

# Модели и фильтрация цилиндрических изображений с гармоническими составляющими корреляционной функции

Ю.Е. Кувайскова<sup>1</sup>, В.Р. Крашенинников<sup>1</sup>, А.Ю. Субботин<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Ульяновский государственный технический университет, Северный Венец 32, Ульяновск, Россия, 432027

<sup>2</sup>АО «НПО «Марс», Солнечная 32, Ульяновск, Россия, 432022

## Аннотация

В ряде практических ситуаций анализируются изображения, определённые на цилиндрах, например, трубопровод, деталь вращения, кровеносный сосуд и т. д. Такие изображения удобно представлять моделями авторегрессии. Иногда на этих изображениях и их корреляционных функциях (КФ) присутствуют гармонические составляющие. В настоящей работе предложены авторегрессионные модели для представления таких изображений и псевдоградиентные алгоритмы их фильтрации.

## Ключевые слова

Изображение на цилиндре, авторегрессионная модель, квазипериодический процесс, корреляционная функция, гармоника, фильтрация

## 1. Введение

Большинство работ по представлению и обработке изображений относится к изображениям, заданным на прямоугольных сетках, например, [1]. Однако эти модели и алгоритмы неудобны для изображений, определённых на цилиндрах. В [2, 3] предложены авторегрессионные модели цилиндрических изображений и получены выражения их КФ. Иногда воздействие внешней среды и внутренних особенностей объекта приводят к наличию гармонических составляющих. В настоящей работе предложены способы учёта этих особенностей путем небольшого усложнения моделей авторегрессии. Для идентификации и фильтрации применены псевдоградиентные алгоритмы, показавшие высокую точность на численных примерах.

## 2. Модели и фильтрация цилиндрических изображений

Для построения модели цилиндрического изображения рассмотрим спиралевидную сетку пикселей на цилиндре со сквозной нумерацией. Пусть  $x_n$  – значение яркости в  $n$ -ом пикселе. Последовательность значений вдоль спирали можно рассматривать и как случайный процесс. В [2, 3] применена авторегрессионная модель  $x_n = s x_{n-1} + r x_{n-T} - s r x_{n-T-1} + q \xi_n$ , соответствующая характеристическому уравнению  $(z-s)(z^T-r)=0$ , где  $s$  и  $r$  – параметры модели;  $\xi_n$  – независимые стандартные случайные величины;  $T$  – период, то есть количество точек в одном витке спирали. Параметр  $s$  влияет на коррелированность, то есть гладкость изображения вдоль спирали, а параметр  $r$  влияет на коррелированность отсчётов на расстоянии периода, то есть между витками спирали (вдоль цилиндра). На рисунке 1 показан типичный график КФ порождаемого процесса. Для того, чтобы изображения, процессы и соответствующие им КФ содержали гармоники, достаточно наличия комплексных корней в характеристическом уравнении авторегрессии. Рассмотрим, например, модель

$$x_n = (2u \cos \varphi) x_{n-1} - u^2 x_{n-2} + r x_{n-T} - (2ru \cos \varphi) x_{n-T-1} + ru^2 x_{n-T-2} + q \xi_n \quad (1)$$

с характеристическим уравнением

$$(z^2 - 2zu \cos \varphi + u^2)(z^T - r) = 0, \quad (2)$$

имеющим комплексные корни  $u(\cos \varphi \pm i \sin \varphi)$ . Если взять  $\varphi = 2\pi k$ , то КФ будет содержать гармонику с периодом  $T/k$ . Типичный график такой КФ с  $k=3$  показан на рисунке 2.

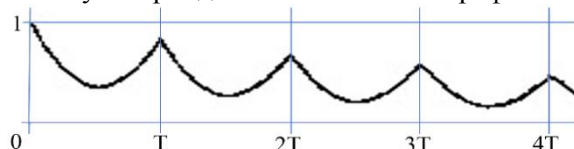


Рисунок 1: График КФ модели без гармоник

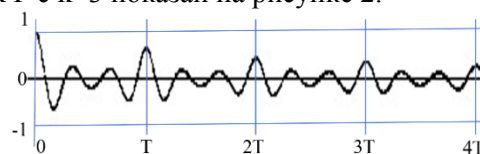


Рисунок 2: График КФ модели (1)

Задача идентификации состоит в нахождении значений параметров  $\bar{a}$  модели, при которых она наилучшим образом соответствует реальным данным в смысле некоторого критерия качества. Это может быть, например, квадрат ошибки  $J(\bar{a}_n) = M[\Delta_n^2] = M[(x_n - \tilde{x}_n)^2]$  предсказания  $\tilde{x}_n = (2u \cos \varphi) x_{n-1} - u^2 x_{n-2} + r x_{n-T} - (2ru \cos \varphi) x_{n-T-1} + ru^2 x_{n-T-2}$  очередного значения  $x_n$  в (1) по предыдущим значениям. Для нахождения параметров модели была применена адаптивная псевдоградиентная процедура  $\bar{a}_{n+1} = \bar{a}_n - \mu_n \bar{\beta}_n$ , где  $\bar{a}_{n+1}$  – очередное приближение вектора параметров модели, следующее за  $\bar{a}_n$ ;  $\mu_n$  – последовательность положительных коэффициентов, влияющих на величину шагов процедуры, и  $\bar{\beta}_n = \nabla[\Delta_n^2] = \nabla[(x_n - \tilde{x}_n)^2]$  – псевдоградиент [3] функционала  $J(\bar{a}_n)$ . Аналогичная процедура была применена для фильтрации зашумлённых изображений и процессов при неизвестных значениях их параметров, в частности, для речевых сигналов. Проведённые численные эксперименты показали достаточно высокую точность этих алгоритмов – средний квадрат ошибки всего на 8-15% больше, чем у оптимальных алгоритмов, синтезированных для известных значений параметров данных. При большом количестве данных алгоритмы по точности сходились к оптимальным.

### 3. Заключение

Для описания цилиндрических изображений и квазипериодических процессов предложены авторегрессионные модели с комплексными корнями характеристического уравнения. Псевдоградиентная процедура идентификации реальных изображений и сигналов даёт возможность построения их достаточно адекватных моделей. Для фильтрации применены высокоточные адаптивные псевдоградиентные алгоритмы, не требующие предварительного задания параметров модели.

### 4. Благодарность

Данное исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-01-00613.

### 5. Литература

- [1] Сойфер, В.А. Методы компьютерной обработки изображений / В.А. Сойфер. – М.: Физматлит, 2003. – 784 с.
- [2] Krasheninnikov, V.R. Autoregressive Model of a Quasiperiodic Signal / V.R. Krasheninnikov, D.V. Kalinov, Yu.G. Pankratov // Pat. Rec. and Im. An. – 2001. – Vol. 11(1). – P. 211-213.
- [3] Krasheninnikov, V.R. Pseudo-gradient Algorithm for Identification of Doubly Stochastic Cylindrical Image Model / V.R. Krasheninnikov, Yu.E. Kuvayskova, A.U. Subbotin. – Proceedings of the 24th International Conference KES. Procedia Computer Science. – 2020. – Vol. 176. – P. 1858-1867.