

# Моделирование и анализ движения космического аппарата с тросовым аэродинамическим стабилизатором

Д.В. Еленев<sup>а</sup>, Ю.М. Заболотнов<sup>а</sup>

<sup>а</sup> Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П.Королева, 443086, Московское шоссе, 34, Самара, Россия

## Аннотация

Рассматривается моделирование и анализ развертывания космической тросовой системы, состоящей из двух тел, соединенных тросом. Развертывание системы производится в основном за счет аэродинамических тел, действующих на тела системы. Одно из тел имеет большой баллистический коэффициент и играет роль аэродинамического стабилизатора на низких орбитах. В математической модели движения системы трос представляется как совокупность материальных точек с упругими связями.

*Ключевые слова:* тросовая система; стабилизация; космический аппарат; развертывание; многоточечная модель троса

## 1. Введение

Моделирование движения космического аппарата с тросовым аэродинамическим стабилизатором производится на атмосферном участке в процессе развертывания тросовой системы. Тросовая система состоит из космического аппарата (КА), стабилизатора и собственно троса, а ее развертывание и обеспечение ориентации производятся за счет аэродинамических сил. Аэродинамический стабилизатор по сравнению с КА имеет достаточно большой баллистический коэффициент  $\sigma = C_{xv} S / m$ , где  $C_{xv}$  - коэффициент лобового сопротивления,  $S$  - характерная площадь,  $m$  - масса.

Указанный метод пассивной аэродинамической стабилизации КА описан в монографии [1], где приводятся некоторые конструктивные решения. Аэродинамический стабилизатор представляет собой легкую надувную или металлическую конструкцию, и может быть использован для различных целей и на различных атмосферных участках: для аэродинамической стабилизации движения и обеспечения устойчивости движения КА на низких орбитах, для предварительной стабилизации движения КА перед спуском в верхних слоях атмосферы, для утилизации космического мусора путем его спуска в плотные слои атмосферы. Применение аэродинамического стабилизатора позволяет снизить требования к характеристикам космического аппарата, который может иметь достаточно большую массово-инерционную и геометрическую асимметрию, а устойчивое движение системы может быть обеспечено выбором параметров стабилизатора.

В работе [2] получены и анализируются условия устойчивости движения в атмосфере системы двух тел, соединенных невесомым нерастяжимым тросом, где предполагается, что система уже находится в развернутом состоянии. В данной работе основное внимание уделяется процессу развертывания системы, а также рассматривается ее дальнейшее движение. Построенная математическая модель учитывает растяжимость троса, и позволяет оценить влияние на движение системы способа развертывания и асимметрии концевых тел, которые рассматриваются как твердые тела конечных размеров.

Расчет процесса спуска с орбиты Земли космического аппарата производится с учетом аэродинамического торможения. Космический аппарат и стабилизатор по форме близки к сферам и могут иметь достаточно большую массово-инерционную асимметрию. Математическая модель предполагает, что в начальный момент времени тела не разделены и движутся по круговой орбите. Разделение тел происходит со сравнительно небольшой относительной скоростью, и дальнейшее их движение зависит от применяемого способа управления, основанного на регулировании выпуска троса. Поэтому уравнения движения тросовой системы дополняются уравнением работы механизма выпуска троса, работающего только на торможение в соответствии с принятым принципом управления. Особенности работы системы регулирования, связанные с дискретностью управления, запаздыванием, ошибками измерений и т.п., при этом не учитываются. Также предполагается, что трос не воспринимает сжимающих усилий.

## 2. Математическая модель движения тросовой системы при её развертывании

Математическая модель движения системы записывается в геоцентрической неподвижной системе координат  $OXYZ$ , которая связана с плоскостью орбиты центра масс системы, определенной в момент отделения АС. Ось  $OX$  направлена в точку восходящего узла орбиты, ось  $OZ$  параллельна вектору кинетического момента центра масс  $C$  системы. Концевые тела рассматриваются как твердые тела конечных размеров и связаны тросом (рис.1).

Тогда уравнения движения такой системы записываются в виде

$$m_i \frac{d^2 \mathbf{r}_i}{dt^2} = \mathbf{G}_i + \mathbf{T}_i - \mathbf{T}_{i+1} + \mathbf{R}_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

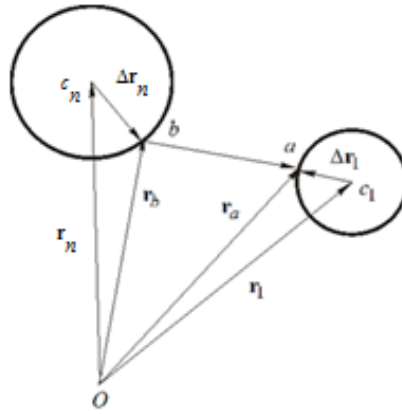


Рис. 1. Схема системы.

$$J_{xi} \frac{d\omega_{xi}}{dt} + \omega_{yi} \omega_{zi} (J_{zi} - J_{yi}) = M_{xi}, J_{yi} \frac{d\omega_{yi}}{dt} + \omega_{xi} \omega_{zi} (J_{xi} - J_{zi}) = M_{yi}, J_{zi} \frac{d\omega_{zi}}{dt} + \omega_{xi} \omega_{yi} (J_{yi} - J_{xi}) = M_{zi}, \quad (2)$$

где индексы  $i=1$  и  $i=n$  соответствуют центрам масс КА и АС,  $m_i$  и  $\mathbf{r}_i$  - массы и радиус-вектора центров масс концевых тел и материальных точек, на которые разбивается трос;  $\mathbf{G}_i$  и  $\mathbf{R}_i$  - гравитационные и аэродинамические силы,  $t$  - время,  $\mathbf{T}_i$  и  $\mathbf{T}_{i+1}$  - силы натяжения, действующие на смежных участках троса;  $J_{xi}, J_{yi}, J_{zi}$  - моменты инерции концевых тел в главных связанных системах координат  $c_i x_i y_i z_i$ ;  $\omega_{xi}, \omega_{yi}, \omega_{zi}$  - проекции угловых скоростей твердых тел;  $M_{xi}, M_{yi}, M_{zi}$  - проекции моментов, действующих на каждое концевое тело.

При моделировании движения системы учитываются аэродинамические моменты и моменты от силы натяжения троса. Гравитационными моментами, действующими на каждое тело, пренебрегается. Силы натяжения определяется по закону Гука с учетом односторонней механической связи

$$\mathbf{T}_i = T_i \frac{\mathbf{r}_{i+1} - \mathbf{r}_i}{|\mathbf{r}_{i+1} - \mathbf{r}_i|}$$

где  $T_i$  - модуль  $i$ -ой силы натяжения. Если модуль  $|\mathbf{r}_{i+1} - \mathbf{r}_i|$  меньше или равен недеформированной длине троса на  $i$ -ом участке, сила натяжения равна нулю. На концевые тела действует только сила натяжения от одного участка троса, причем при вычислении этих сил используются вектора для точек крепления троса  $\mathbf{r}_a$  и  $\mathbf{r}_b$ . Если трос не натянут, то имеет место свободное движение концевых тел и материальных точек троса при действии аэродинамических сил.

При определении гравитационных сил используется модель центрального ньютоновского поля. Силы, учитывающие аэродинамическое сопротивление троса, определяются как силы, действующие на цилиндр [3] между соседними точками троса и распределяются пропорционально по материальным точкам троса. Предполагается, что движение системы происходит в свободно молекулярном потоке и при использовании гипотезы о диффузном отражении молекул [3].

Для моделирования развертывания добавляются уравнения, учитывающие динамику механизма выпуска троса

$$m_u \frac{d^2 L}{dt^2} = T_1 - F_u, \quad (3)$$

где постоянный коэффициент  $m_u$  учитывает инерционность механизма,  $F_u$  - управляющая сила,  $T_1$  - сила натяжения на первом участке троса, считая от КА. Рассматриваются механизмы выпуска троса, работающие только на торможение  $F_u > 0$ . Предполагается, что механизм не может втягивать трос.

При отделении стабилизатора от КА с относительной скоростью  $\mathbf{V}_r$  производится пересчет скоростей на основании закона сохранения импульса

$$\mathbf{V}_1^{(a)} = \mathbf{V}_c^{(a)} - \frac{m_2}{m_1 + m_2} \mathbf{V}_r, \quad \mathbf{V}_2^{(a)} = \mathbf{V}_1^{(a)} + \mathbf{V}_r,$$

где  $V_c^{(a)}$  - абсолютная скорость центра масс системы до отделения,  $V_1^{(a)}$  и  $V_2^{(a)}$  - абсолютные скорости КА и стабилизатора после отделения.

### 3. Развертывание тросовой системы и регулирование выпуска троса

При развертывании системы могут быть использованы динамические и кинематические законы. В частности, применяется следующий программный динамический закон, состоящий из участков разгона и торможения

$$F_p = \begin{cases} F_{\min}, & t < t_1 \\ F_{\min} + (F_{\max} - F_{\min}) \sin^2 [k_p (t - t_1)], & t_1 \leq t \leq t_2 \\ F_{\max}, & t > t_2 \end{cases} \quad (4)$$

где  $t_{1,2} = t_p \pm \pi / 4k_p$ ,  $t_p, k_p, F_{\min}, F_{\max}$  - параметры закона управления. Переключение управляющей силы производится по времени, здесь  $t_p$  - время переключения. Параметр  $k_p > 0$  определяет плавность переключения, и с его увеличением программа (4) приближается к релейному виду. Параметры закона управления (4) выбираются исходя из обеспечения заданных конечных условий при окончании развертывания: конечной длины троса  $L_p(t_k)$ ,  $\dot{L}_p(t_k) = \ddot{L}_p(t_k) = 0$ , где  $t_k$  - конечное время.

Динамический закон (4) может быть реализован с использованием принципа обратной связи, то есть с применением систем регулирования. В этом случае используется следующая форма задания управляющей силы

$$F_u = F_p(t) + p_L [L - L_p(t)] + p_V [\dot{L} - \dot{L}_p(t)], \quad (5)$$

где  $L_p(t)$  и  $\dot{L}_p(t)$  - программные (номинальные) зависимости длины и скорости троса от времени;  $p_L, p_V$  - коэффициенты обратной связи;  $L, \dot{L}$  - возмущенные длина и скорость троса, соответствующие уравнениям (3);  $F_p(t)$  - программная сила торможения.

Принцип регулирования по измерениям длины и скорости выпуска троса (5) использовался в реальном орбитальном тросовом эксперименте на орбите YES2 [4], а также во многих работах, например [5,6].

Для расчета управляющей силы (5) надо знать зависимости  $F_p(t)$ ,  $L_p(t)$ ,  $\dot{L}_p(t)$ , которые определяются при численном решении системы дифференциальных уравнений [5]. Поэтому для реализации данного подхода необходимо провести предварительную работу, связанную с табличным представлением указанных величин. В свою очередь при функционировании системы регулирования необходимо использовать интерполяцию. Однако можно использовать более простой подход, основанный на использовании кинематического закона управления, который задается в виде

$$\dot{L}_p(\tau) = V_{\max} \cos^2(\tau + \nu), \quad (6)$$

где  $V_{\max}, \omega, \nu$  - параметры.

Краевые условия удовлетворяются при решении системы нелинейных уравнений

$$\dot{L}_p(\tau_k) = 0, \quad \frac{d\dot{L}_p}{d\tau}(\tau_k) = 0, \quad \dot{L}_p(0) = V_r, \quad \int_0^{\tau_k} \dot{L}_p(\tau) d\tau = L_k, \quad (7)$$

где  $\tau_k = \omega t_k$  - безразмерное время окончания развертывания. В результате решения системы (6) определяются параметры  $t_k, V_{\max}, \omega, \nu$ .

### 4. Численные результаты

Моделирование развертывания тросовой системы проводилось с использованием уравнений (1-3) и законов выпуска троса (4) и (6). При выпуске троса использовался алгоритм введения материальной точки троса, изложенный в [5]. При введении новой точки троса осуществляется пересчет скорости КА исходя из закона сохранения импульса системы, а также вычисление алгоритм вычисления скорости вводимой точки. Относительная скорость новой точки вычисляется по относительной скорости предыдущей точки троса исходя соответствующих пропорций. Относительные скорости определяются относительно КА. В приведенном ниже численном примере использовались следующие исходные данные: массы КА и аэродинамического стабилизатора 200 кг и 20 кг, конечная длина троса 0.5 км, начальная высота круговой орбиты 250 км, линейная плотность троса 0.2 кг/км, жесткость троса 7000 н, относительная скорость разделения концевых тел 2 м/с, коэффициенты обратной связи  $p_L = 0.2$ ,  $p_V = 7.8$ . Количество материальных точек,

моделирующих весомый трос, восемь. Задача оптимального определения коэффициентов обратной связи не решалась и их значения были выбраны исходя из обеспечения устойчивости процессов регулирования при действии начальных возмущений по относительной скорости разделения (25%) и направления разделения концевых тел ( $\pm 1 rad$ )

Анализ численных результатов показывает, что кинематический закон разворачивания (6) имеет несомненные преимущества по сравнению динамическим законом (4). Это связано прежде всего с обеспечением более плавного торможения выпуска троса, так как при его синтезе непосредственно использовались условия (7). При использовании динамического закона (4) приходится решать довольно сложную краевую задачу с использованием численных решений системы обыкновенных дифференциальных уравнений, что не всегда приводит к успеху.

На рис.2 показана номинальная зависимость скорости  $\dot{L}_p(t)$ , соответствующая рассматриваемому примеру. Рис.3 иллюстрирует переходный процесс по скорости выпуска троса при начальном возмущении по скорости отделения 0.5 м/с. На рис.4 приводится зависимость угла между продольной осью КА и направлением троса от времени  $\psi(t)$ . Эта зависимость имеет важное значение, так как в процессе проектирования системы необходимо обеспечить устойчивость угловых колебаний концевых тел относительно направления троса для исключения случаев запутывания троса и его провисания.

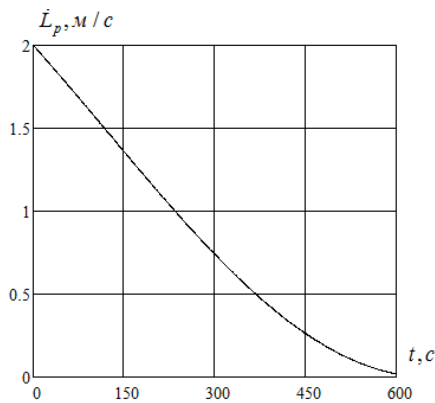


Рис. 2. Номинальная зависимость скорости выпуска троса от времени.

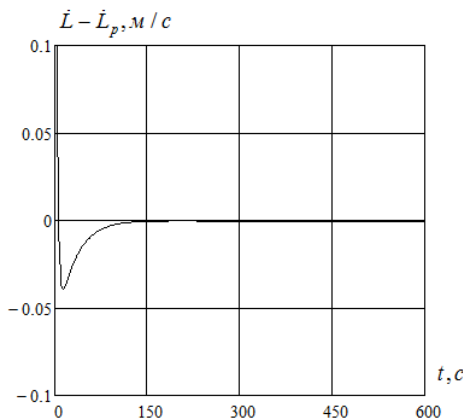


Рис. 3. Зависимость ошибки регулирования по скорости выпуска троса от времени.

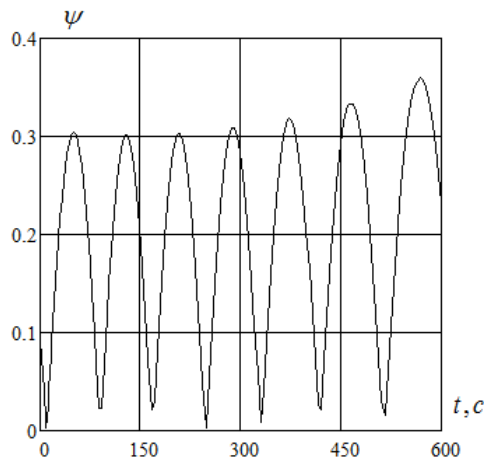


Рис. 4. Зависимость угла отклонения продольной оси КА от направления троса от времени.

## 5. Заключение

Анализ рассматриваемых способов развертывания космической тросовой системы показывает, что динамика системы практически не зависит от запаса статической устойчивости концевых тел (расстояния между центром давления аэродинамических сил и центром масс концевых тел). Из этого можно сделать вывод, что основное влияние на динамику концевых тел оказывает момент, создаваемой силой натяжения троса. Необходимо также отметить, что исследования проводились для системы с достаточно легким тросом и сравнительно небольшой длины (0,5 км). Использование троса увеличенной длины приводит к возрастанию его аэродинамического сопротивления и необходимости использования большего количества материальных точек при проведении расчетов, что, в свою очередь, существенно увеличивает затраты вычислительных ресурсов. Поэтому в настоящее время разрабатывается методика анализа развертывания и оптимизации параметров тросовой системы с использованием высокопроизводительных параллельных вычислений.

## Благодарности

Работа поддержана грантом РФФИ РФ 16-41-630637.

## Литература

- [1] Алексеев, К.Б. Управление космическими летательными аппаратами / К. Б. Алексеев, Г. Г. Бебинин – М.: Машиностроение, 1974. – 343 с.
- [2] Zabolotnov, Yu. M. Stability of motion of two rigid bodies connected by a cable in the atmosphere / Yu. M. Zabolotnov, D. V. Elenev // *Mechanics of solids*. – 2013. Volume 48, Issue 2, P. 156–164. DOI 10.3103/S0025654413020064
- [3] Аржаников, Н.С. Аэродинамика летательных аппаратов / Н.С.Аржаников, Г.С.Садекова – М.: Высшая школа, 1983. - 360 с.
- [4] Kruijff, M. Tethers in Space/M. Kruijff Netherlands: Delta-Utec Space Research, 2011. - 423 p.
- [5] Zabolotnov, Yu.M. Control of the deployment of a tethered orbital system with a small load into a vertical position / Yu.M. Zabolotnov // *J. of Applied Mathematics and Mechanics*. – 2015. Т.79, №1. P.28-34.
- [6] Williams, P. Deployment control for the YES2 Tether-assisted Re-entry Mission / P. Williams, A. Hyslop, M. Kruijff// *Advance in the Astronautical Sciences*. - 2006. Volume 123, Part 2, P.1101-1120.