

Моделирование распространения излучения в криволинейных световодах с использованием метода разделения переменных

С.И. Харитонов^{1,2}, Н.Л. Казанский^{1,2}, С.Н. Хонина^{1,2}, Ю.С. Стрелков^{1,2}

¹Институт систем обработки изображений РАН - филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН, Молодогвардейская 151, Самара, Россия, 443001

²Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королева, Московское шоссе 34А, Самара, Россия, 443086

Аннотация. Применение интегральной оптоэлектроники в сочетании с волоконно-оптическими линиями связи позволяет создать мультисенсорные системы для эффективного управления авиационной и космической техникой, промышленными объектами различного назначения. Несомненными достоинствами таких систем являются пожаро- и взрывобезопасность, малые габариты и вес, химическая инертность (стойкость), гальваническая отвязка от токонесущих конструкций, возможность осуществления бесконтактных и дистанционных измерений, возможность осуществления мультиплексирования передаваемой информации. Важным элементом любой оптоэлектронной системы являются волноводы. В данной работе проведено моделирование распространения излучения в криволинейном волноводе. Моделирование основано на использовании метода разделения переменных. В результате использования предложенного метода решение сложного уравнения сводится к решению системы обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

1. Введение

Интегральная оптика – относительно новая технология [1]. Для того чтобы полностью использовать ее потенциал, требуются дальнейшие научные исследования и конструкторские разработки [1,2]. В настоящее время интегральная оптика используется при производстве оптических разветвителей, коммутаторов, модуляторов, эрбиевых и легированных различными редкоземельными элементами волноводных усилителей, брэгговских решеток и других компонентов[5,6].

Одним из наиболее интенсивно развивающихся направлений информационно-измерительной техники и техники связи является интегральная оптоэлектроника [7,8]. Объединяя достижения физики твердого тела, интегральной и волоконной оптики, а в последнее время – нанотехнологий и нанофотоники, данное направление позволяет обеспечить создание и комплексную миниатюризацию функциональных элементов и устройств[6]. Становится возможным существенное увеличение информационной емкости каналов связи, и, следовательно, повышение качества управления объектами, осуществление мониторинга

сложных технологических процессов в реальном времени. Применение интегральной оптоэлектроники в сочетании с волоконно - оптическими линиями связи позволяет создать мультисенсорные системы для эффективного управления авиационной и космической техникой, промышленными объектами различного назначения. Несомненными достоинствами таких систем являются пожаро и взрывобезопасность, малые габариты и вес, химическая инертность (стойкость), гальваническая отвязка от токонесущих конструкций, возможность осуществления бесконтактных и дистанционных измерений, возможность осуществления мультиплексирования передаваемой информации.

Волноводы и световоды являются одним из важнейших компонентов интегральной оптики. Волноводы играют роль проводов в обычной электронике [5,6]. Они служат для передачи электромагнитных волн от одного устройства к другому, мультиплексирования сигналов. Они используются также в различных разветвителях пучков.

Существуют различные методы численного моделирования распространения излучения в волноводах и разветвителях (метод конечных элементов, метод лучевого распространения, метод конечных разностей, векторные методы и др.) [2], но каждый из них имеет свои ограничения в области применения в зависимости от постановки задачи.

В настоящей работе рассмотрен метод моделирования распространения излучения внутри искривленного по окружности волновода с квадратным поперечным сечением. Выбор для исследования такой формы волновода связан с тем, что произвольный криволинейный волновод всегда можно представить в виде набора волноводов, каждый из которых искривлен по окружности.

2. Постановка задачи

Рассмотрим волновод, ограниченный поверхностью Ω . Поверхность, ограничивающая волновод, представляет собой пересечение двух цилиндрических поверхностей с радиусами R_{min} и R_{max} и двух параллельных плоскостей, отстоящих друг от друга на расстояние b . Нормали к плоскостям параллельны образующим цилиндрических поверхностей. Сечения объемной фигуры внутри поверхности представляют собой кольцо с радиусами кривизны R_{min} и R_{max} или прямоугольник со сторонами $a \times b$, где $a = R_{max} - R_{min}$. Предельным случаем является кольцевой резонатор или прямолинейный волновод с прямоугольным сечением. К описанному выше криволинейному волноводу присоединены два волновода с прямоугольным сечением $a \times b$. Один из этих волноводов будем называть входом, другой выходом. Таким образом, исследуемая оптическая система состоит из двух прямолинейных волноводов и искривленного волновода и представлена на рисунке 1.

На вход описанной выше оптической системы подается излучение, которое описывается модой прямолинейного волновода с прямоугольным сечением. В случае отсутствия искривленной части мода будет проходить через волновод без изменения. В случае наличия искривленной части во входном волноводе появляется отраженный сигнал. В отраженном сигнале присутствуют моды отличные от входного сигнала. В выходном волноводе также появляются моды, отличные от мод входного сигнала. Задача настоящей работы состоит в описании преобразования отраженного и выходного сигналов.

3. Метод решения

Для описания распространения света будем использовать две системы координат. Одной из этих систем координат является цилиндрическая система координат

$$z = \rho \cos \varphi \quad x = \rho \sin \varphi \quad y = \zeta \quad (1)$$

Ось y направлена параллельно образующей цилиндрической поверхности. Однако цилиндрическая система координат является не вполне удобной для описания распространения света в оптической схеме содержащей совокупность прямолинейных и криволинейных волноводов. Более удобной для описания распространения света является система координат,

которая связана с цилиндрической системой следующими выражениями

$$\rho = R_{max} - x_2 \quad \varphi = \frac{z_2}{R} \quad \zeta = y_2 \quad (2)$$

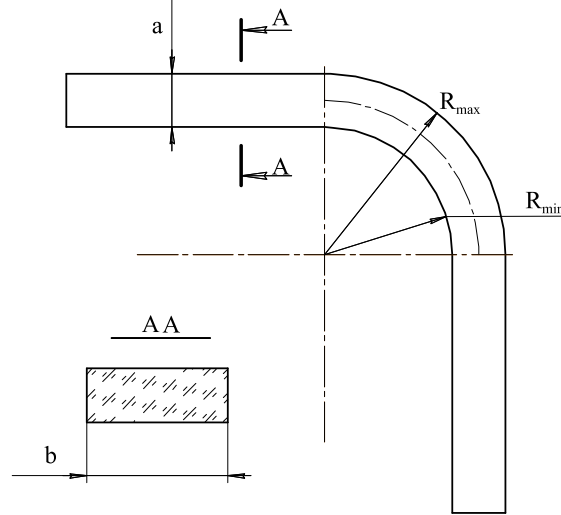


Рисунок 1. Схема исследуемого волновода.

В этой системе координат первое уравнение Максвелла имеет вид [2,3]

$$\frac{R}{R_{max} - x_2} \frac{\partial E_{y_2}}{\partial z_2} - \frac{\partial E_{z_2}}{\partial y_2} = -ikH_{x_2} \quad (3)$$

$$-\frac{\partial E_{x_2}}{\partial y_2} + \frac{\partial E_{y_2}}{\partial x_2} = ikH_{z_2} \quad (4)$$

$$-\frac{1}{(R_{max} - x_2)} \frac{\partial \left((R_{max} - x_2) E_{z_2} \right)}{\partial x_2} + \frac{R}{(R_{max} - x_2)} \frac{\partial E_{x_2}}{\partial z_2} = ikH_{y_2} \quad (5)$$

второе уравнение Максвелла в данной системе координат имеет вид

$$\frac{R}{R_{max} - x_2} \frac{\partial H_{y_2}}{\partial z_2} - \frac{\partial H_{z_2}}{\partial y_2} = ik\varepsilon E_{x_2} \quad (6)$$

$$-\frac{\partial H_{x_2}}{\partial y_2} + \frac{\partial H_{y_2}}{\partial x_2} = -ik\varepsilon E_{z_2} \quad (7)$$

$$-\frac{1}{(R_{max} - x_2)} \frac{\partial \left((R_{max} - x_2) H_{z_2} \right)}{\partial x_2} + \frac{R}{(R_{max} - x_2)} \frac{\partial H_{x_2}}{\partial z_2} = -ik\varepsilon E_{y_2} \quad (8)$$

Далее рассмотрим случай, когда свойство среды не зависит от координаты y_2 . В этом случае для решения приведенной системы уравнений Максвелла можно использовать метод разделения переменных. Пусть

$$E(x_2, z_2, y_2) = E(x_2, z_2) \exp(i\gamma y_2) \quad (9)$$

$$H(x_2, z_2, y_2) = H(x_2, z_2) \exp(i\gamma y_2) \quad (10)$$

В этом случае все компоненты электромагнитного поля выражаются через компоненты E_{y_2}, H_{y_2}

$$H_{x_2} = \left(k^2 \varepsilon - \gamma^2 \right)^{-1} \left(k\varepsilon \frac{iR}{R_{max} - x_2} \frac{\partial E_{y_2}}{\partial z_2} + i\gamma \frac{\partial H_{y_2}}{\partial x_2} \right) \quad (11)$$

$$E_{z_2} = (k^2 \varepsilon - \gamma^2)^{-1} \left(ik \frac{\partial H_{y_2}}{\partial x_2} + \gamma \frac{iR}{R_{max} - x_2} \frac{\partial E_{y_2}}{\partial z_2} \right) \quad (12)$$

$$E_{x_2} = (k^2 \varepsilon - \gamma^2)^{-1} \left(-k \frac{iR}{R_{max} - x_2} \frac{\partial H_{y_2}}{\partial z_2} + i\gamma \frac{\partial E_{y_2}}{\partial x_2} \right) \quad (13)$$

$$H_{z_2} = (k^2 \varepsilon - \gamma^2)^{-1} \left(-ik \varepsilon \frac{\partial E_{y_2}}{\partial x_2} + \gamma \frac{iR}{R_{max} - x_2} \frac{\partial H_{y_2}}{\partial z_2} \right) \quad (14)$$

Уравнение для $E_{y_2} H_{y_2}$ имеет вид

$$\frac{1}{(R_{max} - x_2)} \frac{\partial}{\partial x_2} \left((R_{max} - x_2) \left(\frac{\partial E_{y_2}}{\partial x_2} \right) \right) + \left(\frac{R}{R_{max} - x_2} \right)^2 \frac{\partial}{\partial z_2} \left(\frac{\partial E_{y_2}}{\partial z_2} \right) + (k^2 \varepsilon - \gamma^2) E_{y_2} = 0 \quad (15)$$

$$\frac{1}{(R_{max} - x_2)} \frac{\partial}{\partial x_2} \left((R_{max} - x_2) \left(\frac{\partial H_{y_2}}{\partial x_2} \right) \right) + \left(\frac{R}{R_{max} - x_2} \right)^2 \frac{\partial}{\partial z_2} \left(\frac{\partial H_{y_2}}{\partial z_2} \right) + (k^2 \varepsilon - \gamma^2) H_{y_2} = 0 \quad (16)$$

Для дальнейших рассуждений важно, что уравнения для $E_{y_2} H_{y_2}$ представляются в виде

$$\frac{\partial}{\partial z_2} \left(\frac{\partial F}{\partial z_2} \right) = -H_{\omega y}(x_2) F \quad (17)$$

Оператор $H(x_2)$ имеет вид

$$H_{\omega y}(x_2) = \left(\frac{R}{R_{max} - x_2} \right)^{-1} \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\frac{(R_{max} - x_2)}{R} \left(\frac{\partial}{\partial x_2} \right) \right) + \left(\frac{R}{R_{max} - x_2} \right)^{-2} (k^2 \varepsilon - \gamma^2) \quad (18)$$

Для решения этого уравнения можно также использовать метод разделения переменных. В результате уравнения для $E_{y_2} H_{y_2}$ сводятся к решению системы дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами.

В случае, если волновод состоит из нескольких искривленных участков, то решение уравнения на каждом из участков сводится к решению системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Далее решения сшиваются. Для сшивки решений используется непрерывность тангенциальных компонент электрического и магнитного полей.

Решение для схемы изображённой на рисунке 1 при $y=0$, представлено на рисунках 2, 3, 4 для входа, искривлённой части и выхода соответственно.

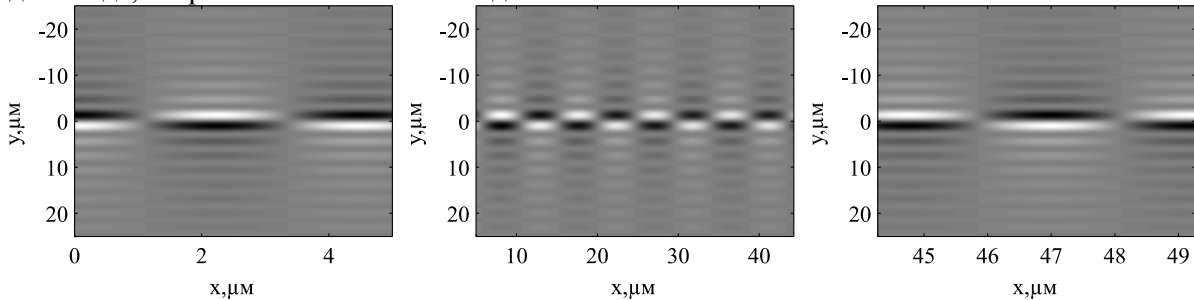


Рисунок 2. Моды на входе. **Рисунок 3.** Моды в искривлённом сегменте. **Рисунок 4.** Моды на выходе.

Решение было получено для стеклянного волновода на который падает свет с длиной волны $\lambda = 500 \text{ нм}$. Радиус искривлённого сегмента волновода равен 100λ , длины входа и выхода одинаковы и равны 10λ . Угол искривлённой части равен $\frac{\pi}{2}$. Ширина волновода в направлении оси x равна 100λ .

4. Заключение

Важным элементом любой оптоэлектронной системы являются волноводы. В оптических системах, содержащих элементы интегральной оптики, световоды и волноводы играют роль проводов. В данной работе проведено моделирование распространения излучения в криволинейном волноводе. Моделирование основано на использовании метода разделения переменных. В результате использования предложенного метода решение сложного уравнения сводится к решению системы обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Получено аналитическое решение.

В случае, когда волновод состоит из нескольких искривленных участков, то решение уравнения на каждом из участков сводится к решению системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Далее решения сшиваются. Для сшивки решений используется непрерывность тангенциальных компонент электрического и магнитного полей. Достоинство данного подхода состоит в том, что решение задачи сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений. Предложенный метод можно использовать для моделирования оптических систем, содержащих произвольное количество волноводов.

5. Благодарности

Работа выполнена при поддержке Федерального агентства научных организаций (соглашение № 007-ГЗ/ЧЗ363/26) и грантов РФФИ 16-29-09528, 16-29-11744.

6. Литература

- [1] Gert, S. Coupled waveguide-systems microwave measurements and calculations with beam-propagation-method / Sinn Gert // 16th Congress of the International Commission for Optics: Optics as a Key to High Technology. – 1993. – Vol. 1983. DOI: 10.1117/12.2308524.
- [2] Nishihara, H. Electro-optics handbook / H. Nishihara, M. Haruna, T. Suhara, // New York, 1989. – P. 869.
- [3] Тихонов, А.Н. Уравнения математической физики / А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. – Москва: Издательство Московского государственного университета, 2004. – 403 с.
- [4] Кошляков, Н.С. Уравнения в частных производных математической физики / Н.С. Кошляков, Э.Б. Глинер, М.М. Смирнов. – М.: Высшая школа, 1970. – 488 с.
- [5] Degtyarev, S. 3D-simulation of silicon micro-ring resonator with Comsol / S.A. Degtyarev, V. Podlipnov, Payal Verma, S. Khonina // The International Conference on Micro- and Nano-Electronics, 2013. – 139 p.
- [6] Butt, M. Conditions of a single-mode rib channel waveguide based on dielectric TioO2/SiO2 / M. Butt, E. Kozlova, S. Khonina // Computer Optics. – 2016. – Vol. 41(4). – P. 494-498. DOI: 10.18287/2412-6179-2016-40-4-494-498.
- [7] Kotlyar, V. Subwavelength location of light in waveguide structures / V. Kotlyar, A. Kovalev, Ya. Shuyupova, A. Nalimov, V. Soifer // Computer Optics. – 2010. – Vol. 34(2). – P. 169-186.
- [8] Kazanskiy, N. Using guided-mode resonance to design nano-optical spectral transmission filters / N. Kazanskiy, P. Serafimovich, S. Popov, S. Khonina // Computer Optics. – 2010. – Vol. 34(2). – P. 162-168.

Simulation of radiation propagation in curvilinear optical lightguides using the method of variables separation

S.I. Kharitonov^{1,2}, N.L. Kazanskiy^{1,2}, S.N. Khonina^{1,2}, Yu.S. Strelkov^{1,2}

¹ Image Processing Systems Institute of RAS - Branch of the FSRC "Crystallography and Photonics" RAS, Molodogvardejskaya street 151, Samara, Russia, 443001

²Samara National Research University, Moskovskoe Shosse 34A, Samara, Russia, 443086

Abstract. The work is devoted to the quantization of the electromagnetic field in curved waveguides.

Keywords: Quantization, electromagnetic field, curved waveguides.