

Мгновенная смерть перепутывания в трехкубитной модели Тависа-Каммингса

А.Р. Багров
Самарский национальный
исследовательский университет
Самара, Россия
alexander.bagrov00@mail.ru

Е.К. Башкиров
Самарский национальный
исследовательский университет
Самара, Россия
bashkirov.ek@ssau.ru

Аннотация — В работе найдено точное решение для системы трех идентичных кубитов, резонансно взаимодействующих с модой теплового поля идеального резонатора, для начального перепутанного состояния кубитов W -типа. На его основе вычислен параметр перепутывания пары кубитов - отрицательность. Результаты расчетов показали, что для рассматриваемой системы эффект мгновенной смерти перепутывания имеет место для любых интенсивностей теплового поля резонатора.

Ключевые слова — кубиты, идеальный резонатор, тепловое поле, отрицательность, мгновенная смерть перепутывания.

1. ВВЕДЕНИЕ

В последние годы появилось большое количество теоретических и экспериментальных работ, посвященных исследованию многокубитных чистых перепутанных состояний. Это связано с тем, что такие состояния являются фундаментом всех квантовых информационных протоколов [1, 2]. Использование перепутанных состояний для квантовых вычислений и коммуникаций предполагает необходимость выбора критериев количественной оценки степени перепутывания кубитов. Хотя общие свойства перепутанных состояний достаточно подробно изучены, количественные критерии перепутывания кубитов до настоящего времени удалось ввести только для двухкубитных систем. К таким критериям относятся согласованность (критерий Вуутерса) и отрицательность (критерий Переса-Хородецких). Что касается многокубитных систем, то для них до настоящего времени не удалось ввести аналогичные критерии. Вводимые критерии для многокубитных систем, свидетельствуют лишь о наличии перепутанности, но не позволяют количественно оценить степень перепутывания кубитов. Трудности теоретического описания перепутанных состояний существенно возрастают при увеличении числа кубитов в системе. Поэтому в настоящее время особое внимание уделяется изучению динамики перепутывания трехкубитных систем. Для трехкубитных систем существует всего два неэквивалентных класса полностью перепутанных состояний, а именно перепутанные состояния Гринберга-Хорна-Цайлингера (GHZ -состояния) и перепутанные состояния Вернера (W -состояния). При этом GHZ -состояния весьма неустойчивы по отношению к потере системой частиц. Напротив, W -состояния максимально устойчивы не только к потерям частиц, но и к воздействию внешнего шума. Такие состояния могут использоваться при квантовой обработке информации. Трехкубитные

перепутанные состояния обоих типов реализованы в настоящее время экспериментально [1].

В работе [3] показано, что перепутывание пары кубитов, взаимодействующих с полем резонатора, может полностью исчезнуть за время, меньшее времени декогеренции. Такое явление было названо внезапной смертью перепутывания. Ссылки на более поздние теоретические и экспериментальные работы по изучению эффекта можно найти в [4]. Для трехкубитной системы указанный эффект впервые изучался в работе [5]. Авторы ограничили себя рассмотрением простейшей модели, в которой каждый из трех кубитов находится в отдельном резонаторе и взаимодействует с изолированной модой этого резонатора. При этом каждый из резонаторов приготовлен в вакуумном состоянии. Представляет значительный интерес обобщение результатов работы [6] на более интересный для физики квантовых вычислений случай, когда три кубита взаимодействуют с общим полем резонатора, а поле резонатора представляет собой тепловой шум. Это обусловлено тем, что в резонаторах, используемых для управления кубитами, всегда присутствуют тепловые фотоны. При этом температуры резонаторов меняются от нК в случае ионов в магнитных ловушках до комнатных температур в случае азото-замещенных вакансий в алмазе [1], что означает широкий разброс интенсивностей тепловых полей таких резонаторов.

В настоящей работе нами исследован эффект мгновенной смерти перепутывания трех идентичных кубитов, взаимодействующих с одномодовым тепловым полем резонатора без потерь, для начального перепутанного состояния кубитов W -типа.

2. МОДЕЛЬ

Мы рассматриваем три идентичных кубита, резонансно взаимодействующих с одномодовым полем идеального резонатора. Гамильтониан взаимодействия рассматриваемой системы можно записать в виде

$$H = \sum_{i=1}^3 \hbar \gamma (\sigma_i^+ a + a^+ \sigma_i^-), \quad (1)$$

где σ_i^+ и σ_i^- – операторы перехода между возбужденным $|+\rangle_i$ и основным $|-\rangle_i$ состояниями в i -ом кубите ($i=1,2,3$), a^\dagger и a – операторы рождения и уничтожения фотонов в моде, γ – константа связи между кубитами и полем.

Выберем начальное состояние кубитов в виде перепутанного состояния W -типа

$$|W\rangle = a|+,+,-\rangle + b|+,-,+\rangle + c|-,+,\rangle. \quad (2)$$

Здесь комплексные константы a, b, c удовлетворяют условию $|a|^2 + |b|^2 + |c|^2 = 1$.

Начальное состояние поля выберем тепловым $\rho_F(0) = \sum_n p_n |n\rangle\langle n|$, $p_n = \bar{n}^n / (1 + \bar{n})^{n+1}$,

где $\bar{n} = 1 / (\exp[\hbar\omega / k_B T] - 1)$ – среднее число тепловых фотонов, k_B – постоянная Больцмана и T – равновесная температура резонатора.

3. ТОЧНОЕ РЕШЕНИЕ МОДЕЛИ И ВЫЧИСЛЕНИЕ ОТРИЦАТЕЛЬНОСТИ

Используя “одетые” состояния (собственные состояния гамильтониана (1)), мы получили точное решение квантового уравнения Лиувилля для матрицы плотности системы “3 кубита+мода поля” $\rho_{Q_1, Q_2, Q_3, F}$ в случае перепутанного начального состояния кубитов W -типа (2) и теплового поля резонатора. Поскольку количественные критерии перепутывания определены строго только для двух кубитов, мы ограничили себя вычислением отрицательности пары кубитов, а именно кубитов 1 и 2. Отрицательность для пары кубитов определим стандартным образом $\varepsilon_{12}(t) = -2 \sum_i \mu_i^-$ где

μ_i^- – отрицательные собственные значения частично транспонированной по переменным одного кубита кубитной матрицы плотности $\rho_{Q_1, Q_2}^{T_1}$. Для вычисления редуцированной двухкубитной матрицы плотности ρ_{Q_1, Q_2} усредним матрицу плотности всей системы по переменным моды поля и третьего кубита $\rho_{Q_1, Q_2}(t) = \text{Tr}_{Q_3} \text{Tr}_F \rho_{Q_1, Q_2, Q_3, F}(t)$. Нами найдены явные выражение для элементов двухкубитных матриц плотности ρ_{Q_1, Q_2} и $\rho_{Q_1, Q_2}^{T_1}$ и отрицательности $\varepsilon_{12}(t)$.

Однако ввиду громоздкости в настоящей работе мы их не приводим. Точное выражение для критерия перепутывания было использовано для численного моделирования временной зависимости отрицательности для различных значений среднего числа фотонов в резонаторе в пакете Mathematica.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Результаты численных расчетов отрицательности пары кубитов $\varepsilon_{12}(t)$ для начального состояния кубитов (2) и различных значений среднего числа фотонов представлены на рис. 1. Из рисунка хорошо видно, что максимальная степень перепутывания пары кубитов быстро уменьшается с ростом начальной интенсивности поля резонатора. Наиболее интересным в поведении отрицательности является наличие эффекта мгновенной смерти перепутывания кубитов для любых средних начальных числах тепловых фотонов. Такое поведение отрицательности существенно отличается от поведения аналогичной величины для трехкубитной модели, в которой каждый из кубитов взаимодействует с полем отдельного резонатора [5]. В этом случае эффект мгновенной смерти перепутывания для W -состояний

отсутствует и имеет место только для GHZ -состояний. Заметим, что в нашей модели для GHZ -состояний вида $|GHZ\rangle = a|+, +, +\rangle + b|-, -, -\rangle$ ($|a|^2 + |b|^2 = 1$) перепутывания пар кубитов вообще не возникает.

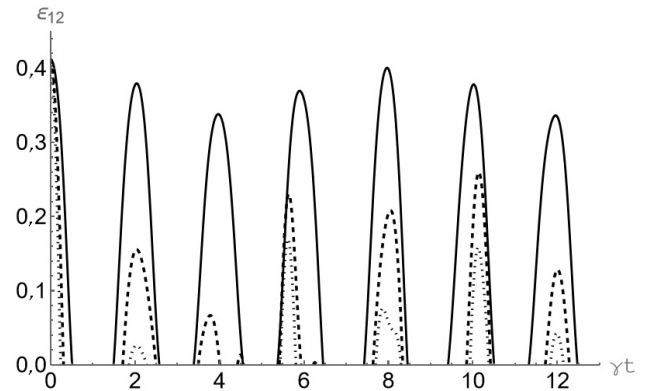


Рис. 1. Отрицательность от безразмерного времени γt для начального состояния кубитов (2). Среднее число тепловых фотонов $\bar{n} = 0,1$ (сплошная), $\bar{n} = 1$ (штриховая) и $\bar{n} = 2$ (точечная линия) при коэффициентах $a = b = c = 1/\sqrt{3}$

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе рассмотрена динамика системы трех идентичных кубитов, резонансно взаимодействующих с одномодовым тепловым полем идеального резонатора. Предполагается, что в начальный момент времени кубиты находятся в перепутанном состоянии W -типа. Нами найдено точное решение квантового уравнения Лиувилля для полной матрицы плотности системы. На его основе мы рассчитали критерий перепутывания пары кубитов — отрицательности. Результаты показали, что для начального перепутанного W -состояния кубитов эффект мгновенной смерти перепутывания наблюдается для любых средних чисел тепловых фотонов $\bar{n} \geq 0$. Исследование механизмов устранения эффекта мгновенной смерти перепутывания в трехкубитных системах в резонаторе (керовская нелинейность, расстройка, диполь-дипольное взаимодействие кубитов и др.) будет предметом нашей следующей работы.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Huang, L. Superconducting quantum computing: a review / H.-L. Huang, D. Wu, D. Fan, X. Zhu // Sci. China Inform. Scien. – 2020. – Vol. 63 – 180501. – P. 1–34.
- [2] Kjaergaard, M. Superconducting Qubits: Current State of Play / M. Kjaergaard, M. E. Schwartz, J. Braumüller, P. Krantz, J. I.-J. Wang, S. Gustavsson, W. D. Oliver // Ann. Rev. Condens. Matt. Phys. – 2020. – Vol. 11. – P. 369-395.
- [3] Yu, T. Environment-Induced Sudden Death of Entanglement / T. Yu, J.H. Eberly // Phys. Rev. Lett. – 2004. – Vol. 93. – P. 140104.
- [4] Sadiq, G. Manipulating entanglement sudden death in two coupled two-level atoms interacting off-resonance with a radiation field: an exact treatment / G. Sadiq, W. Al-Drees, M. S. Abdallah // Optics Express. – 2019. – Vol. 27(23). – P. 33799-33825.
- [5] Ge, M. Three-qubit entanglement sudden death / M. Ge, L.-F. Zhu, L. Qui // Commun. Theor. Phys.. – 2008. – Vol. 49. – P. 1443–1448.