned} \theta(x, y, z, 0) &= \theta_{t_0}(x, y, z), s(x, y, z, 0) = s_{t_0}(x, y, z), \varphi(x, y, z, 0) = \varphi_{t_0}(x, y, z), \\ \theta(0, y, z, t) &= \theta_{x_0}(y, z, t), \theta(x, 0, z, t) = \theta_{y_0}(x, z, t), \theta(x, y, 0, t) = \theta_{z_0}(x, y, t), \\ s(0, y, z, t) &= s_{x_0}(y, z, t), s(x, 0, z, t) = s_{y_0}(x, z, t), s(x, y, 0, t) = s_{z_0}(x, y, t), \\ \varphi(0, y, z, t) &= \varphi_{x_0}(y, z, t), \varphi(x, 0, z, t) = \varphi_{y_0}(x, z, t), \varphi(x, y, 0, t) = \varphi_{z_0}(x, y, t), \\ \varphi(L_x, y, z, t) &= \varphi_{x_L}(y, z, t), \varphi(x, L_y, z, t) = \varphi_{y_L}(x, z, t), \varphi(x, y, L_z, t) = \varphi_{z_L}(x, y, t), \end{aligned} \quad (7)$$

где $\varphi = \{u, v, w\}$.

Таким образом, состояние атмосферы будет описываться совокупностью протекающих в ней процессов, формализованных выражениями (1)-(6), а соответствующая априорная информация позволит получить прогностические характеристики параметров атмосферы.

При реализации математической модели конвективно-неустойчивой атмосферы были использованы метод расщепления Марчука [7] и конечно-разностная схема решения дифференциальных уравнений. Решение системы дифференциальных уравнений во временной

области было осуществлено в три этапа на каждом временном срезе.

На первом этапе во временной области $\left[t; t + \frac{2}{5} \Delta t \right]$ решались уравнения:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial u}{\partial t} + C_x^u \left(u - \frac{\partial K}{\partial x} \right) \frac{\partial u}{\partial x} + C_y^u \left(v - \frac{\partial K}{\partial y} \right) \frac{\partial u}{\partial y} + C_z^u \left(w - \frac{\partial K}{\partial z} \right) \frac{\partial u}{\partial z} &= 0, \\
 \frac{\partial v}{\partial t} + C_x^v \left(u - \frac{\partial K}{\partial x} \right) \frac{\partial v}{\partial x} + C_y^v \left(v - \frac{\partial K}{\partial y} \right) \frac{\partial v}{\partial y} + C_z^v \left(w - \frac{\partial K}{\partial z} \right) \frac{\partial v}{\partial z} &= 0, \\
 \frac{\partial w}{\partial t} + C_x^w \left(u - \frac{\partial K}{\partial x} \right) \frac{\partial w}{\partial x} + C_y^w \left(v - \frac{\partial K}{\partial y} \right) \frac{\partial w}{\partial y} + C_z^w \left(w - \frac{\partial K}{\partial z} \right) \frac{\partial w}{\partial z} &= 0, \\
 \frac{\partial T}{\partial t} + C_x^T \left(u - \frac{\partial K}{\partial x} \right) \frac{\partial T}{\partial x} + C_y^T \left(v - \frac{\partial K}{\partial y} \right) \frac{\partial T}{\partial y} + C_z^T \left(w - \frac{\partial K}{\partial z} \right) \frac{\partial T}{\partial z} &= 0, \\
 \frac{\partial s}{\partial t} + C_x^s \left(u - \frac{\partial K}{\partial x} \right) \frac{\partial s}{\partial x} + C_y^s \left(v - \frac{\partial K}{\partial y} \right) \frac{\partial s}{\partial y} + C_z^s \left(w - \frac{\partial K}{\partial z} \right) \frac{\partial s}{\partial z} &= 0, \\
 \frac{\partial f_1}{\partial t} + C_x^{f_1} \left(u - \frac{\partial K}{\partial x} \right) \frac{\partial f_1}{\partial x} + C_y^{f_1} \left(v - \frac{\partial K}{\partial y} \right) \frac{\partial f_1}{\partial y} + C_z^{f_1} \left(w - \frac{\partial K}{\partial z} \right) \frac{\partial f_1}{\partial z} &= 0, \\
 \frac{\partial f_2}{\partial t} + C_x^{f_2} \left(u - \frac{\partial K}{\partial x} \right) \frac{\partial f_2}{\partial x} + C_y^{f_2} \left(v - \frac{\partial K}{\partial y} \right) \frac{\partial f_2}{\partial y} + C_z^{f_2} \left(w - \frac{\partial K}{\partial z} \right) \frac{\partial f_2}{\partial z} &= 0,
 \end{aligned} \tag{8}$$

где $C_{x,y,z}^{u,v,\dots,f_1,f_2}$ – подбираемые эмпирические константы, учитывающие размерность вычисляемых характеристик при массопереносе.

На втором этапе во временной области $\left[t + \frac{2}{5} \Delta t; t + \frac{3}{5} \Delta t \right]$ учитывалось взаимное влияние влажности и температуры на образуемые в атмосфере частицы льда и воды. Это описывалось следующими уравнениями:

$$\begin{aligned}
 \phi_{i,j,k}^{t+2/5} = h_t \left[C_x^\phi \left(\frac{K_{i+1,j,k}^t - K_{i,j,k}^t}{h_x} - u_{i,j,k}^t \right) \frac{\phi_{i+1,j,k}^t - \phi_{i,j,k}^t}{h_x} + C_y^\phi \left(\frac{K_{i,j+1,k}^t - K_{i,j,k}^t}{h_y} - v_{i,j,k}^t \right) \frac{\phi_{i,j+1,k}^t - \phi_{i,j,k}^t}{h_y} \right. \\
 \left. + C_z^\phi \left(\frac{K_{i,j,k+1}^t - K_{i,j,k}^t}{h_z} - w_{i,j,k}^t \right) \frac{\phi_{i,j,k+1}^t - \phi_{i,j,k}^t}{h_z} \right]
 \end{aligned} \tag{9}$$

$$\frac{\partial r_w}{\partial t} = D \frac{r_{o\text{возд.}}}{r_{ow}} \frac{\mu E_w}{r_w p M} (f - 1), \quad \frac{\partial r_i}{\partial t} = D \frac{r_{o\text{возд.}}}{r_{oi}} \frac{\mu E_w}{r_i p M} \left(f - \frac{E_i}{E_w} \right), \quad f = \frac{sp}{0,622 E_w}, \tag{10}$$

$$\frac{\partial M_k}{\partial t} = 4\pi r_w^2 \frac{\partial r_w}{\partial t}, \quad \frac{\partial M_c}{\partial t} = 4\pi r_i^2 \frac{\partial r_i}{\partial t}, \tag{11}$$

$$\frac{\partial s_k}{\partial t} = \frac{\partial M_k}{\partial t} \frac{R_c T}{pV_{\text{эл.}} - 0,608 R_c \frac{\partial M_k}{\partial t}}, \quad \frac{\partial s_c}{\partial t} = \frac{\partial M_c}{\partial t} \frac{R_c T}{pV_{\text{эл.}} - 0,608 R_c \frac{\partial M_c}{\partial t}}, \tag{12}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{L_k}{C_p} \frac{\partial s_k}{\partial t} - \frac{L_c}{C_p} \frac{\partial s_c}{\partial t}, \quad \frac{\partial s}{\partial t} = -\frac{\partial s_k}{\partial t} - \frac{\partial s_c}{\partial t}, \tag{13}$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial t} = -C_{f_1} \frac{\partial M_k}{\partial t}, \quad \frac{\partial f_2}{\partial t} = -C_{f_2} \frac{\partial M_c}{\partial t}, \tag{14}$$

где C_{f_1}, C_{f_2} – коэффициенты масштабирования для пересчета скорости изменения масс частиц льда и воды в вероятности f_1, f_2 ; $V_{эл}$ – элементарный бесконечно малый объем пространства, в котором пересчитывается удельная влажность s .

На третьем этапе во временной области $\left[t + \frac{3}{5} \Delta t; t + \Delta t \right]$ пересчитывались скорости воздушных масс:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = lv, \quad \frac{\partial v}{\partial t} = lu, \quad \frac{\partial w}{\partial z} = g \left(\frac{T - T_\phi}{T_\phi} + 0,61(s - s_\phi) - Q_s \right) \quad (15)$$

По итогам расчетов вычислялись значения водности W и ледности:

$$W = \int_0^\infty m f_1 dm, \quad I = \int_0^\infty m f_2 dm \quad (16)$$

Для решения описанных уравнений использовалась такая конечно-разностная схема, которая максимально упростила алгоритм вычисления характеристик:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\phi_{x,y,z}^{t+\Delta t} - \phi_{x,y,z}^t}{\Delta t}, \quad \frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\phi_{x+\Delta x,y,z}^t - \phi_{x,y,z}^t}{\Delta x}, \quad \frac{\partial \phi}{\partial y} = \frac{\phi_{x,y+\Delta y,z}^t - \phi_{x,y,z}^t}{\Delta y}, \quad \frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{\phi_{x,y,z+\Delta z}^t - \phi_{x,y,z}^t}{\Delta z}, \quad (17)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = \frac{\phi_{x+2\Delta x,y,z}^t - 2\phi_{x+\Delta x,y,z}^t + \phi_{x,y,z}^t}{\Delta x^2}, \quad \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = \frac{\phi_{x,y+2\Delta y,z}^t - 2\phi_{x,y+\Delta y,z}^t + \phi_{x,y,z}^t}{\Delta y^2}, \quad (18)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = \frac{\phi_{x,y,z+2\Delta z}^t - 2\phi_{x,y,z+\Delta z}^t + \phi_{x,y,z}^t}{\Delta z^2},$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y} = \frac{\phi_{x+\Delta x,y+\Delta y,z}^t - \phi_{x,y+\Delta y,z}^t - \phi_{x+\Delta x,y,z}^t + \phi_{x,y,z}^t}{\Delta x \Delta y}, \quad \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial z} = \frac{\phi_{x+\Delta x,y,z+\Delta z}^t - \phi_{x,y,z+\Delta z}^t - \phi_{x+\Delta x,y,z}^t + \phi_{x,y,z}^t}{\Delta x \Delta z},$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial y \partial z} = \frac{\phi_{x,y+\Delta y,z+\Delta z}^t - \phi_{x,y+\Delta y,z}^t - \phi_{x,y,z+\Delta z}^t + \phi_{x,y,z}^t}{\Delta y \Delta z}, \quad (19)$$

$$\frac{\partial F}{\partial m} = \frac{F_{x,y,z}^{t,m+\Delta m} - F_{x,y,z}^{t,m}}{\Delta m}, \quad (20)$$

где $\phi = \{u, v, w, s, T, f_1, f_2\}$, $F = \{f_1, f_2\}$. На основании описанных схем было получено следующее решение системы уравнений для первого этапа расщепления:

$$u_{i,j,k}^{t+2/5} = \frac{2h_x}{5} \left[C_x^\phi \left(\frac{K_{i+1,j,k}^t - K_{i,j,k}^t}{h_x} - u_{i,j,k}^t \right) \frac{\phi_{i+1,j,k}^t - \phi_{i,j,k}^t}{h_x} + C_y^\phi \left(\frac{K_{i,j+1,k}^t - K_{i,j,k}^t}{h_y} - v_{i,j,k}^t \right) \frac{\phi_{i,j+1,k}^t - \phi_{i,j,k}^t}{h_y} \right. \\ \left. + C_z^\phi \left(\frac{K_{i,j,k+1}^t - K_{i,j,k}^t}{h_z} - w_{i,j,k}^t \right) \frac{\phi_{i,j,k+1}^t - \phi_{i,j,k}^t}{h_z} \right] + \phi_{i,j,k}^t, \quad (21)$$

где $\phi = \{u, v, w, s, T, f_1, f_2\}$.

Для второго этапа – следующее конечно-разностное решение:

$$r_{w_{i,j,k}}^{t+1} = h_i D \frac{r_{овозд.}}{r_{ов}} \frac{\mu E_w}{r_{w_{i,j,k}}^t pM} (f_{i,j,k}^t - 1) + r_{w_{i,j,k}}^t, \quad r_{i,j,k}^{t+1} = h_i D \frac{r_{овозд.}}{r_{oi}} \frac{\mu E_w}{r_{i,j,k}^t pM} \left(f_{i,j,k}^t - \frac{E_i}{E_w} \right) + r_{i,j,k}^t, \quad (22)$$

$$f_{i,j,k}^t = \frac{s_{i,j,k}^t P}{0,622 E_w}, \quad (23)$$

$$M_{k_{i,j,k}}^{t+1} = 4h_t \pi \left(r_{w_{i,j,k}}^t \right)^2 \frac{r_{w_{i,j,k}}^{t+1} - r_{w_{i,j,k}}^t}{h_t} + M_{k_{i,j,k}}^t, \quad M_{c_{i,j,k}}^{t+1} = 4h_t \pi \left(r_{i,j,k}^t \right)^2 \frac{r_{i,j,k}^{t+1} - r_{i,j,k}^t}{h_t} + M_{c_{i,j,k}}^t \quad (24)$$

$$s_{k_{i,j,k}}^{t+1} = \frac{3h_t}{5} \frac{M_{k_{i,j,k}}^{t+1} - M_{k_{i,j,k}}^t}{h_t} - \frac{R_c T_{i,j,k}^t}{pV_{эл.} - 0,608R_c} \frac{M_{k_{i,j,k}}^{t+1} - M_{k_{i,j,k}}^t}{h_t} + s_{k_{i,j,k}}^{t+2/5},$$

$$s_{c_{i,j,k}}^{t+1} = \frac{3h_t}{5} \frac{M_{c_{i,j,k}}^{t+1} - M_{c_{i,j,k}}^t}{h_t} - \frac{R_c T_{i,j,k}^t}{pV_{эл.} - 0,608R_c} \frac{M_{c_{i,j,k}}^{t+1} - M_{c_{i,j,k}}^t}{h_t} + s_{c_{i,j,k}}^{t+2/5}, \quad (25)$$

$$T_{i,j,k}^{t+1} = T_{i,j,k}^{t+2/5} - \frac{3h_t}{5} \left(\frac{L_k}{C_p} \frac{s_{k_{i,j,k}}^{t+1} - s_{k_{i,j,k}}^t}{h_t} + \frac{L_c}{C_p} \frac{s_{c_{i,j,k}}^{t+1} - s_{c_{i,j,k}}^t}{h_t} \right), \quad (26)$$

$$s_{i,j,k}^{t+1} = \left(-\frac{s_{k_{i,j,k}}^{t+1} - s_{k_{i,j,k}}^t}{h_t} - \frac{s_{c_{i,j,k}}^{t+1} - s_{c_{i,j,k}}^t}{h_t} \right) \frac{3h_t}{5} + s_{i,j,k}^{t+2/5}, \quad (27)$$

$$f_{1_{x,y,z}}^{t+1,m} = -\frac{3h_t}{5} C_{f_1} \frac{M_{k_{i,j,k}}^{t+1} - M_{k_{i,j,k}}^t}{h_t} + f_{1_{x,y,z}}^{t+2/5,m}, \quad f_{2_{x,y,z}}^{t+1,m} = -\frac{3h_t}{5} C_{f_2} \frac{M_{c_{i,j,k}}^{t+1} - M_{c_{i,j,k}}^t}{h_t} + f_{2_{x,y,z}}^{t+2/5,m} \quad (28)$$

Для третьего этапа – следующее конечно-разностное решение:

$$u_{i,j,k}^{t+1} = \frac{3h_t}{5} l v_{i,j,k}^t + u_{i,j,k}^{t+2/5}, \quad v_{i,j,k}^{t+1} = \frac{3h_t}{5} l u_{i,j,k}^t + v_{i,j,k}^{t+2/5}, \quad (29)$$

$$w_{i,j,k}^{t+1} = \frac{3h_t}{5} g \left[\frac{T_{i,j,k}^t - T_{\Phi_{i,j,k}}}{T_{\Phi_{i,j,k}}} + 0,61 \left(s_{i,j,k}^t - s_{\Phi_{i,j,k}} \right) - Q_s \right] + w_{i,j,k}^{t+2/5} \quad (30)$$

Алгоритм вычисления водности и ледности представлен формулами:

$$W_{i,j,k}^t = \sum_{i_m=0}^{\infty} i_m h_m f_{1_{i,j,k}}^{t,i_m} h_m, \quad (31)$$

$$I_{i,j,k}^t = \sum_{i_m=0}^{\infty} i_m h_m f_{2_{i,j,k}}^{t,i_m} h_m. \quad (32)$$

Сложность расчетов по полученным формулам привела к необходимости использования специального программного обеспечения, в качестве которого в работе использовался аппарат Matlab. Его применение позволило избежать значительных вычислительных трудностей, уменьшить ошибку расчета и провести визуализацию полученных данных.

Для оценки работоспособности модели в работе были рассчитаны проекции вектора скорости воздушного потока на оси декартовой системы координат. При этом начальные условия варьировались следующим образом:

$$u_1(\vec{r}) = 10(\text{мс}^{-1}), \quad v_1(\vec{r}) = 0(\text{мс}^{-1}), \quad w_1(\vec{r}) = 0(\text{мс}^{-1}), \quad u_2(\vec{r}) = 0(\text{мс}^{-1}), \quad v_2(\vec{r}) = 10(\text{мс}^{-1}),$$

$$w_2(\vec{r}) = 0(\text{мс}^{-1}), \quad u_3(\vec{r}) = 10(\text{мс}^{-1}), \quad v_3(\vec{r}) = 0(\text{мс}^{-1}), \quad w_3(\vec{r}) = 0(\text{мс}^{-1})$$

Полученное поле вертикальных пульсаций потоков воздуха представлено на рисунке 1 и рисунке 2 при условии штилевой атмосферы.

Анализ результатов моделирования позволяет заключить, что наиболее сильные пульсации скорости воздушных потоков возникают при зарождении атмосферной конвекции в нижней четверти облака. Эти зоны формируются мезомасштабно и оказывают существенное влияние

на поля метеовеличин в околооблачном пространстве. Положительные пульсации наблюдаются в центральной части облака. В верхней четверти облака величины положительных пульсаций скорости, занимают меньшие объемы, чем в нижних. Полученные параметры воздушных потоков достаточно хорошо согласуются с экспериментальными наблюдениями, проведенными в ФГБУ «ЦАО» в условиях конвективно-неустойчивой атмосферы [8].

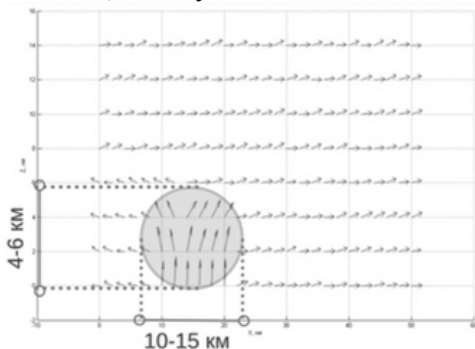


Рисунок 1. Поле скоростей воздушных потоков в момент зарождения конвекции.

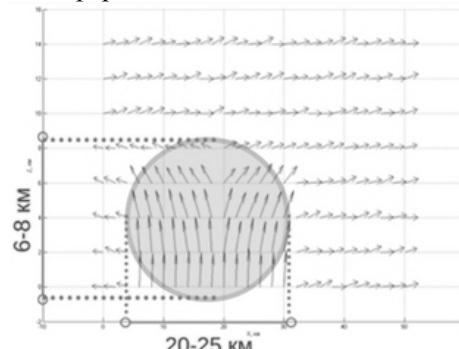


Рисунок 2. Поле скоростей воздушных потоков через 15 минут после возникновения конвекции.

Дальнейшие исследования были проведены с учетом различной энергии неустойчивости атмосферы. Полученные результаты представлены на рисунке 3 и рисунке 4.

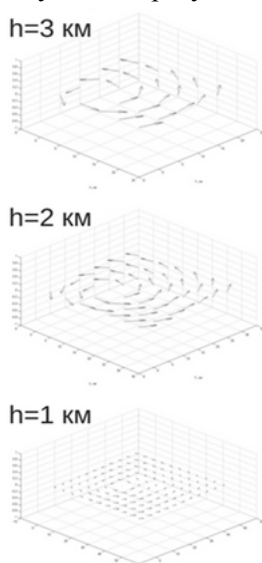


Рисунок 3. Поле скоростей воздушных потоков на высотах 1,2,3 км при различных значениях энергии неустойчивости атмосферы (E) при $E = 0-1, \text{кДж/кг}$.

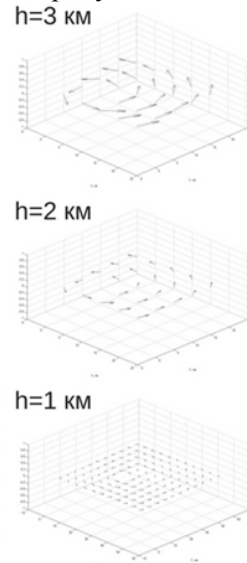


Рисунок 4. Поле скоростей воздушных потоков на высотах 1,2,3 км при различных значениях энергии неустойчивости атмосферы (E) при $E \geq 3, \text{кДж/кг}$.

Анализ модельных расчетов показал, что при зарождении конвективной облачности наблюдаются циклонические движения воздуха относительно оси облака. С увеличением энергии неустойчивости атмосферы скорость циклонической циркуляции увеличивается. При этом в движение вовлекаются окружающие облако слои атмосферы.

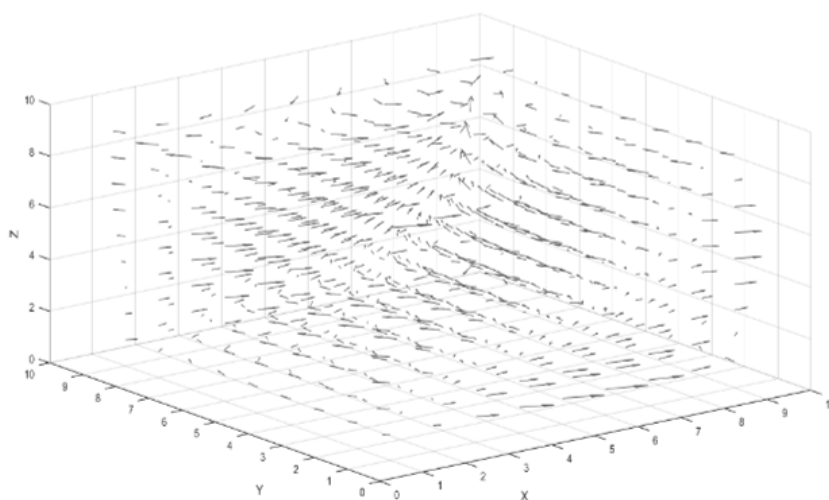


Рисунок 5. Поле скоростей потока в момент образования облака при условии штилевой атмосферы.

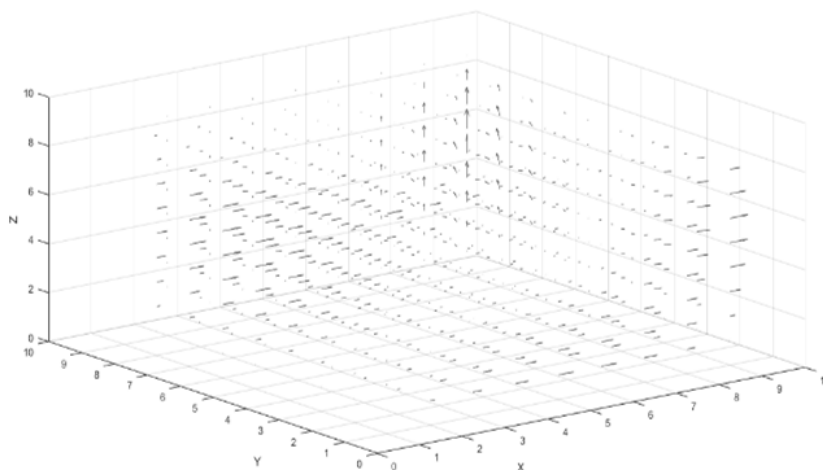


Рисунок 6. Поле скоростей потока в момент образования облака при наличии возмущений окружающего воздуха.

Оценка эффективности предлагаемой модели проводилась путем сравнения результатов моделирования с радиолокационными данными для территории Краснодарского края за летний период. Проведенные исследования позволяют заключить, что представленная модель удовлетворительно рассчитывает характеристики атмосферы в условиях ее конвективной неустойчивости. Среднестатистические значения скорости и направления ветра от измеренных отличаются на 10-15%.

Таким образом, построенная динамическая модель позволяет получить диагностическую и прогнозическую информацию о состоянии атмосферы в условиях конвективной неустойчивости. Применение в качестве начальных условий данных о фактическом состоянии метеопараметров, полученных с помощью средств дистанционного зондирования, позволит повысить эффективность получаемых результатов.

3. Литература

- [1] Корниенко, Е.Е. Результаты эксперимента по воздействию на кучево-дождевые облака с целью искусственного регулирования осадков // Труды УкрНИИ. – 1982. – Т. 187. – С. 3- 25.
- [2] Поташник, Э.Л. Математическое моделирование облачных процессов: учебное пособие / Э.Л. Поташник, А.Д. Кузнецов. – Санкт-Петербург: Издательство Российского гос. гидрометеорологического университета, 2010. – 444 с.

- [3] Шаповалов, В.А. Моделирование параметров облаков при глубокой конвекции / В.А. Шаповалов, К.А. Продан, И.Х. Машуков // Доклады Всероссийской конференции по физике облаков и активным воздействиям на гидрометеорологические процессы. – Нальчик, 2011. – С. 100-108.
- [4] Коган, Е.Л. Численное моделирование облаков / Е.Л. Коган, И.П. Мазин, Б.Н. Сергеев, В.И. Хворостьянов. – М.: Гидрометеиздат, 1984. – 186 с.
- [5] Роджерс, Р.Р. Краткий курс физики облаков / под ред. И.П. Мазина. – Ленинград.: Гидрометеиздат, 1979. – 231 с.
- [6] Матвеев, Л.Т. Физика атмосферы / под ред. В.Г. Морачевского. – СПб.: Гидрометеиздат, 2000. – 779 с.
- [7] Марчук, Г.И. Методы вычислительной математики. – М.: Издательство Наука, 1977. – 352 с.
- [8] Sitnikov, N.M. Unmanned aerial vehicles (UAV) in atmospheric research and satellite validation / N.M. Sitnikov, Y.A. Borisov, D.V. Akmulin, I.I. Chekulaev, D.I. Efremov, V.I. Sitnikova, A.E. Ulanovsky, O.B. Popovicheva // International conference COSPAR. – Moscow: International conference COSPAR, 2014. – P. 12-20.
- [9] Semenov, M.E. Heat removing under hypersonic conditions / M.E. Semenov, V.A. Nesterov, I.E. Kuznetsov, A.M. Solovyov, P.A. Meleshenko // Matec Web of Conference. – 2016. – Vol. 83. – P. 07004(1)-07004(4).
- [10] Kuznetsov, I.E. On the interaction of electromagnetic waves with charged aerosol particles in atmosphere / I.E. Kuznetsov, M.E. Semenov, O.I. Kanishcheva, P.A. Meleshenko // Progress in Electromagnetic Research Symposium (PIERS) // Shanghai, China, 2016. – P. 3542-3545, DOI: 10.1109/PIERS.2016.7735367.
- [11] Nguyen, H.T.T. Klinskikh Fresh look at Lorenz-like system / H.T.T. Nguyen, P.A. Meleshenko, M.E. Semenov, I.E. Kuznetsov, V.A. Gorlov // Progress in Electromagnetic Research Symposium (PIERS) // Shanghai, China, 2016. – P. 2255-2259. DOI: 10.1109/PIERS.2016.7734922.

The mathematical model of characteristics of the convective unstable atmosphere taking into account microphysical processes in clouds

I.E. Kuznetsov¹, O.V. Strashko¹, V.V. Dorofeev¹, D.V. Gotsev¹

¹Military Educational and Scientific Center of the Air Force «N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin Air Force Academy», Starykh Bolshevikov Street 54A, Voronezh, Russia, 394064

Abstract. The new approach to obtaining diagnostic and prognostic information on characteristics of the atmosphere in the conditions of its convective instability based on mathematical model operation of the processes proceeding in conditions a cloud - and sludge formations and influencing dynamics of variability of meteorological fields is offered. Its application ensures increase in effectiveness and safety of functioning of organizational and technical systems.

Keywords: The energy state of the atmosphere, the coefficient of turbulent diffusion, hydrodynamic characteristics, splitting method, diagnostic and prognostic weather information, unmanned aerial vehicle.