

МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕРЕЗОНАНСНОГО ДВИЖЕНИЯ ПРИ УПРАВЛЯЕМОМ СПУСКЕ АСИММЕТРИЧНОГО КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА В РАЗРЕЖЁННОЙ АТМОСФЕРЕ

В.В. Любимов, Е.В. Куркина

Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет) (СГАУ), Самара, Россия

Рассматривается задача по обеспечению нерезонансного движения при спуске космического аппарата с малой массовой и аэродинамической асимметриями в разрежённой атмосфере Марса. Управляемое уменьшение величины массовой асимметрии способствует реализации нерезонансного движения космического аппарата. Вводится аналитический закон управления величиной асимметрии. Приводятся результаты численного моделирования сферического движения космического аппарата с управляемой асимметрией.

Ключевые слова: космический аппарат, угловая скорость, резонанс, управление, разрежённая атмосфера, асимметрия.

Введение

Резонансные явления при неуправляемом спуске в атмосфере возвращаемых космических аппаратов (КА) как твёрдых тел с малой аэродинамической и массовой асимметрией рассмотрены в значительном количестве работ: [1-2], и другие. В работах [3-5] описано, что механические моменты от аэродинамической и массовой асимметрий могут явиться причиной эволюции угловой скорости КА до значений, при которых реализуется длительный резонанс. В статьях [3,4] показано, что нерезонансная эволюция угловой скорости асимметричного КА в окрестности резонанса является вторичным резонансным эффектом [6]. Вторичные резонансные эффекты и связанное с ними явление внешней устойчивости резонансов применительно к задаче о возмущенном вращательном движении асимметричного спутника на орбите были изучены в работах [7] и [8], соответственно. Известно, что достижение резонансных значений угловой скорости не гарантирует реализации длительного резонанса, так как начальные условия на сепаратрисе, приводящие к захвату и проходу через резонанс, перемешаны и следует вычислять вероятность захвата или прохода через резонанс [7]. Явление захвата КА с малой асимметрией в резонанс как случайное событие может быть исследовано посредством метода статистических испытаний [9]. Длительный резонансный режим движения КА приводит к достижению больших значений угла атаки, что может стать причиной аварийной ситуаций, связанной с нарушениями при раскрытии парашютной системы. Важной практической задачей является обеспечение минимального уровня величин асимметрий. Однако, при проектировании реальных спускаемых аппаратов, как правило, не удается достигнуть отсут-

ствия массовой и аэродинамической асимметрий на борту. По этой причине возникает задача по управляемому уменьшению величин асимметрии КА в процессе спуска в атмосфере. В частности, в работе [10] рассматривается задача об управлении нерезонансной эволюции вращательного при движении спускаемого КА в окрестности резонанса. В работе [10] показывается, что управление величиной аэродинамической асимметрии позволяет уменьшить угловое ускорение и обеспечить нерезонансный режим движения в течение всего времени спуска.

1. Постановка задачи

В процессе отделения от базового орбитального космического изделия возвращаемому КА передается кинетический момент, имеющий малую величину [11]. В результате происходит образование угловых скоростей космического аппарата $\omega_x(0), \omega_y(0), \omega_z(0)$, которые следует рассматривать в качестве начальных при входе КА в разреженную атмосферу Марса. Указанные угловые скорости, записаны в главной связанной системе координат OXYZ. Начало данной системы координат O представляет собой центр масс КА. Предположим, что КА является твёрдым телом в форме конуса, совмещенного со сферической поверхностью. Пусть ось OX является осью симметрии конуса. При входе в атмосферу твёрдое тело (ТТ) ориентировано конической частью по направлению к атмосферному потоку. В процессе атмосферного спуска ТТ осуществляет сферическое движение относительно центра масс. Исследуется случай, когда векторы механических моментов от малой массовой и аэродинамической асимметрии КА коллинеарны. Известно [5], что при коллинеарном расположении векторов от указанных асимметрий в системе не происходит реализация вторичных резонансных эффектов. Резонансные значения угловой скорости при аэродинамических характеристиках различного вида могут быть найдены посредством применения метода интегральных многообразий [12]. Значения угловой скорости ω_x , соответствующие резонансу низшего порядка, называемого главным резонансом, определяются следующим образом [3]: $\omega_x^r = \pm \omega / \sqrt{1 - \bar{I}_x}$. Здесь $\omega = \sqrt{-m_{zp} q S L c t g \alpha / I}$, m_{zp} - коэффициент восстанавливающего момента по углу атаки α , q - скоростной напор, S - площадь сечения ТТ, L - длина аппарата, $\bar{I}_x = I_x / I$, $I = (I_y + I_z) / 2$, I_x, I_y, I_z - главные центральные моменты инерции аппарата. В работе [13] показано, что в процессе спуска в земной атмосфере с малыми углами атаки при проходе через главный резонанс возмущения по углу атаки существенно выше, чем при кратных резонансах.

Предположим, что при спуске КА в марсианской атмосфере реализуется управляемое уменьшение величин параметров малой массовой асимметрии аппарата (при сохранении неизменными величин параметров малой аэродинамической асимметрии). При уменьшении массовой асимметрии не будем учитывать влияние нерезонансного вращения на возможную реализацию резонанса. Данное предположение правомерно при сохранении коллинеарного направления между векторами моментов от массовой и аэродинамической асимметрий.

Целью работы является обеспечение нерезонансного движения КА с малой аэродинамической и массовой асимметрией, осуществляющего спуск в атмосфере Марса. Для достижения представленной цели решается задача об управляемом уменьшении величины массовой асимметрии КА, имеющего также неизменную малую аэродинамическую асимметрию.

Уменьшение величины массовой асимметрии приводит к снижению вероятности захвата в главный резонанс [5]. Для решения поставленной задачи требуется выбрать закон управления величиной массовой асимметрии, позволяющий обеспечить проход системы через резонанс с вероятностью, близкой к единице. Зеркальные поля. Поля: сверху – 25 мм, снизу – 30 мм, внутри – 23 мм, снаружи – 17 мм. Верхний колонтитул – 15 мм. Нижний колонтитул – 20 мм. Колонтитулы чётных и нечётных страниц различать.

2. Уравнения вращательного движения КА

Нелинейная низкочастотная система уравнений движения КА с малой массовой и аэродинамической асимметрией имеет вид [3]:

$$\begin{aligned} \bar{I}_x \frac{d\omega_x}{dt} &= -\varepsilon m_x^A \sin(\theta + \theta_2), \\ \frac{d\alpha}{dt} &= -\Psi \frac{\omega^2 \operatorname{tg} \alpha}{4\omega_a^2 \pi} \mp \varepsilon \frac{m^A}{2\omega_a} \cos(\theta + \theta_1), \\ \frac{d\theta}{dt} &= \omega_x - \omega_{1,2}, \\ \frac{d\omega}{dt} &= \varepsilon \frac{\omega}{2q} \frac{dq}{dt}. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь ε – малый параметр $\theta = \varphi - \pi/2$, φ – аэродинамический угол крена, m_x^A , m^A – функции, определяющие величину массовой и аэродинамической асимметрий,

$$m^A = \sqrt{(m_1^A)^2 + (m_2^A)^2}, \quad m_1^A = -\frac{(1 + \bar{I}_x)\omega_x - 3\omega_{1,2}}{2\omega_a} \frac{\omega^2}{m_{zp}} (m_y^f - C_x \bar{\Delta z}) \text{tg}\alpha - \frac{\omega_{1,2}\omega^2 \text{tg}^2\alpha}{2\omega_a m_{zp}} (C_{yn} \bar{\Delta z})$$

$$m_2^A = -\frac{(1 + \bar{I}_x)\omega_x - 3\omega_{1,2}}{2\omega_a} \frac{\omega^2}{m_{zp}} (m_z^f + C_x \bar{\Delta y}) \text{tg}\alpha + \frac{\omega_{1,2}\omega^2 \text{tg}^2\alpha}{2\omega_a m_{zp}} (C_{yn} \bar{\Delta y})$$

, θ_1, θ_2 - функции, определяющие расположение массовой и аэродинамической асимметрий, $\sin \theta_1 = m_1^A / m^A$, $\cos \theta_1 = -m_2^A / m^A$,

$$\sin \theta_2 = -m_{x1}^A / m_x^A, \quad \cos \theta_2 = m_{x2}^A / m_x^A,$$

$$m_{x1}^A = -\frac{\omega^2}{m_{zp}} (C_{yn} \bar{\Delta y}) \text{tg}\alpha, \quad m_{x2}^A = -\frac{\omega^2}{m_{zp}} (C_{yn} \bar{\Delta z}) \text{tg}\alpha$$

C_x, C_{yn} - аэродинамические коэффициенты лобового сопротивления и подъемной силы, m_y^f, m_z^f - малые аэродинамические коэффициенты асимметрии формы аппарата, $\bar{\Delta y}, \bar{\Delta z}$ - малые смещения центра масс, отнесенные к длине КА.

Обобщенный параметр массовой асимметрии \bar{m}_x^{-A} рассчитывается следующим образом:

$$m_x^A = \sqrt{(m_{x1}^A)^2 + (m_{x2}^A)^2}. \quad (2)$$

При численном моделировании движения спускаемого КА требуется рассматривать систему уравнений (1) в совокупности с тремя дифференциальными уравнениями для медленно изменяющихся характеристик движения центра масс: угла наклона траектории $\vartheta(t)$, воздушной скорости $V(t)$, высоты полёта $H(t)$.

3. Закон уравнения величиной асимметрии КА

Пусть угловая скорость КА ω_x изменяется от некоторого начального положительного значения до резонансных значений ω_x^f . Кроме того, предположим, что в процессе спуска аппарата сохраняется неизменным соотношение $\theta_1 - \theta_2 = 3\pi/2$, что соответствует коллинеарному расположению векторов моментов от массовой и аэродинамической асимметрий.

Величина параметра асимметрии $\bar{m}_x^{-A} = m_x^A / \omega^2$, при которой реализуется гарантированный проход через главный резонанс при малых углах атаки, удовлетворяет условию:

$$\frac{\bar{m}_x^{-A}}{m_x} \leq \frac{\bar{m}_x^{-Ak}}{m_x} = \frac{\bar{I}_x}{\sqrt{1 - \bar{I}_x}} \frac{|d\omega/dt|}{\omega^2 \alpha} \quad [5].$$

При расчете выражения, содержащегося в правой части данного условия, требуется производить вычисление величин $\alpha, \omega, d\omega/dt$ на сепаратрисе, разделяющей резонансную область колебаний от области нерезонансного вращения [14].

Введем в рассмотрение следующий закон управления величиной параметра массовой асимметрии:

$$\bar{m}_x^{-A} = k_1 \exp(k_2 H) \sin(k_3 H), \quad (3)$$

где k_1, k_2, k_3 - положительные малые неизменные коэффициенты управления. Закон управления (3) представляет собой аналитическую зависимость параметра массовой асимметрии \bar{m}_x^{-A} от высоты полёта H . В процессе атмосферного спуска осуществляется уменьшение высоты полёта H . В результате (в соответствии с законом управления (3))

происходит убывание величины параметра массовой асимметрии \bar{m}_x^{-A} . Если при спуске в атмосфере уменьшение параметра асимметрии \bar{m}_x^{-A} достигает величин, при которых выполняется условие

$$\bar{m}_x^{-A} \leq \frac{\bar{I}_x}{\sqrt{1-\bar{I}_x}} \frac{|d\omega/dt|}{\omega^2 \alpha},$$

то при малых углах атаки α реализуется гарантированный проход через главный резонанс. При этом предполагается, что при атмосферном сферическом движении КА не наблюдается нерезонансная эволюция угловой скорости, вызванная реализацией вторичных резонансных эффектов [4]. Следовательно, движение КА осуществляется, например, при условии $m^A = 0$, либо в случае специального вида

$$\text{асимметрии } (\theta_1 - \theta_2 = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}).$$

4. Результаты численного моделирования

При численном моделировании эволюций угловой скорости $\omega_x(t)$ будем использовать математическую модель движения КА, включающую: систему уравнений (1), три дифференциальных уравнения для изменения параметров движения центра масс спускаемого КА [2] и закон управления (3). Некоторые характерные результаты численного моделирования содержатся на рис. 1-2. На рис.1 представлено изменение параметра асимметрии $\bar{m}_x^{-A}(t)$ и критических значений этого параметра $\bar{m}_x^{-Ak}(t)$, определенные в случае малых углов атаки. При построении рис.1-2 предполагалось, что параметры асимметрии равны: $\bar{m}_x^{-A} = 0,001 \exp(10^{-5} H(t)) \sin(10^{-5} H(t))$, $\bar{m}^{-A} = 1,5 \cdot 10^{-5}$. На рис.2 изображается угловая скорость $\omega_x(t)$ и резонансные значения $\omega_x^r(t)$. Начальная величина угловой скорости $\omega_x(0)$ при построении рис.2 принимала значение больше чем $\omega_x^r(0)$ и была равна 0,8 рад/с.

Численные результаты показывают, что до величин углов атаки порядка 0,6 радиан величина

$$\bar{m}_x^{-Ak} = \frac{\bar{I}_x}{\sqrt{1-\bar{I}_x}} \frac{|d\omega/dt|}{\omega^2 \alpha}$$

практически совпадает с аналогичным критическим параметром асимметрии, полученным для случая произвольных углов атаки.

Численные результаты управления величиной угловой ω_x определяются выбором величин k_1, k_2, k_3 .

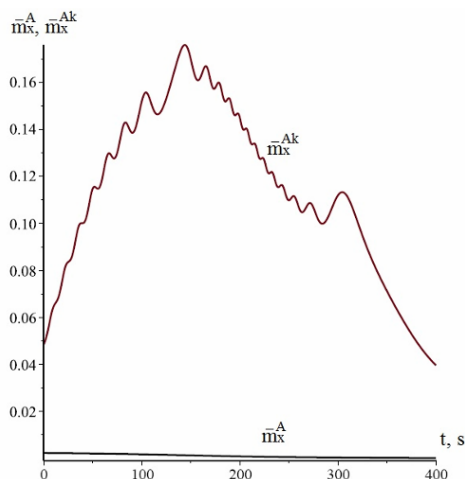


Рис. 1. Уменьшение величин параметра асимметрии

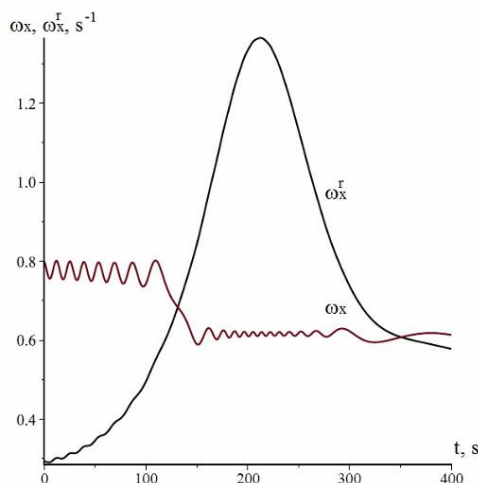


Рис.2. Двойной проход через резонанс

На рис.1-2 показаны результаты, соответствующие случаю, когда выбор коэффициентов управления k_1, k_2, k_3 способствует реализации следующего условия: $\bar{m}_x^{-A}(0) < \bar{m}_x^{-Ak}(0)$. В этом случае при управляемом уменьшении параметра $\bar{m}_x^{-A}(t)$ выполнение условия $\bar{m}_x^{-A}(t) < \bar{m}_x^{-Ak}(t)$ обеспечивается на всем промежутке времени спуска КА в атмосфере (рис.1).

Изменению угловой скорости, представленному на рис.2, соответствует результаты на рис. 1. Здесь малая величина параметра $\bar{m}_x^{-A}(t)$ способствует реализации двух проходов системы через главный резонанс, наблюдающихся при пересечении кривых $\omega_x(t)$ и $\omega_x^r(t)$.

Численные результаты, представленные на рис.1-2 описывают процесс непрерывного управления вращательным движением спускаемого КА, основанным на использовании закона уменьшения параметра массовой асимметрии (3). Данные численные результаты приводятся не для описания функционирования системы управления, а с целью продемонстрировать важные особенности поведения угловой скорости с теоретической точки зрения. Результаты численного моделирования на рис. 1-2 также показывают, что характерной нерезонансной эволюции $\omega_x(t)$, связанной с реализацией вторичных резонансных

эффектов, при реализации условия $\frac{-A}{m_x(t)} \ll \frac{-Ak}{m_x(t)}$ не наблюдается. Таким образом, закон управления величиной массовой асимметрии (3) может быть использован для обеспечения нерезонансного спуска КА в разреженной марсианской атмосфере.

Литература

1. Шилов, А.А. Резонансные режимы пространственного неуправляемого движения аппаратов на участке входа в атмосферу / А.А. Шилов, М.Г. Гоман // Труды ЦАГИ. - 1975.- Вып.1624.- 44 с.
2. Ярошевский, В.А. Вход в атмосферу космических летательных аппаратов / В.А. Ярошевский. - М.: Наука. Физ.-мат. лит., 1988. - 336 с.
3. Zabolotnov, Yu.M. Secondary resonance effect in the motion of a spacecraft in the atmosphere / Yu. M. Zabolotnov, V.V. Lyubimov // Cosmic Research. –Vol.36.- Issue 2. -1998. - P. 194-201.
4. Lyubimov, V.V. Asymptotic analysis of the secondary resonance effects in the rotation of a spacecraft with a small asymmetry in the atmosphere / V.V. Lyubimov // Russian Aeronautics. -Vol. 57. -№. 3. - 2014. - P. 245-252.
5. Любимов, В.В. Внешняя устойчивость резонансов в динамике полёта космических аппаратов с малой асимметрией / В.В. Любимов // Самара, Издательство СИЦ РАН, 2013.- 276 с.
6. Садов, Ю.А. Вторичные резонансные эффекты в механических системах / Ю.А.Садов // Известия РАН. Механика твёрдого тела. -1990. - Вып.4. - С. 20-24.
7. Lyubimov, V.V. Some features of disturbed rotational motion of a satellite with a strong onboard magnet / V.V. Lyubimov // Russian Aeronautics. –Vol. 52. - Issue 2.- 2009. -P. 172-175.
8. Lyubimov, V.V. External stability of resonances in the motion of an asymmetric rigid body with a strong magnet in the geomagnetic field / V.V. Lyubimov // Mechanics of Solids. –Vol. 45. -Issue 1. – 2010. - P. 10-21.
9. Заболотнов, Ю.М. Статистический анализ движения относительно центра масс лёгкой капсулы при входе в атмосферу / Ю.М. Заболотнов // Космические исследования. – 2013. - Т.51, №2. - С.1-12.
10. Lyubimov, V.V. Dynamics and Control of Angular Acceleration of a Re-Entry Spacecraft with a Small Asymmetry in the Atmosphere in the Presence of the Secondary Resonance Effect // V.V. Lyubimov // 2015 International Siberian Conference on Control and Communications. - 2015. – P. 1-4.
11. Калаев, М.П. Полунатурное и имитационное моделирование процесса отделения микроспутника [Текст] / М.П. Калаев, В.В. Любимов, Н.Д. Сёмкин // Гироскопия и навигация. - 2014. -№ 2 (85). - С. 52-60.
12. Zabolotnov, Yu.M. Application of the method of integral manifolds for construction of resonant curves for the problem of spacecraft entry into the atmosphere / Yu. M. Zabolotnov, V.V. Lyubimov // Cosmic Research. –Vol.41. - Issue 5. – 2003. - P. 453-459.
13. Заболотнов, Ю.М. Асимптотический анализ квазилинейных уравнений движения в атмосфере КА с малой асимметрией II / Ю.М. Заболотнов // Космические исследования. - 1994. - Т.32, №2. - С.22-33.
14. Бобылев, А.В. Оценка условий захвата в режим резонансного вращения неуправляемого тела при спуске в атмосферу/ А.В. Бобылев, В.А. Ярошевский // Космические исследования. - 1999. - Т.37, Вып.5. - С. 512-524.