Математическая модель взаимодействия факельного разряда с пленочными элементами

Д.Н. Новомейский[1], М.Н. Пиганов[1]

[1]Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королева, Московское шоссе 34А, Самара, Россия, 443086

Аннотация. Описан процесс взаимодействия факельного разряда с резистивной пленкой, рассмотрено уравнение теплового баланса, на основе которого с учетом экспоненциальной зависимости электропроводности от температуры построена математическая модель взаимодействия факельного разряда с резистивной пленкой, также рассмотрен процесс повышения точности математической модели взаимодействия факельного разряда с резистивной пленкой.

1. Введение

Для обработки пленочных структур с целью изменения их геометрических или электрофизических характеристик широко используются различные виды разрядов [1, 2]. Например для подгонки тонко- и толстопленочных резисторов зарекомендовал себя высокочастотный факельный разряд (ВЧФР) [3, 4]. Такая подгонка резистивных элементов вносит малое возмущение в их параметры. Это связано с тем, что температура в канале ВЧФР не превышает 4500К. При взаимодействии ВЧФР с пленочным элементом локальный участок обработки будет представлять собой совокупность зон с различными фазовыми и переходными состояниями вещества резистивной пленки. Схематическое изображение этих зон с учетом [5] приведено на рисунке 1, где показано взаимодействие факела и пленки в определенный момент времени. Зона I представляет собой зону испаренного вещества пленки, а зона II — область интенсивного испарения. Данные участки различаются лишь концентрацией частиц испаряемого вещества. В зоне IV происходит плавление материала пленки, а область III представляет собой переходную зону от жидкой до газообразной фаз вещества, пленки, где происходит его дальнейшее нагревание. При этом, тепло, ушедшее в стенки, расходуется не только на плавление, но и отводится теплопроводностью вглубь материала пленки, поэтому для увеличения достоверности результатов учтём влияние теплопроводности металлической пленки в виде наличия зоны V, в которой происходит спад температуры от точки плавления до температуры окружающей среды в сторону периферийных участков пленки. Необходимо отметить, что границы зон показаны условно, характер их изменения с течением времени на рисунке также не отражен.

При составлении математической модели необходимо учесть свободную конвекцию вдоль оси разряда и излучение оболочки факела в окружающее пространство.

Математическая интерпретация теплового баланса должна учитывать тот факт, что часть энергии передается от ВЧФР через резистивную пленку подложке. Однако учет подложки сильно усложняет математическое исследование температурного поля, и получение аналитического решения становится весьма проблематичным. В связи с этим влияние подложки в математической модели не будет отражено.

При построении математической модели не будем учитывать уровень интегрального излучения, зависимость некоторых физико‒химических процессов от давления, а также пинч‒эффект (эффект самостоятельного разряда).

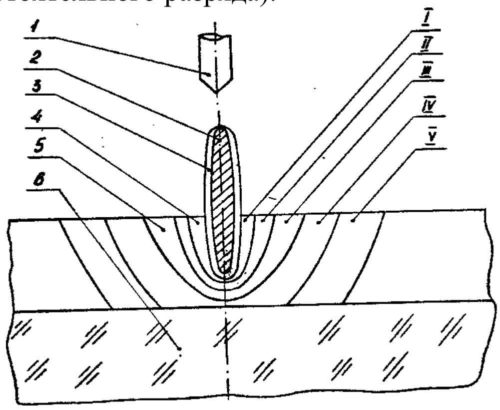

Рисунок 1. Схема взаимодействия факельного разряда с толстой резистивной пленкой: 1—электрод; 2–‒канал факела; 3—оболочка факела; 4—кратер; 5—пленка; 6— подложка; I—V — участки резистивной пленки в зоне взаимодействия [6, 7].

При построении модели будем использовать цилиндрическую систему координат с началом в точке пересечения оси факела с внешней плоской границей пленки. Ось Z совместим с осью ВЧФР, при этом за положительное направление оси выберем направление распространения разряда. Эта система координат удобна тем, что ни одна из физических характеристик в этом случае не зависит от угла Θ [6].

В общем случае уравнение теплового баланса имеет вид (для ВЧФР с учетом вышеуказанной системы координат в свободном пространстве):

$$div\left(\lambda_{\phi} gradT_Z\right) = \sigma \cdot E^2 - C_в \rho_в \left(V_Z \frac{\partial T_Z}{\partial Z} + V_r \frac{\partial T_Z}{\partial Z}\right), \quad (1)$$

где член $C_в \rho_в \tau \left(V_Z \frac{\partial T_Z}{\partial Z} + V_r \frac{\partial T_Z}{\partial Z}\right)$ учитывает свободную конвекцию вдоль оси разряда и ее радиальную составляющую.

Для случая взаимодействия ВЧФР с резистивной пленкой уравнение баланса будет иметь вид:

$$div\left(\lambda_{\phi} gradT_Z\right) = \sigma \cdot E^2 - C_в \rho_в \left(V_Z \frac{\partial T_Z}{\partial Z} + V_r \frac{\partial T_Z}{\partial Z}\right) - \sum_{i=1}^{6} P_i \,. \quad (2)$$

Здесь P_1 − мощность излучения оболочки факела в окружающую среду; P_2 – мощность, расходуемая на испарение вещества пленки; P_3 – мощность, расходуемая на нагрев в зонах I, II (рисунок 1) от T_n до T_u; P_4 – мощность, идущая на плавление материала резистивной пленки в зонах I‒IV; P_5− мощность, идущая на нагрев в зонах I‒IV от T_i до T_n; P_6− мощность, расходуемая на нагрев резистивной пленки в зоне V.

В связи с громоздкостью выражений, учитывающих химические и механические взаимодействия частиц на молекулярном уровне, исключим их из расчета, поскольку их удельный вес по сравнению с другими членами модели очень мал.

Левую часть уравнения (1) представим для нашего случая в виде:

$$div\left(\lambda_{\phi} gradT_Z\right) = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\lambda_{\phi}\frac{\partial T_Z}{\partial r}\right] + \frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda_{\phi}\frac{\partial T_Z}{\partial Z}\right), \quad (3)$$

или, с учетом [8, 9]:

$$div\left(\lambda_{\phi} gradT_Z\right) = \rho_в C_в V_Z \frac{\partial T_Z}{\partial Z} + \rho_в C_в V_Z \frac{\partial V_Z}{\partial Z}\left(\lambda_{\phi}\frac{\partial T_Z}{\partial Z}\right). \quad (4)$$

Пусть осевая составляющая скорости конвекционного потока есть величина постоянная. В этом случае $\frac{\partial V_Z}{\partial Z}=0$. Тогда левая часть уравнения (3) с учетом (4) примет вид:

$$div\left(\lambda_{\phi} gradT_Z\right)\tau=\rho_{в} C_{в} V_Z \tau \frac{\partial T_Z}{\partial Z}+\frac{\partial}{\partial Z}\left(\lambda_{\phi}\frac{\partial T_Z}{\partial Z}\right). \quad (5)$$

Нашей задачей является нахождение зависимости распределения T(z) вдоль оси канала, т.е. вдоль оси Z без учета радиальной составляющей.

С учетом экспоненциальной зависимости электропроводности от температуры нами ранее было получено следующее выражение математической модели [6]:

$$\frac{\partial}{\partial Z}\left(\lambda_{\phi}\frac{\partial T_Z}{\partial Z}\right)=aE^2e^{bT_Z}-2\rho_{в}C_{в}V_Z\frac{\partial T_Z}{\partial Z}-\varepsilon C_0\varphi S_{0\phi}10^{-8}\left(T_{\phi}^4-T_0^4\right)-$$
$$-\frac{\rho_R h S_u}{\tau_0}\left[L_u+C_{nR}(T_u-T_n)(1+k_{Hn})\right]-\left[L_n+C_R(T_n-T_0)\frac{\rho_R h S_u}{\tau_0}\times\right.$$
$$\times(1+k_{Hn}+k_n)+2\pi h T_0 ln\frac{4h}{R_u+R_n}\left[C_R\rho_R(R_H-R_n)\right]^2\times$$
$$\times\left[1-C_R\rho_R\frac{1}{\lambda_R}(R_H-R_n)ln\frac{4h}{R_u+R_n}\right]^{-1}. \quad (6)$$

Дифференциальное уравнение (6) аналитически в таком виде неразрешимо. Поэтому заменим выражение $aE^2e^{BT_z}$ бесконечным рядом:

$$aE^2e^{BT_z}=\sum_{i=0}^{\infty}aE^2\frac{(e^{BT_z})^n}{n!}=aE^2\left(1+\frac{BT_z}{1}+\frac{B^2{T_z}^2}{2}+\frac{B^3{T_z}^3}{6}+\ \ldots\right). \quad (7)$$

Для нахождения решения, более точно согласующегося с реальными результатами, необходимо в исходном дифференциальном уравнении учесть зависимость некоторых теплофизических параметров от T_Z (здесь T_Z – температура факела на острие электрода, т.е. при z=0) до Z. Если эти зависимости идентичны каким–либо рядам, то точность будет зависеть от количества взятых членов разложения.

Однако здесь следует подчеркнуть, что каждый новый член таких разложений, содержащий T_Z или z в явном, или, тем более, в неявном виде, резко усложняет решение, увеличивая громоздкость последнего порой в несколько раз.

Так, к примеру, учет в разложении $\sigma(T_Z)$ третьего члена вида $\frac{b^2}{2}T_Z^2$ увеличивает громоздкость примерно в четыре раза.

Решение дифференциального уравнения вида

$$\frac{\partial}{\partial Z}\left(\lambda_{\phi}\frac{\partial T_Z}{\partial Z}\right)=a\cdot E^2+abE^2T_Z+\frac{ab^2E^2}{2}T_Z^2-2C_{в}\rho_{в}V_Z\frac{\partial T_Z}{\partial Z}-G_0, \quad (8)$$

где

$$G_0=\varepsilon C_0\varphi S_{0\phi}10^{-8}\left(T_{\phi}^4-T_0^4\right)-$$
$$-\frac{\rho_R h S_u}{\tau_0}\left[L_u+C_{nR}(T_u-T_n)(1+k_{Hn})\right]+\left[L_n+C_R(T_n-T_0)\times\right.$$
$$\times(1+k_{Hn}+k_n)+2\pi h T_0 ln\frac{4h}{R_u+R_n}\left[C_R\rho_R(R_H-R_n)\right]^2\times$$
$$\times\left[1-C_R\rho_R\frac{1}{\lambda_R}(R_H-R_n)ln\frac{4h}{R_u+R_n}\right]^{-1}. \quad (9)$$

при учете трех членов будет иметь следующий вид:

$$T(z)=$$
$$=e^{z\sqrt[3]{-\left(\frac{2C_{в}\rho_{в}V_Z}{3\lambda_{\phi}}\right)^3-\frac{abC_{в}\rho_{в}V_ZE^2}{3{\lambda_{\phi}}^2}+\frac{ab^2E^2T_Z}{2\lambda_{\phi}}+\sqrt{-\left[\left(\frac{2C_{в}\rho_{в}V_Z}{3\lambda_{\phi}}\right)^2+\frac{abE^2}{3\lambda_{\phi}}\right]^3+\left[\left(\frac{2C_{в}\rho_{в}V_Z}{3\lambda_{\phi}}\right)^3+\frac{abC_{в}\rho_{в}V_Z}{3\lambda_{\phi}E^2}-\frac{ab^2E^2T_Z}{2\lambda_{\phi}}\right]^2\times}}}$$
$$e^{z\sqrt[3]{-\left(\frac{2C_{в}\rho_{в}V_Z}{3\lambda_{\phi}}\right)^3-\frac{abC_{в}\rho_{в}V_ZE^2}{3{\lambda_{\phi}}^2}+\frac{ab^2E^2T_Z}{2\lambda_{\phi}}-\sqrt{-\left[\left(\frac{2C_{в}\rho_{в}V_Z}{3\lambda_{\phi}}\right)^2+\frac{abE^2}{3\lambda_{\phi}}\right]^3+\left[\left(\frac{2C_{в}\rho_{в}V_Z}{3\lambda_{\phi}}\right)^3+\frac{abC_{в}\rho_{в}V_ZE^2}{3\lambda_{\phi}^2}-\frac{ab^2E^2T_Z}{2\lambda_{\phi}}\right]^2\times}}}$$
$$\times C_1e^{-\frac{2C_{в}\rho_{в}V_Z}{3\lambda_{\phi}}Z}+$$

$$e^{\frac{i\sqrt{3}-1}{2}Z\sqrt{-\left(\frac{2C_в\rho_в V_Z}{3\lambda_\phi}\right)^3-\frac{abC_в\rho_в V_Z E^2}{3\lambda_\phi{}^2}+\frac{ab^2E^2T_Z}{2\lambda_\phi}+\sqrt{-\left[\left(\frac{2C_в\rho_в V_Z}{3\lambda_\phi}\right)^2+\frac{abE^2}{3\lambda_\phi}\right]^3+[\left(\frac{2C_в\rho_в V_Z}{3\lambda_\phi}\right)^3+\frac{abC_в\rho_в V_Z E^2}{3\lambda_\phi^2}-\frac{ab^2E^2T_Z}{2\lambda_\phi}]^2}}}$$

$$\times e^{-\frac{i\sqrt{3}+1}{2}Z\sqrt{-\left(\frac{2C_в\rho_в V_Z}{3\lambda_\phi}\right)^3-\frac{abC_в\rho_в V_Z E^2}{3\lambda_\phi{}^2}+\frac{ab^2E^2T_Z}{2\lambda_\phi}-\sqrt{-\left[\left(\frac{2C_в\rho_в V_Z}{3\lambda_\phi}\right)^2+\frac{abE^2}{3\lambda_\phi}\right]^3+[\left(\frac{2C_в\rho_в V_Z}{3\lambda_\phi}\right)^3+\frac{abC_в\rho_в V_Z E^2}{3\lambda_\phi^2}-\frac{ab^2E^2T_Z}{2\lambda_\phi}]}}} \times$$

$$\times C_2 e^{-\frac{2C_в\rho_в V_Z}{3\lambda_\phi}Z} + C_3 e^{-\frac{2C_в\rho_в V_Z}{3\lambda_\phi}Z} \times$$

$$\times e^{-\frac{i\sqrt{3}+1}{2}Z\sqrt{-\left(\frac{2C_в\rho_в V_Z}{3\lambda_\phi}\right)^3-\frac{abC_в\rho_в V_Z E^2}{3\lambda_\phi{}^2}+\frac{ab^2E^2T_Z}{2\lambda_\phi}+\sqrt{-\left[\left(\frac{2C_в\rho_в V_Z}{3\lambda_\phi}\right)^2+\frac{abE^2}{3\lambda_\phi}\right]^3+[\left(\frac{2C_в\rho_в V_Z}{3\lambda_\phi}\right)^3+\frac{abC_в\rho_в V_Z E^2}{3\lambda_\phi^2}+\frac{ab^2E^2T_Z}{2\lambda_\phi}]^2}}} \times$$

$$\times e^{\frac{i\sqrt{3}-1}{2}Z\sqrt{-\left(\frac{2C_в\rho_в V_Z}{3\lambda_\phi}\right)^3-\frac{abC_в\rho_в V_Z E^2}{3\lambda_\phi{}^2}+\frac{ab^2E^2T_Z}{2\lambda_\phi}-\sqrt{-\left[\left(\frac{2C_в\rho_в V_Z}{3\lambda_\phi}\right)^2+\frac{abE^2}{3\lambda_\phi}\right]^3+[\left(\frac{2C_в\rho_в V_Z}{3\lambda_\phi}\right)^3+\frac{abC_в\rho_в V_Z E^2}{3\lambda_\phi^2}-\frac{ab^2E^2T_Z}{2\lambda_\phi}]^2}}} -$$

$$-\frac{1}{b}+\frac{1}{b}\sqrt{\begin{array}{c}1-\frac{2}{b^2}+\\ +\frac{2}{ab^2E^2}\left\{\begin{array}{c}\varepsilon C_0\varphi S_{0\phi}10^{-8}\left(T_\phi^4-T_0^4\right)-\frac{\rho_R h S_u}{\tau_0}[L_u+C_R(T_u-T_n)(1+k_{Hn})]\\ +[L_n+C_R(T_n-T_0)\times(1+k_{Hn}+k_n)+\\ +2\pi Z T_0 ln\frac{4Z}{R_u+R_n}[C_R\rho_R(R_H-R_n)]^2\times\\ \times[1-C_R\rho_R\frac{1}{\lambda_R}(R_H-R_n)ln\frac{4h}{R_u+R_n}]^{-1}\end{array}\right\}\end{array}}, \qquad (10)$$

где

$$T_Z=\left(\frac{T_\phi}{2}-\frac{C_в\rho_в V_Z}{\sqrt{(2C_в\rho_в V_Z)^2+4ab\lambda_\phi E^2}}\right)\left[\sqrt{\left(\frac{2C_в\rho_в V_Z}{\lambda_\phi}\right)^2+\frac{4abE^2}{\lambda_\phi}}-\frac{2C_в\rho_в V_Z}{\lambda_\phi}\right]\frac{1}{2}$$

$$\times e^{\frac{Z}{2}\left[\sqrt{\left(\frac{2C_в\rho_в V_Z}{\lambda_\phi}\right)^2+\frac{4abE^2}{\lambda_\phi}}-\frac{2C_в\rho_в V_Z}{\lambda_\phi}\right]}-e^{-\frac{Z}{2}\left[\sqrt{\left(\frac{2C_в\rho_в V_Z}{\lambda_\phi}\right)^2+\frac{4abE^2}{\lambda_\phi}}-\frac{2C_в\rho_в V_Z}{\lambda_\phi}\right]}\times$$

$$\times\frac{1}{2}\left(\frac{T_\phi}{2}+\frac{C_в\rho_в V_Z}{\sqrt{(2C_в\rho_в V_Z)^2+4ab\lambda_\phi E^2}}\right)\left[\sqrt{\left(\frac{2C_в\rho_в V_Z}{\lambda_\phi}\right)^2+\frac{4abE^2}{\lambda_\phi}}-\frac{2C_в\rho_в V_Z}{\lambda_\phi}\right]. \qquad (11)$$

3. Заключение

Рассмотрен процесс взаимодействия высокочастотного факельного разряда с тонко- и толстопленочными элементами микросборок. Дано описание уравнения теплового баланса на границе раздела пленка-электрод. Получено выражение математической модели в виде распределения температуры факела по оси разряда для случая экспоненциальной зависимости электропроводности от температуры и без учета радиального распределения температуры. Рассмотрена возможность повышения точности модели при приемлемых значениях трудоемкости расчета. Получено соответствующее решение дифференциального уравнения.

4. Литература

[1] Тихомиров, И.А. Электродинамика высокочастотного факельного разряда / И.А. Тихомиров, В.А. Власов, Ю.Ю. Луценко, А.А. Зорин // Известия Томского политехнического университета. – 2003. – Т. 306, № 1. – С. 21-29.

[2] Власов, В.А. Определение электрических характеристик высокочастотного факельного разряда / В.А. Власов, Ю.Ю. Луценко, И.А. Тихомиров // Теплофизика и аэромеханика. – 2008. – Т. 15, № 1. – С. 131-137.
[3] Качанов, А.В. Электродинамическая модель высокочастотного факельного разряда / А.В. Качанов, Е.С. Трехов // ЖТФ. – 1970. – № 11. – С. 340-345.
[4] Качанов, А.В. Электродинамическое описание высокочастотного факельного разряда / А.В. Качанов, Е.С. Трехов, Е.П. Фетисов // Физика газоразрядной плазмы. – М.: Автомиздат. – 1968. – № 1. – С. 39-47.
[5] Костин, А.В. Математическое моделирование взаимодействия высокочастотного факельного разряда с элементами конструкции радиоаппаратуры /А.В. Костин, М.Н. Пиганов, А.В. Столбиков // Вестник СГАУ. – 2011. – № 7. – С. 117-121.
[6] Столбиков, А.В. Построение математической модели распределения температуры газа вдоль оси канала факельного разряда при взаимодействии с толстопленочными элементами микросборок / А.В.Столбиков, М.Н. Пиганов, А.В Костин // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета. – 2011. – № 7. – С. 113-115.
[7] Пиганов, М.Н. Подгонка сопротивления толстоплёночных резисторов методом факельного разряда / М.Н. Пиганов, А.В. Волков // Техника средств связи. Сер. «Технология производства и оборудование». – 1985. – № 2. – С. 29-35.
[8] Качанов, А.В. Некоторые вопросы генерации плотных плазменных струй в проточном факельном разряде / А.В. Качанов, Е.С. Трехов, Е.П. Фетисов // Сб. Физика газоразрядной плазмы – М.: Автомиздат, 1968. – Вып. 1. – С. 52-59.
[9] Нейман, М.С. О факельном разряде / М.С. Нейман // Известия электропромышленности слабого тока. – 1935. – № 7. – С. 7-9.

Mathematical model of the interaction of a torch discharge with film elements

D.N. Novomeysky[1], M.N. Piganov[1]

[1]Samara National Research University, Moskovskoe Shosse 34A, Samara, Russia, 443086

Abstract. The process of interaction of a flare discharge with a resistive film is described, the thermal balance equation is considered based on which taking into account the exponential dependence of electrical conductivity on temperature a mathematical model of the interaction of a flare discharge with a resistive film is constructed, and the process of increasing the accuracy of a mathematical model of the interaction of a flare discharge with a resistive film is considered.