

Математическая модель устойчивости крепи вертикального шахтного ствола для обеспечения экологической безопасности выработки

Д.В. Гоцев¹, Г.В. Зибров¹, И.Е. Кузнецов¹, В.П. Закушилов¹

¹Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил "Военно-воздушная академия им. проф. Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина" Министерства обороны РФ, Старых Большевиков 54А, Воронеж, Россия, 394064

Аннотация. Получены аналитические зависимости, моделирующие напряженно-деформированное состояние крепи вертикального шахтного ствола для материалов с пористой структурой, сжатый скелет которой обладает одновременно упругими и пластическими свойствами. В рамках точных трехмерных уравнений устойчивости исследована пространственная устойчивость основного состояния рассматриваемой цилиндрической крепи горной выработки. Реализация предлагаемых моделей обеспечивает повышение эффективности и экологической безопасности шахтных работ.

1. Введение

На сегодняшний день остаются актуальными вопросы строительства и охраны подземных сооружений различного назначения. При этом возникает необходимость решения ряда сопутствующих задач таких, как охрана окружающей среды от загрязнения, различные аспекты вопросов сейсмобезопасности и сейсморазведки [1, 11, 12]. Эти задачи, как правило, решаются путем создания крепей подземных сооружений. Крепь является сложной инженерной конструкцией, требующей для возведения значительных временных и финансовых затрат. Основным экономическим фактором при возведении крепи являются ее конструктивные размеры. При этом в некоторых случаях, например при проходке выработок в устойчивых породах, крепь можно рассматривать только лишь как оболочку, защищающую ствол от разрушения [1]. В других случаях, когда подземное строительство происходит на больших глубинах, в сложных горно-геологических условиях (многолетняя мерзлота, высокая сейсмичность, неотектонические явления и т.п.), в слабых, неустойчивых породах, крепь необходимо моделировать как грузонесущую конструкцию [1, 5]. При нарушении условия благоприятного сочетания глубины и прочности материалов, обеспечение устойчивости выработок и их крепей, приобретает черты сложной инженерной и научной проблемы [2-4].

Целью расчета подземных конструкций является определение напряженно-деформированных состояний элементов этих сооружений и установлении условий их прочности и устойчивости. В соответствии с результатами расчета выбираются рациональные конструкции крепей и оптимальные размеры их сечений, обеспечивающих надежную работу сооружений при минимальных затратах.

Для решения всех этих вопросов необходимы представления о разрушении и устойчивости крепей подземных сооружений.

Разрушение крепи подземной конструкции может произойти в результате следующих двух ситуаций:

- 1) достижение напряженно-деформированным состоянием пределов прочности;
- 2) достижение напряженно-деформированным состоянием (НДС) критических значений, соответствующих потере устойчивости (отказу) крепи.

Решение первой задачи основано на сравнении найденного (в аналитическом или численном виде) НДС с пределами прочности материалов. Во втором случае начальным этапом решения задачи устойчивости является нахождение в аналитическом виде основного НДС конструкции.

Характерной особенностью крепей подземных конструкций, находящихся на больших глубинах, является наличие зоны неупругих деформаций, образующейся между упруго деформированной частью крепи и ее внутренним контуром. Поэтому при моделировании потери устойчивости крепей должны использоваться модели, учитывающие одновременно упругие и пластические свойства материалов, а так же их внутреннюю структуру.

2. Докритическое НДС крепи вертикального шахтного ствола с учетом начальной пористости и упруго-пластических свойств полностью сжатой матрицы

Деформирование пористого материала, характеризуемого параметром ε_0 , определяемым величиной удельного объема пор разделим на два взаимосвязанных этапа [7]. Первый – упругое деформирование пористой среды, второй – неупругое деформирование полностью сжатой матрицы, обладающей упрочняющимися упругопластическими свойствами. Для первого этапа зависимость между напряжениями и деформациями выберем в виде закона Гука для сжимаемого тела

$$\sigma_j^\beta = \begin{cases} \lambda_1 \varepsilon_\alpha^e g_j^\beta + 2\mu_1 \varepsilon_j^\beta, \\ -\varepsilon_\alpha^e < \varepsilon_0, \end{cases} \quad (1)$$

где $\sigma_j^\beta, \varepsilon_j^\beta, g_j^\beta$ смешанные компоненты тензоров напряжений, упругих деформаций и метрического тензора соответственно, λ_1, μ_1 - константы Ламе для сжимаемого тела.

На этапе деформирования материала с полностью сжатой матрицей связь между напряжениями и упругими деформации выберем в виде закона Гука для несжимаемого тела [8]

$$S_j^\beta = \begin{cases} 2(\mu_0 + \mu_1) \varepsilon_j^\beta - 2\mu_0 \left(\varepsilon_j^\beta \right)_0 + \frac{2}{3} \mu_1 \varepsilon_0 g_j^\beta, \\ -\varepsilon_\alpha^e = \varepsilon_0, \end{cases} \quad (2)$$

где S_j^β - компоненты тензора девиатора напряжений; $\left(\varepsilon_j^\beta \right)_0$ - упругие деформации, образовавшиеся в теле на момент полного сжатия пор, то есть при выполнении второго условия (2); $\mu_0 + \mu_1$ - модуль сдвига несжимаемого тела с полностью сжатым скелетом.

В зоне неупругого деформирования (ЗНД) материала с полностью сжатой матрицей примем модель несжимаемого упрочняющегося упругопластического тела [9] с функцией нагружения

$$F = \left(S_j^\beta - c \varepsilon_j^\beta \right) \left(S_\beta^j - c \varepsilon_\beta^j \right) - k^2, \quad (3)$$

где c и k коэффициент упрочнения и предел текучести материала соответственно, ε_j^p - компоненты тензора пластических деформаций.

ВЗНД полная деформация состоит из упругой и пластической составляющих и определяется равенством

$$\varepsilon_j^\beta = \varepsilon_j^e + \varepsilon_j^p, \tag{4}$$

при этом пластическая и упругая составляющие удовлетворяют условиям несжимаемости

$$\varepsilon_{nn}^p = 0, \quad \varepsilon_{nn}^e = -\varepsilon_0. \tag{5}$$

Здесь в (2), (4), (5) и далее индексы « p » и « e » вверху величин обозначают их принадлежность соответственно к пластической и упругой областям деформирования сжатого скелета.

Ниже рассмотрим задачу определения основного НДС крепи вертикального шахтного ствола. Крепь вертикальной выработки будем моделировать цилиндрическим телом с внешним радиусом b и внутренним – a (рисунок 1). Давление горного массива на крепь заменим сжимающей нагрузкой интенсивностью q_b равномерно распределенной по внешней поверхности. Сжимающая нагрузка интенсивностью q_a равномерно распределенная по внутренней поверхности моделирует собой давление жидкости или газа на крепь.

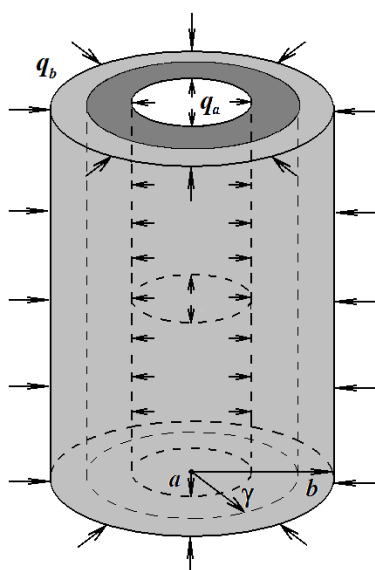


Рисунок 1. Круговая цилиндрическая крепь вертикального шахтного ствола под действием радиального сжатия.

Вследствие того, что рассматриваемый участок крепи достаточно удален как от дневной поверхности, так и от дна выработки при определении НДС не учитываются соответствующие краевые эффекты.

Осесимметричное НДС круговой цилиндрической крепи вертикального шахтного ствола в рамках плоского деформированного состояния в цилиндрической системе координат (r, θ, z) будем моделировать следующими соотношениями геометрически линейной теории

- уравнение равновесия

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0; \tag{6}$$

- соотношения Коши

$$\varepsilon_r = \frac{du}{dr}, \quad \varepsilon_\theta = \frac{u}{r}, \quad (7)$$

где u – радиальная составляющая вектора перемещений;

- граничные условия в напряжениях на внешней и внутренней поверхностях крепи

$$\sigma_r|_{r=b} = -q_b, \quad \sigma_r|_{r=a} = -q_a, \quad (q_a > 0, q_b > 0,). \quad (8)$$

Зависимости (1), (2) между напряжениями и деформациями при принятых допущениях переписутся соответственно в виде

$$\sigma_r = (\lambda_1 + 2\mu_1)\varepsilon_r + \lambda_1\varepsilon_\theta, \quad \sigma_\theta = \lambda_1\varepsilon_r + (\lambda_1 + 2\mu_1)\varepsilon_\theta, \quad \sigma_z = \lambda_1(\varepsilon_r + \varepsilon_\theta), \quad (9)$$

$$S_r = 2(\mu_0 + \mu_1)\varepsilon_r - 2\mu_0\varepsilon_{r0} + \frac{2}{3}\mu_1\varepsilon_\theta, \quad S_\theta = 2(\mu_0 + \mu_1)\varepsilon_\theta - 2\mu_0\varepsilon_{\theta0} + \frac{2}{3}\mu_1\varepsilon_r, \quad S_z = \frac{2}{3}\mu_1\varepsilon_0. \quad (10)$$

При этом условие полного сжатия имеет вид

$$\varepsilon_r^e + \varepsilon_\theta^e = -\varepsilon_0, \quad (11)$$

Для рассматриваемого осесимметричного случая плоской деформации соотношения (3)– (5) переписутся соответственно в формах

$$(S_r - c\varepsilon_r^p)^2 + (S_\theta - c\varepsilon_\theta^p)^2 + S_z^2 = 2k^2, \quad (12)$$

$$\varepsilon_r = \varepsilon_r^e + \varepsilon_r^p, \quad \varepsilon_\theta = \varepsilon_\theta^e + \varepsilon_\theta^p, \quad (13)$$

$$\varepsilon_r^e + \varepsilon_\theta^e = -\varepsilon_0, \quad \varepsilon_r^p + \varepsilon_\theta^p = 0. \quad (14)$$

Условия непрерывности перемещений и напряжений на границе γ раздела сред упругого и пластического деформирования полностью сжатого скелета имеют вид

$$(u^p - u^e)|_{r=\gamma} = 0, \quad (\sigma_r^p - \sigma_r^e)|_{r=\gamma} = 0, \quad (\sigma_\theta^p - \sigma_\theta^e)|_{r=\gamma} = 0. \quad (15)$$

Тогда, согласно (6) – (9) НДС цилиндрической крепи на этапе упругого деформирования материала с внутренней структурой, который реализуется при выполнении условия

$$q_b = \varepsilon_0(\lambda_1 + 1)(1 - a^2) + q_a \cdot f(\varepsilon_0)a^2, \quad (16)$$

определяется соотношениями

$$u = \frac{q_b - q_a a^2}{2(\lambda_1 + 1)(a^2 - 1)} \cdot r + \frac{(q_b - q_a)a^2}{2(a^2 - 1)} \cdot \frac{1}{r},$$

$$\varepsilon_r = \frac{q_b - q_a a^2}{2(\lambda_1 + 1)(a^2 - 1)} - \frac{(q_b - q_a)a^2}{2(a^2 - 1)} \cdot \frac{1}{r^2}, \quad \varepsilon_\theta = \frac{q_b - q_a a^2}{2(\lambda_1 + 1)(a^2 - 1)} + \frac{(q_b - q_a)a^2}{2(a^2 - 1)} \cdot \frac{1}{r^2},$$

$$\sigma_r = q_a \frac{a^2(r^2 - 1)}{r^2(1 - a^2)} + q_b \frac{(a^2 - r^2)}{r^2(1 - a^2)}, \quad \sigma_\theta = q_a \frac{a^2(r^2 + 1)}{r^2(1 - a^2)} - q_b \frac{r^2 + a^2}{r^2(1 - a^2)}, \quad \sigma_z = \frac{\lambda_1 \cdot (q_a a^2 - q_b)}{(\lambda_1 + 1)(1 - a^2)}. \quad (17)$$

В (16), (17) и далее все соотношения записаны в безразмерном виде, при этом все величины имеющие размерность длины отнесены к радиусу b , а имеющие размерность напряжений к величине μ_1 .

Из (17) при учете (11) получим, что НДС на момент полного закрытия пор, которое происходит под действием нагрузок удовлетворяющих условию

$$q_b = \varepsilon_0(\lambda_1 + 1)(1 - a^2) + q_a \cdot f(\varepsilon_0)a^2, \quad (18)$$

определится в виде

$$u_0 = -\frac{\varepsilon_0}{2} \cdot r + \frac{(q_a \cdot f(\varepsilon_0) - \varepsilon_0(\lambda_1 + 1)) \cdot a^2}{2} \cdot \frac{1}{r},$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{r0} &= -\frac{\varepsilon_0}{2} - \frac{(q_a \cdot f(\varepsilon_0) - \varepsilon_0(\lambda_1 + 1))a^2}{2r^2}, \quad \varepsilon_{\theta 0} = -\frac{\varepsilon_0}{2} + \frac{(q_a \cdot f(\varepsilon_0) - \varepsilon_0(\lambda_1 + 1))a^2}{2r^2}, \\ \sigma_{r0} &= -\varepsilon_0(\lambda_1 + 1) - \frac{(q_a \cdot f(\varepsilon_0) - \varepsilon_0(\lambda_1 + 1))a^2}{r^2}, \quad \sigma_{\theta 0} = -\varepsilon_0(\lambda_1 + 1) + \frac{(q_a \cdot f(\varepsilon_0) - \varepsilon_0(\lambda_1 + 1))a^2}{r^2}, \\ \sigma_{z0} &= -\lambda_1 \varepsilon_0, \end{aligned} \tag{19}$$

где $f(\varepsilon_0) = \begin{cases} 1, & \text{если } \varepsilon_0 \neq 0 \\ 0, & \text{если } \varepsilon_0 = 0 \end{cases}$, индекс «0» внизу компонент перемещений, напряжений и

деформаций, говорит о том, что данные величины вычислены на момент полного сжатия пор.

НДС крепи вертикальной выработки на этапе неупругого деформирования материала с полностью сжатой матрицей, который реализуется при выполнении условия

$$q_b > \varepsilon_0(\lambda_1 + 1)(1 - a^2) + q_a \cdot f(\varepsilon_0)a^2, \tag{20}$$

согласно (6) – (15), (19) определяется в виде

- в упругой области ($\gamma < r < 1$)

$$\sigma_r = \chi \gamma^2 \sqrt{k^2 - \frac{1}{3} \varepsilon_0^2} \left(1 - \frac{1}{r^2} \right) - q_b, \quad \sigma_\theta = \chi \gamma^2 \sqrt{k^2 - \frac{1}{3} \varepsilon_0^2} \left(1 + \frac{1}{r^2} \right) - q_b; \tag{21}$$

- в пластической области ($a < r < \gamma$)

$$\begin{aligned} \varepsilon_r^p &= -\varepsilon_\theta^p = \frac{\chi \sqrt{k^2 - \varepsilon_0^2/3}}{c + 2\mu} \left(1 - \frac{\gamma^2}{r^2} \right), \\ \sigma_r &= -q_a + \chi \sqrt{k^2 - \frac{1}{3} \varepsilon_0^2} \left(\frac{\gamma^2}{a^2} - \frac{\gamma^2}{r^2} + \frac{2\mu}{c + 2\mu} \left(1 - \frac{r^2}{a^2} + 2 \ln \frac{r}{a} \right) \right), \\ \sigma_\theta &= -q_a + \chi \sqrt{k^2 - \frac{1}{3} \varepsilon_0^2} \left(\frac{\gamma^2}{a^2} + \frac{\gamma^2}{r^2} + \frac{4\mu}{c + 2\mu} \left(\frac{1}{2} \left(3 - \frac{r^2}{a^2} \right) - \frac{\gamma^2}{r^2} + \ln \frac{r}{a} \right) \right). \end{aligned} \tag{22}$$

Перемещения и полные деформации в упругой и пластической областях определяются соотношениями

$$u = \frac{D}{r} - \frac{\varepsilon_0}{2} r, \quad \varepsilon_r = -\frac{D}{r^2} - \frac{\varepsilon_0}{2}, \quad \varepsilon_\theta = \frac{D}{r^2} - \frac{\varepsilon_0}{2}. \tag{23}$$

Здесь в (21) – (23)

$$D = \frac{\chi \gamma^2 \sqrt{k^2 - \varepsilon_0^2/3} + \mu_0 (q_a \cdot f(\varepsilon_0) - \varepsilon_0(\lambda_1 + 1))a^2}{2\mu}, \quad \chi = (q_a - q_b), \quad \mu = 1 + \mu_0.$$

Радиус γ раздела зон упругого и пластического деформирования определяется из решения уравнения

$$q_b - q_a + \chi \sqrt{k^2 - \frac{1}{3} \varepsilon_0^2} \left(\frac{\gamma^2}{a^2} - \gamma^2 + \frac{2\mu}{c + 2\mu} \left(1 - \frac{\gamma^2}{a^2} + 2 \ln \frac{\gamma}{a} \right) \right) = 0. \tag{24}$$

На рисунках представлены результаты численного эксперимента, проводимого в рамках полученных решений, описывающих НДС крепи вертикальной выработки на этапе неупругого деформирования материала.

На рисунке 2 и рисунке 3 кривые 1 соответствуют $k = 8.5 \cdot 10^{-3}$, кривые 2- $k = 0.01$, кривая 3- $k = 0.012$. На рисунке 4 и рисунке 5 кривые 1 соответствуют $\varepsilon_0 = 10^{-4}$, кривые 2- $\varepsilon_0 = 7 \cdot 10^{-3}$, кривая 3- $\varepsilon_0 = 0.01$. Относительные значения других геометрических и физико-

механических параметров, если не оговорено особо, брались следующими $a = 0,5, q_a = 0,001, q_b = 0,012, c = 0,005, \lambda_1 = 3, \mu_1 = 1, k = 0,01, \varepsilon_0 = 0,001, \mu = 2$.

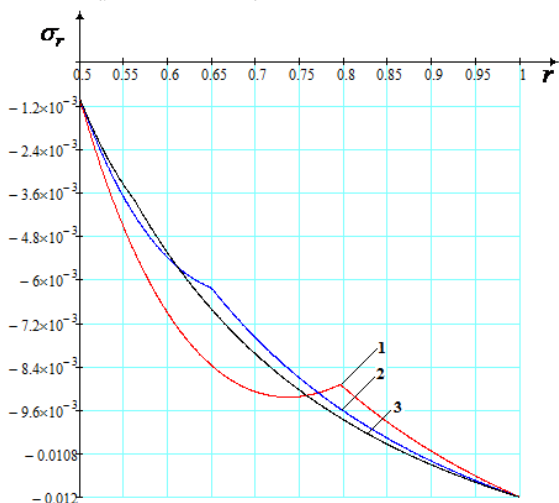


Рисунок 2. Диаграмма распределения компонент напряжений σ_r физико-механических параметров от координаты r .

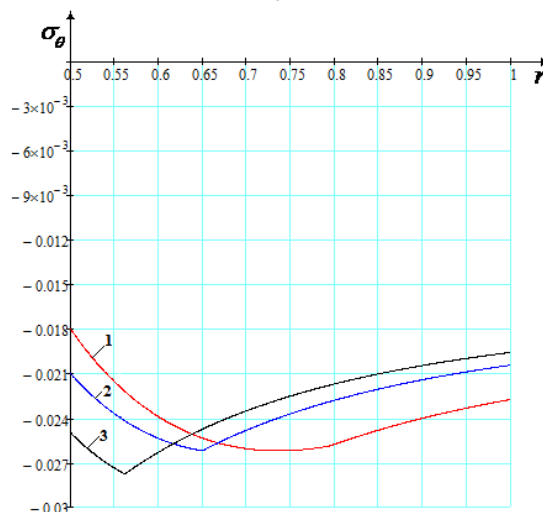


Рисунок 3. Диаграмма распределения компонент напряжений σ_θ физико-механических параметров от координаты r .

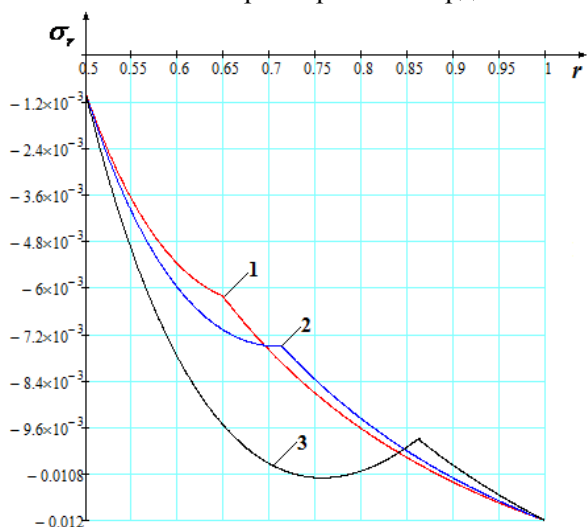


Рисунок 4. Диаграмма распределения компонент напряжений σ_r геометрических параметров от координаты r .

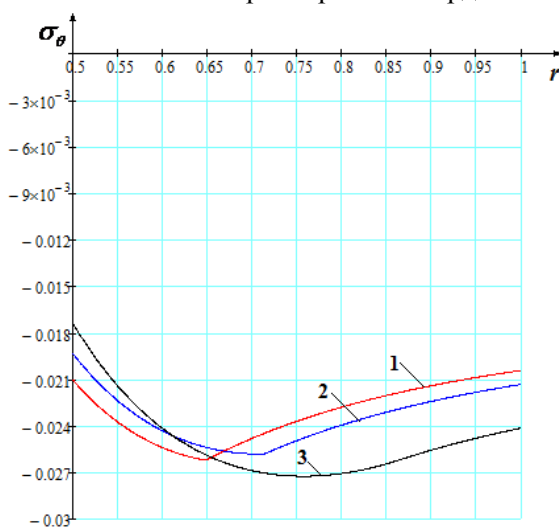


Рисунок 5. Диаграмма распределения компонент напряжений σ_θ геометрических параметров от координаты r .

3. Исследование пространственной формы потери устойчивости монолитной крепи вертикального шахтного ствола

Ниже решается пространственная задача устойчивости неоднородного упругопластического равновесия основного состояния (20)-(24) цилиндрической крепи вертикального шахтного ствола при принятии обобщенной концепции продолжающегося нагружения [6]. Возмущенное

состояние исследуемой конструкции описывается следующими соотношениями трехмерной линеаризированной теории устойчивости деформируемых тел:

- уравнения равновесия для областей пластического и упругого деформирования материала крепи с полностью сжатой матрицей

$$\nabla_i (\sigma_j^i + \sigma_\alpha^{0i} \nabla^\alpha u_j) = 0, \tag{25}$$

где ∇ - символ ковариантного дифференцирования, величины без индекса ноль вверху соответствуют компонентам возмущений, ноль вверху величин соответствует компонентам основного невозмущенного состояния, определенное соотношениями (20) – (24);

- граничные условия на внутренней и внешней поверхностях крепи

$$N_i \left(\sigma_j^i + \sigma_\alpha^{0i} \nabla^\alpha u_j \right) = 0, \tag{26}$$

где N_i - компоненты орта нормали к поверхности;

- условия сопряжения на границе γ раздела сред упругого и пластического деформирования

$$\left[N_i \left(\sigma_j^i + \sigma_\alpha^{0i} \nabla^\alpha u_j \right) \right] = 0, \quad [u_j] = 0, \tag{27}$$

где квадратные скобки обозначают разность соответствующих величин, принадлежащих упругой и пластической областям;

- связь между амплитудными значениями напряжений и перемещений для сжатого скелета, обладающего упругопластическими свойствами и свойством дальнейшей несжимаемости в пластической и упругой областях

$$\sigma_j^\beta = (x_{\beta\alpha} g^{\alpha\alpha} \nabla_\alpha u_\alpha + p) g_j^\beta + (1 - g_j^\beta) g^{\beta\beta} \mu (\nabla_\beta u_j + \nabla_j u_\beta), \quad \chi_{j,\beta}, \Sigma_\alpha, \tag{28}$$

где

$$x_{\beta\alpha} = 2\mu g_{\beta\alpha} - \nu f_{\alpha\alpha} f_{\beta\beta}, \quad f_{ij} = S_{ij}^{0p} - c \varepsilon_{ij}, \quad \nu = \begin{cases} \frac{4\mu^2}{k^2(2\mu+c)} & \text{- в пластической области,;} \\ 0 & \text{- в упругой области} \end{cases} \tag{29}$$

- условие несжимаемости

$$\nabla^\alpha u_\alpha = 0. \tag{30}$$

Таким образом, отказ монолитной крепи вертикального шахтного ствола в случае, когда имеется граница раздела областей упругого и пластического поведения материала моделируется замкнутой системой уравнений (25) – (30). Эта система является системой дифференциальных уравнений в частных производных относительно амплитудных значений вектора перемещений с координатами u, v, w и гидростатического давления p для пластической и упругой зон крепи. Нетривиальное решение этой задачи соответствует потери устойчивости основного состояния. Решение в каждой из зон упругого и пластического деформирования будем определять в виде двойных тригонометрических рядов

$$\begin{aligned} u &= \sum_n \sum_m A_{nm}(r) \cos(m\theta) \cos(nz), \quad v = \sum_n \sum_m B_{nm}(r) \sin(m\theta) \cos(nz), \\ w &= \sum_n \sum_m C_{nm}(r) \cos(m\theta) \sin(nz), \quad p = \sum_n \sum_m D_{nm}(r) \cos(m\theta) \cos(nz), \end{aligned} \tag{31}$$

где n, m – параметры волнообразования.

Поскольку система (25)-(30) представляет собой линейную однородную систему, то ее можно записать для каждого члена с одинаковыми значениями величин n, m , поэтому далее, не ограничивая общности, для упрощения записи индексы n и m писать не будем.

Подставляя возмущения (31) в краевую задачу (25)-(27) и учитывая (28)-(30) после ряда преобразований получим краевую задачу в терминах функций $A(r), B(r), D(r)$.

Найти точное аналитическое решение сформулированной краевой задачи не представляется возможным. Приближенное решение полученной задачи будем искать методом конечных разностей [10]. В результате получим бесконечную систему однородных алгебраических уравнений, линейных относительно параметров A_{nm}, B_{nm}, D_{nm} . При вычислении определителя наряду с нахождением основного напряженно-деформированного состояния для каждой из областей упругого и пластического деформирования крепи (20)-(23) необходимо учитывать уравнение, определяющее положение упруго пластической границы γ , целиком охватывающей внутренний контур крепи. Минимизация должна производиться по шагу разностной сетки, параметрам волнообразования по контуру m и образующей n , параметрам материала и конструкции λ_j . Таким образом, получаем задачу многомерной оптимизации величины q_a в зависимости от m, n при условии равенства нулю определителя полученной алгебраической системы.

Результаты численного эксперимента представлены на рисунке 6 и на рисунке 7.

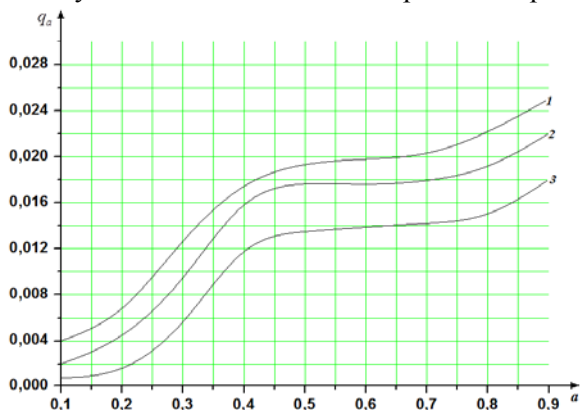


Рисунок 6. Результаты расчетов физико-механических параметров материала.

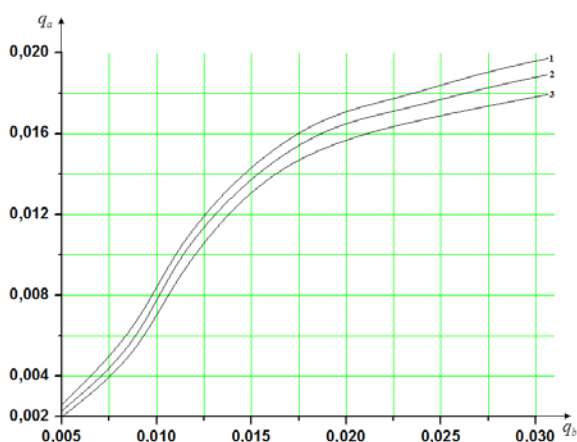


Рисунок 7. Результаты расчетов геометрических параметров материала.

На рисунке 6 представлена зависимость критической величины внутреннего давления q_a от относительного внутреннего радиуса a монолитной крепи при различных значениях коэффициента упрочнения материала крепи с полностью сжатой матрицей. При этом кривая 1 соответствует $c=0,01$, кривая 2 $-c=0,04$, кривая 3 $-c=0,08$. Относительная величина внешнего давления в этом случае принималась $q_b = 0,03$. На рисунке 7 показана зависимость критической величины внутренней нагрузки q_a от относительной величины горного давления

интенсивностью q_b при различных значениях внутреннего радиуса a монолитной крепи. При этом кривая 1 соответствует $a=0.6$, кривая 2 $-a=0.5$, кривая 3 $-a=0.4$.

Всем представленным зависимостям соответствуют значения параметров волнообразования $m=n=3$. Безразмерные значения других физико-механических и геометрических параметров, если не оговорено особо, брались следующими: $k=0,007$, $\lambda_1 = 2$, $\mu_1 = 1$, $\varepsilon_0 = 8 \cdot 10^{-4}$

Анализ численного расчета показал с ростом величины внешнего давления интенсивностью q_b на крепь область устойчивости уменьшается; потеря устойчивости круговой цилиндрической крепи вертикального шахтного ствола на большом удалении от дневной поверхности происходит по осесимметричной форме с образованием трех полуовал по контуру и образующей; значения внутреннего критического давления, соответствующие отказу рассматриваемой цилиндрической крепи, как при увеличении относительной толщины крепи, так и с ростом относительного коэффициента упрочнения s материала крепи с полностью сжатой матрицей уменьшаются (при этом область устойчивости расширяется).

4. Заключение

Результаты, изложенные в работе сводятся к следующему.

1. В рамках принятой модели выявлено влияние физико-механических параметров материала крепи (величины, определяемой удельным объемом пор, предела текучести, коэффициента упрочнения и др.), внешних нагрузок и геометрических параметров крепи на распределение полей напряжений и перемещений, а также на поведение радиуса упругопластической границы в рассматриваемой цилиндрической крепи.

2. На основе разработанной математической модели отказа крепи вертикального шахтного ствола проведен численный эксперимент, на основании которого сделаны следующие выводы:

- наличие поверхности раздела зон упругого и пластического деформирования в монолитной цилиндрической крепи вертикальной выработки может существенно влиять на ее устойчивость;

- знание основного (докритического) напряженно-деформированного состояния подкрепляющей конструкции не достаточно для предсказания надежности ее эксплуатации, т. к. на больших глубинах исчерпанию несущей способности предшествует потеря устойчивости основного состояния крепи;

- критическая величина внутреннего давления, соответствующего потери устойчивости монолитной цилиндрической крепи с круговой формой поперечного сечения существенно зависит как от физико-механических, так и геометрических параметров конструкции. При этом, как при увеличении коэффициента упрочнения s , так и с ростом предела текучести k материала крепи критическая величина внутреннего давления уменьшается, то есть область устойчивости расширяется;

- с ростом величины внешнего давления на крепь, который может наблюдаться, например, при увеличении глубины заложения выработки величина критического давления на внутренней поверхности крепи увеличивается;

- оптимальная толщина крепи вертикального шахтного ствола существенно зависит как от величины внешнего давления, определяемого давлением горного массива на крепь, так и от величины давления равномерно распределенного по внутренней поверхности крепи; при этом с ростом давления со стороны горного массива на крепь ее оптимальная толщина увеличивается, а при увеличении нагрузки на внутреннюю поверхность крепи оптимальная толщина последней может быть уменьшена.

5. Литература

[1] Цытович, Н.А. Механика грунтов / Н.А. Цытович. – М.: Высшая школа, 1983. – 320 с.

- [2] Гоцев, Д.В. Локальная неустойчивость горизонтальных выработок с многослойной крепью в упруго-пластических массивах / Д.В. Гоцев, А.Н. Спорыхин // Изв. РАН. МТТ. – 2004. – № 1. – С. 158-166.
- [3] Гоцев, Д.В. Локальная неустойчивость горизонтальных выработок многоугольной формы в упруго-вязко-пластических массивах / Д.В. Гоцев, И.А. Ененко, А.Н. Спорыхин // СО РАН. ПМТФ. – 2005. – Т. 46, №2. – С. 141-150.
- [4] Гоцев, Д.В. Локальная неустойчивость горизонтальных выработок эллиптической формы в упруго-вязко-пластических массивах / Д.В. Гоцев, И.А. Ененко, А.Н. Спорыхин // Изв. РАН. МТТ. – 2007. – №2. – С. 183-192.
- [5] Спорыхин, А.Н. Устойчивость равновесия пространственных тел и задачи механики горных пород / А.Н. Спорыхин, А.И. Шашкин. – М.: Физматлит, 2004. – 232 с.
- [6] Гузь, А.Н. Основы теории устойчивости горных выработок / А.Н. Гузь. – Киев: Наук. думка, 1977. – 204 с.
- [7] Садовская, О.В. Математическое моделирование в задачах механики сыпучих / О.В. Садовская, В.М. Садовский. – М.: Физматлит, 2008. – 368 с.
- [8] Гоцев, Д.В. Устойчивость монолитной крепи подземного нефтехранилища сферической формы с учетом начальной пористости материала / Д.В. Гоцев, А.Е. Бунтов // Вестник ЧГПУ им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. – 2014. – Т. 4, № 22. – С.114-123.
- [9] Ишлинский, А.Ю. Математическая теория пластичности / А.Ю. Ишлинский, Д.Д. Ивлев. – М.: Физматлит, 2001. – 701 с.
- [10] Гельфонд, А.О. Исчисление конечных разностей / А.О. Гельфонд. – Гостехиздат, 1962.
- [11] Kuznetsov, I.E. On the interaction of electromagnetic waves with charged aerosol particles in atmosphere / I.E. Kuznetsov, M.E. Semenov, O.I. Kanishcheva, P.A. Meleshenko // Progress in Electromagnetic Research Symposium (PIERS). – Shanghai, China, 2016. – P. 3542-3545. DOI: 10.1109/PIERS.2016.7735367.
- [12] Nguyen, H.T.T. Klinskikh Fresh look at Lorenz-like system / H.T.T. Nguyen, P.A. Meleshenko, M.E. Semenov, I.E. Kuznetsov, V.A. Gorlov // Progress in Electromagnetic Research Symposium (PIERS). – Shanghai, China, 2016. – P. 2255-2259, DOI: 10.1109/PIERS.2016.7734922.

Mathematical model of stability of a timbering of a vertical mine trunk for ensuring ecological safety of production

D.V. Gotsev¹, G.V. Zibrov¹, I.E. Kuznetsov¹, V.P. Zakusilov¹

¹Military Educational and Scientific Center of the Air Force «N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin Air Force Academy», Starykh Bolshevikov Street 54A, Voronezh, Russia, 394064

Abstract. The analytical dependences modeling the intense deformed condition of a timbering of a vertical mine trunk for materials with porous structure which compressed skeleton has at the same time elastic and plastic properties are received. Within the exact three-dimensional equations of stability spatial stability of the main condition of the considered cylindrical timbering of an excavation is investigated. Realization of the offered models provides increase in efficiency and ecological safety of mine works.

Keywords: Lining, materials with a porous structure, elastic and plastic properties, the stress-strain state, improving the efficiency of security, Mathematical model.