

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ФОРМИРОВАНИЯ И РАСПРОСТРАНЕНИЯ УСТОЙЧИВЫХ К ДИФФРАКЦИИ ЛАЗЕРНЫХ ПУЧКОВ

А. А. Агафонов

Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет) (СГАУ), Самара, Россия

Рассмотрен итерационный алгоритм расчета бездифракционных пучков на основе выделения узкого спектрального кольца и проведено моделирование этих пучков в пространстве с помощью преобразования Френеля.

**Ключевые слова:** бездифракционные пучки, моды Бесселя, итерационный алгоритм, быстрое преобразование Фурье, преобразование Френеля

## Введение

Несмотря на множество работ, посвященных формированию бездифракционных пучков, эта тема остается актуальной в виду большого количества и разнообразия практических приложений таких пучков. Привлекательность использования бездифракционных пучков в различных задачах определяется их особыми свойствами: сохранение амплитудно-фазового распределения при распространении; концентрация энергии в центральной части; быстрое восстановление пучка после прохождения им препятствия, соизмеримого со световым пятном максимальной энергии.

Термин "бездифракционные пучки" был введен для обозначения Бесселева пучка нулевого порядка, распространяющегося в однородной среде. Бездифракционные пучки имеют бесконечную протяженность и энергию. Поэтому при физической реализации возможно формирование только апертурно-ограниченной аппроксимации, которая, тем не менее, обладает всеми перечисленными свойствами на большом отрезке распространения (пропорциональном размеру ограничивающей апертюры), являясь на этом отрезке практически бездифракционной. Таким образом, за особые свойства бездифракционных пучков приходится расплачиваться широкой поперечной протяженностью - принцип неопределенности хорошо демонстрирует сочетание достоинств и недостатков бездифракционных пучков.

Самыми известными среди бездифракционных пучков являются моды Бесселя – решение уравнения Гельмгольца в цилиндрических координатах [1, 2]. Так как это решение физически реализуемо только в «локализованном» варианте, т.е. ограниченное апертурой или гауссовым распределением (последний вариант очень удобен как для аналитических выкладок, так и для реализации), то были введены обобщающие пучки Гельмгольца-Гаусса.

Повышенный интерес к разработке новых по сравнению с бесселевыми решений волнового уравнения связан с огромным успехом бездифракционных пучков в различных приложениях [3], включая медицинские [4] и метрологические [5] области, а также кодирование передаваемой информации [6].

Значительное увеличение расстояния компактной концентрации пучка (увеличение глубины, протяженности фокуса) у бесселевых пучков по сравнению с гауссовыми используется в следующих случаях:

- при выравнивании и измерении прямолинейности на очень больших расстояниях, при этом бездифракционные пучки демонстрируют гораздо меньшую чувствительность к атмосферной турбулентности, чем другие типы пучков;
- при формировании изображений протяженных или движущихся объектов, что особенно актуально в медицине, а также для неразрушающего исследования материалов и изделий. Возможно измерение скорости движущегося предмета на основе эффекта Доплера, т.к. пучок инвариантно протяженный, то измерения параметров движущегося предмета не будут меняться из-за изменения распределения ультразвукового пучка;
- в метрологии для сканирующих и интерференционных оптических систем;
- при формировании потока гамма-лучей, который зависит от расстояния взаимодействия фотонного и электронного пучков.

Сочетание первого и третьего свойств было успешно использовано для одновременного захвата и манипулирования несколькими микрообъектами, разделенными небольшим расстоянием вдоль оси распространения пучка.

### **Итерационный алгоритм расчета бездифракционного распределения**

Существует несколько различных алгоритмов, для получения бездифракционных пучков. В работе [7] был рассмотрен итерационный алгоритм расчёта ДОЭ для формирования бездифракционных лазерных пучков, основанный на использовании разложения эталонного изображения по ограниченному набору функций Бесселя. В этой же работе будет рассмотрен итерационный алгоритм, аналогичный [8], в котором аппроксимация некоторого изображения, заданного амплитудой  $A(x, y)$ , зависит от радиуса выбираемого в спектре кольца. В данной работе, в отличие от предыдущего способа, отсутствует зависимость от числа членов разложения.

Для расчёта бездифракционных распределений используется следующая последовательность этапов расчёта. На 1 этапе происходит считывание входных данных. Входное распределение амплитуды  $A(x, y)$  считывается из входного изображения, а значение фазы  $\varphi(x, y)$  может быть случайным, а может быть задано. Внутренний  $r_1$  и внешний  $r_2$  радиусы могут меняться. На 2 этапе происходит инициализация данных, необходимых для начала работы алгоритма. На 3 этапе происходит замена амплитудного распределения на эталонное распределение. На 4 этапе происходит переход в спектральную плоскость. На 5 этапе накладывается кольцо в спектральной плоскости, а все значения вне его обнуляются. На 6 этапе осуществляется обратное преобразование Фурье от кольцевого спектра. На 7 этапе принимается решение о завершении или продолжении работы алгоритма.

Действие алгоритма основано на следующем факте: если вся энергия Фурье-спектра расположена на окружности, то распределение является бездифракционным [9, 10]. Т.к. спектр «обычных» изображений как правило низкочастотный (основная энергия сосредоточена в нулевой частоте), то выбор того или иного радиуса спектрального кольца вы-

полняется эмпирически: с одной стороны, чем больше радиус, тем больше степеней свободы для итерационного процесса, но с другой стороны, тем меньше корреляция с реальным спектром заданного изображения. Из приведённых рассуждений следует, что изображения, имеющие множество мелких деталей, будут более «удачными» для бездифракционной аппроксимации.

Не трудно заметить, что данный алгоритм будет очень затратным по времени из-за большого числа операций преобразований Фурье. Но для того, чтобы решить эту проблему будем использовать для реализации алгоритма быстрое преобразование Фурье.

### Алгоритм моделирования распространения

Для моделирования распространения изображений на различных расстояниях в данной работе будет использоваться преобразование Френеля:

$$U(\xi, \eta, z) = \frac{ik}{2\pi z} \exp(ikz) \times \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} u(x, y) \exp\left[\frac{ik}{2z}((x-\xi)^2 + (y-\eta)^2)\right] dx dy \quad (1)$$

Преобразование (1) традиционно используется для описания распространения света в свободном пространстве на расстояниях  $z \ll L$ . Как правило, постоянный фазовый множитель нас не интересует, поэтому из рассмотрения исключается быстро осциллирующая компонента  $\exp(ikz)$ . Здесь  $z$  – расстояние распространения света.

Для реализации преобразования Френеля воспользуемся тем, что оно может быть выражено через преобразование Фурье:

$$U(x, y, z) = \frac{ik}{2\pi z} \exp(ikz) \exp\left[\frac{ik}{2z}(\xi^2 + \eta^2)\right] \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} U_0(x, y) \exp\left[\frac{ik}{2z}(x^2 + y^2)\right] \exp\left[-\frac{ik}{z}(x\xi + y\eta)\right] dx dy = \frac{ik}{2\pi z} \exp(ikz) \exp\left[\frac{ik}{2z}(\xi^2 + \eta^2)\right] F\left\{U_0(x, y) \exp\left[\frac{ik}{2z}(x^2 + y^2)\right]\right\}. \quad (2)$$

### Исследование работы алгоритмов

В табл. 1 представлены результаты применения алгоритма для различных входных распределений, а также СКО  $\delta$  полученного бездифракционного и входного изображений. При расчете использовались эталонные изображения размером  $512 \times 512$  пикселей и производилось различное количество итераций согласно алгоритму. Из табл. 1 видно, что алгоритм действительно позволяет получать аппроксимацию исходного распределения, при этом сходимость для изображений с более мелкими деталями лучше, чем для «обычных». Также видно, что после 30 итераций алгоритм вошёл в стагнацию и для дальнейшего уменьшения погрешности аппроксимации эталонного изображения необходимо использовать другие возможности увеличения степени свободы, в частности, увеличение ширины спектрального кольца. При этом нужно иметь в виду ухудшение бездифракционных свойств формируемых пучков.

В табл. 2 показано распространение различных пучков, аппроксимирующих в поперечном сечении заданное изображение. Видно, что при распространении бездифракционных пучков, полученных в результате итерационного алгоритма, структура изображения сохраняется лучше, чем при использовании “обычных” изображений. Также видно, что до некоторого расстояния пучки сохраняют структуру заданного изображения, затем эта структура разрушается

Рассмотрим каждый этап подробно. На 1 этапе происходит считывание входных данных. Входное распределение амплитуды  $A(x, y)$  считывается из входного изображения, а значение фазы  $\varphi(x, y)$  может быть случайным, а может быть задано. Внутренний  $r_1$  и внешний  $r_2$  радиусы могут меняться, а также задается расстояние  $z$ , на которое будет распространяться изображение. На 2 этапе происходит инициализация данных, необходимых для начала работы алгоритма. На 3 этапе происходит переход в спектральную плоскость. На 4 этапе накладывается кольцо в спектральной плоскости, а все значения вне его обнуляются. На 5 этапе осуществляется обратное преобразование Фурье от кольцевого спектра. На 6 этапе выполняется преобразование Френеля, с помощью которого выполняется распространение изображения на различных расстояниях.

### **Заключение**

В работе реализован итерационный алгоритм расчёта бездифракционных лазерных пучков, аппроксимирующих в поперечном сечении заданное амплитудное распределение. Алгоритм основан на диафрагмировании пространственного спектра узким кольцом. Параметры спектрального кольца являются основными варьируемыми параметрами при использовании алгоритма. В работе были получены следующие закономерности:

– увеличение толщины спектрального кольца при неизменном внутреннем радиусе позволяет получить лучшую аппроксимацию эталонного изображения, но

при этом сокращается расстояние бездифракционного распространения сформированного пучка;

– увеличение радиуса кольца позволяет улучшать аппроксимацию исходного изображения без ухудшения бездифракционных характеристик пучка, если заданное изображение имеет много мелких деталей.

Моделирование распространения рассчитанных распределений показало, что они действительно обладают бездифракционными свойствами.

Табл. 1. Результаты работы итерационного алгоритма над различными типами изображений





















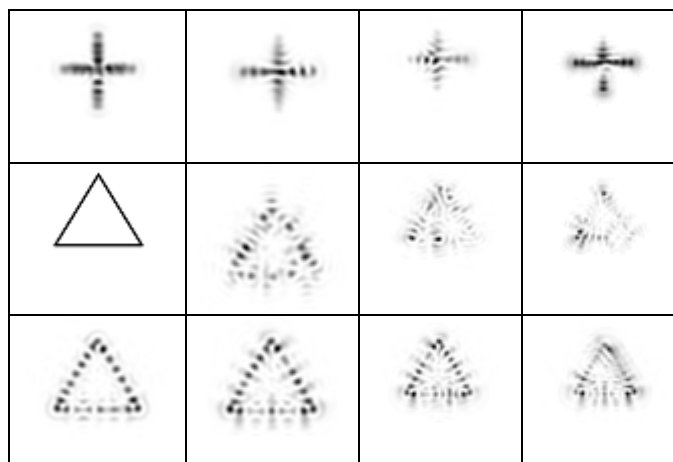
Исходная амплитуда	Бездифракционное изображение на 10 итерациях	Бездифракционное изображение на 30 итерациях	Бездифракционное изображение на 50 итерациях
	 $\delta = 68\%$	 $\delta = 67\%$	 $\delta = 69\%$
	 $\delta = 75\%$	 $\delta = 64\%$	 $\delta = 58\%$
	 $\delta = 78\%$	 $\delta = 73\%$	 $\delta = 73\%$
	 $\delta = 71\%$	 $\delta = 68\%$	 $\delta = 67\%$

Табл. 2. Распространение изображений на различных расстояниях

Исходное изображение	$z = 30\text{мм}$	$z = 40\text{мм}$	$z = 50\text{мм}$
			



## Литература

1. Durnin, J. Diffraction-freebeams / J. Durnin, J. J. Miceli and J. H. Eberly // *Phys. Rev. Lett.* V. 58. -1987. - P.1499-1501.
2. Ziolkowski, R. W. Aperture realizations of exact solutions to homogeneous-wave equations / R. W. Ziolkowski, I. M. Besieris, and A. M. Shaarawi // *J. Opt. Soc. Am. A* v.10 - 1993 - P.75-87.
3. Herman, R.M. Production and uses of diffractionless beams / R.M. Herman and T.A. Wiggins // *J. Opt. Soc. Am. A.* – 1991. – V.8(6). – P. 932-942
4. Lu, J. Diffraction-limited beams and their applications for ultrasonic imaging and tissue characterization / J. Lu and J.F. Greenleaf // *Proc. SPIE.* – 1992. –V.1733. – P.92-119
5. Котляр, В.В. Бесконтактное прецизионное измерение линейных смещений с использованием ДОЭ, формирующих моды Бесселя / Котляр В.В., Скиданов Р.В., Хонина С.Н. // *Компьютерная оптика.* – 2001. – Т. 21. – С. 102-104
6. Khonina, S.N. Creating order with the help of randomness: generating transversely random, longitudinally invariant vector optical fields / Khonina S.N., Golub I. // *Optics letters.* – 2015. – V. 40, No. 17. – P. 4070-4073
7. Kotlyar, V.V. Calculation of phase formers of non-diffracting images and a set of concentric rings / V.V. Kotlyar, S.N. Khonina, V.A. Soifer // *Optik.* – 1996. –V. 102(2). – P. 45-50.
8. Мухаметгалеев, И.В. Итерационный алгоритм расчета изображений, обладающих бездифракционными свойствами, на основе выделения узкого спектрального кольца / Мухаметгалеев И.В., Хонина С.Н. // *Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета им. академика С.П. Королёва.* – 2010. - №4(24). – С. 238-246
9. Хонина, С.Н. Простой способ эффективного формирования различных бездифракционных лазерных пучков / Хонина С.Н. // *Компьютерная оптика.* – 2009. – Т. 33, № 1. – С. 70-78
10. Хонина, С.Н. Экспериментальное формирование различных бездифракционных лазерных пучков на основе диафрагмирования вихревого кольцевого пространственного спектра / Хонина С.Н., Скиданов Р.В., Морозов А.А. // *Известия Самарского научного центра РАН.* – 2009. – Т. 11, № 3. – С. 103-110.