

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЛАЗЕРНЫХ ПУЧКОВ ABCD МЕТОДОМ

Е.О. Монин

Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет)

В данной работе проведено исследование прохождения оптического сигнала в виде прямоугольного импульса через оптическую систему, состоящую из трех компонентов. Были получены и проанализированы результаты использования ABCD метода и последовательного преобразования Френеля.

Ключевые слова: ABCD метод, преобразование Френеля, формула Коллинза, прямоугольный импульс, матричное представление оптической системы.

Введение

Матричная оптика [1] – объединение геометрических законов и матричного аппарата, служащее для описания распространения лучей.

Оптическая система [2] (ОС) состоит из некоторого количества отражающих и преломляющих поверхностей, которые разделяют пространство, в котором распространяется луч. Траектория луча представляет собой последовательность отрезков прямых линий.

Для некоторого набора идеальных ОС существует матрица, описывающая преобразования лучей, которая является перемноженными матрицами, описывающих отдельные участки данной ОС.

Распространение интенсивности лазерного пучка на выходе ОС можно рассчитать с помощью операторов распространения в свободном пространстве, в частности, преобразования Френеля [3]. Результатом будет являться суперпозиция преобразований, примененная к входному распределению.

Для описания хода лучей в ОС можно воспользоваться ABCD-методом [4]. Элементы матрицы преобразования, кроме того, могут быть использованы в качестве коэффициентов в формуле Коллинза [5, 6] для нахождения распределения интенсивности на выходе ОС в рамках параксиальной оптики.

Нужно отметить, что интеграл Коллинза используется для описания довольно широкого спектра ОС, включая оптические волокна с параболическим показателем преломления [7, 8] и линзовые системы [9, 10]. Причем некоторые из таких систем, состоящие из нескольких сферических и цилиндрических линз используются для астигматического преобразования падающего излучения с целью формирования вихревых пучков [10-12].

Матричная оптика

Рассмотрим только те лучи, которые лежат в одной плоскости с главной оптической осью (меридиональные) (рис.1). Опорная плоскость (ОП) – плоскость перпендикулярная оптической оси. Любой меридиональный луч можно описать с помощью двух параметров: координаты y у точки пересечения луча с ОП и угла α .

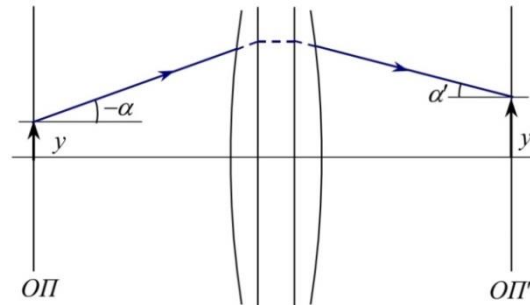


Рис. 1. Пример меридионального луча

Вместо угла α часто используют направляющий косинус V оптического лучевого вектора: $V = n \cdot \cos \beta = -n \cdot \sin \alpha = -n \cdot \alpha$. Где β – угол между лучом и осью y , $n \cdot \alpha$ – приведенный угол.

Действие ОС заключается в преобразовании координат лучей:

$$\begin{pmatrix} y \\ V \end{pmatrix} \rightarrow (OC) \rightarrow \begin{pmatrix} y' \\ V' \end{pmatrix} \quad (1)$$

Преобразование (1) можно записать в матричной форме:

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} y \\ V \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y' \\ V' \end{pmatrix} \quad (2)$$

Идеальная ОС полностью описывается матрицей преобразования лучей G (3), которая также называется гауссовой матрицей или ABCD-матрицей.

$$G = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \quad (3)$$

Есть два вида элементарных вида преобразования – перенос и преломление луча. Для каждого существует своя матрица преобразования.

Матрица преломления (4) описывает изменение угла траектории луча (рис.2).

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\Phi & 1 \end{pmatrix} \quad (4)$$

Где Φ – оптическая сила элемента. Матрица (4) также является матрицей для тонкой линзы [13].

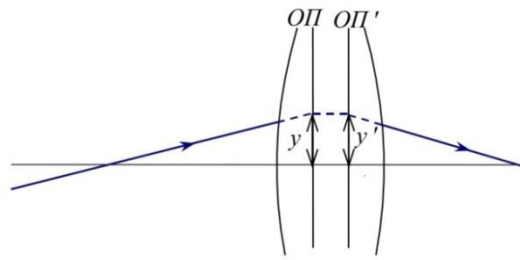


Рис. 2. Преломления луча

Матрица переноса (5) характеризует участок, изображенный на рис.3.

$$T = \begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (5)$$

Где d – расстояние между ОП, n – показатель преломления среды.

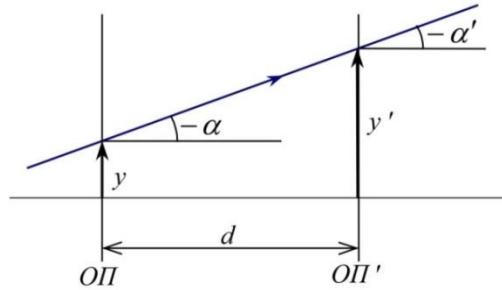


Рис. 3. Перенос луча

Помимо двух элементарных матриц преобразований, есть множество примеров матриц для других систем [1].

Матрица перехода (6) сферической границы раздела сред (рис.4).

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n_1 - n_2}{n_2 R} & \frac{n_1}{n_2} \end{pmatrix} \quad (6)$$

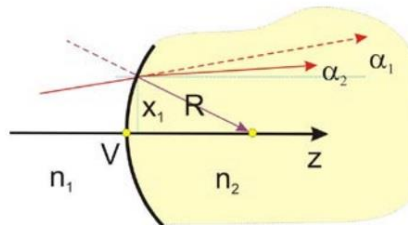


Рис. 4. Матрица перехода через сферическую поверхность

Матрица зеркала (7) с радиусом кривизны R (рис.5).

$$S = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{R} & 1 \end{pmatrix} \quad (7)$$

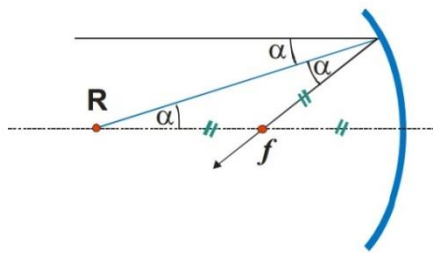


Рис. 5. Матрица зеркала

Любую ОС можно представить как комплекс некоторого количества компонентов (рис.6).

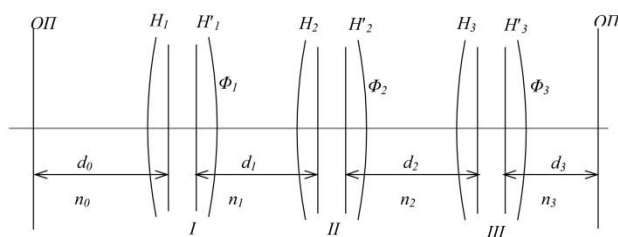


Рис. 6. Пример оптической системы с несколькими компонентами

Матрица такой системы будет состоять из произведения матриц преломления R_n и переноса T_n для отдельных компонентов (8).

$$G = T_3 R_3 T_2 R_2 T_1 R_1 T_0 = R_n T_n \dots R_n T_n \quad (8)$$

Преобразование Френеля

Преобразование Френеля (9) используется для описания дифракции света в свободном пространстве.

$$F(u) = \frac{\exp(ikz)}{\sqrt{i\lambda z}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \exp\left[\frac{ik}{2z}(x-u)^2\right] dx \quad (9)$$

где z – оптический путь, k – волновое число, λ – длина волны.

Формула Коллинза

При изучении дифракции лазерных пучков, проходящие через симметричные параксиальные оптические системы, удобно использовать формулу Коллинза (10).

$$F(u) = \frac{\exp(ikL)}{\sqrt{i\lambda B}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \times \exp\left[\frac{ik}{2B}(Au^2 + Dx^2 - 2xu)\right] dx \quad (10)$$

Где L – оптическая длина пути.

Формула Коллинза, к примеру, используется для упрощения цифровой обработки голограмм. В настоящее время дифракционный интеграл Френеля широко используется при изучении цифровой голографии. Многие исследования были успешно проведены, где амплитуда и фаза распределения дифрагированной волны вычислялись с помощью интеграла (9).

При подстановке коэффициентов матрицы переноса (5) в формулу Коллинза (10) получается, в чистом виде, преобразование Френеля (9).

Результаты моделирования

Мною была написана программа, которая позволяет генерировать, загружать начальные сигналы и обрабатывать их. А именно производить преобразование Френеля (9), а также реализована формула Коллинза (10).

Я рассмотрел систему, состоящую из участков, оптическая сила которых равна нулю, $\Phi = 0$. Пример такой ОС можно увидеть на рис.7.

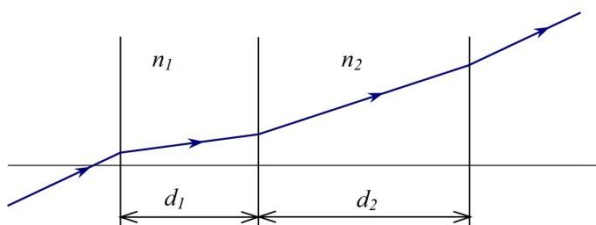


Рис. 7. Система из участков со свободным пространством

Матрица такой ОС будет состоять только из матриц переноса:

$$G = T_2 T_1 \quad (11)$$

Я сравнил результаты прохождения прямоугольного сигнала (12) (рис. 8) с $\lambda = 0,0007\text{мм}$ через 3 слоя, толщина которых равны $z_1 = 800\text{мм}, z_2 = 400\text{мм}, z_3 = 1200\text{мм}$, показатель преломления $n_1 = 1, n_2 = 1,2, n_3 = 1,5$ соответственно, полученные последовательным вычислением преобразованием Френеля (9) и формулой Коллинза (10) с матрицей преобразования лучей данной ОС.

$$\text{rect}\left(\frac{x}{T}\right) = \begin{cases} 1, & |x| \leq \frac{1}{2} \\ 0, & |x| > \frac{1}{2} \end{cases} \quad (12)$$

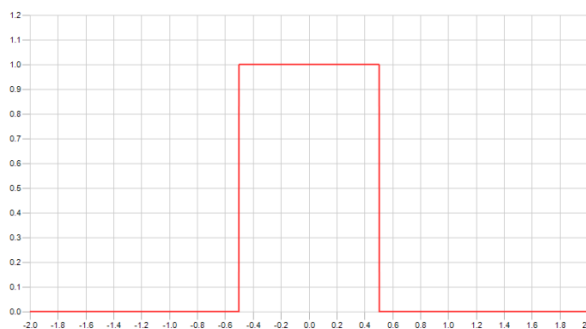


Рис. 8. Прямоугольный сигнал

Брав последовательно преобразования Френеля, получал следующие графики (рис.9):

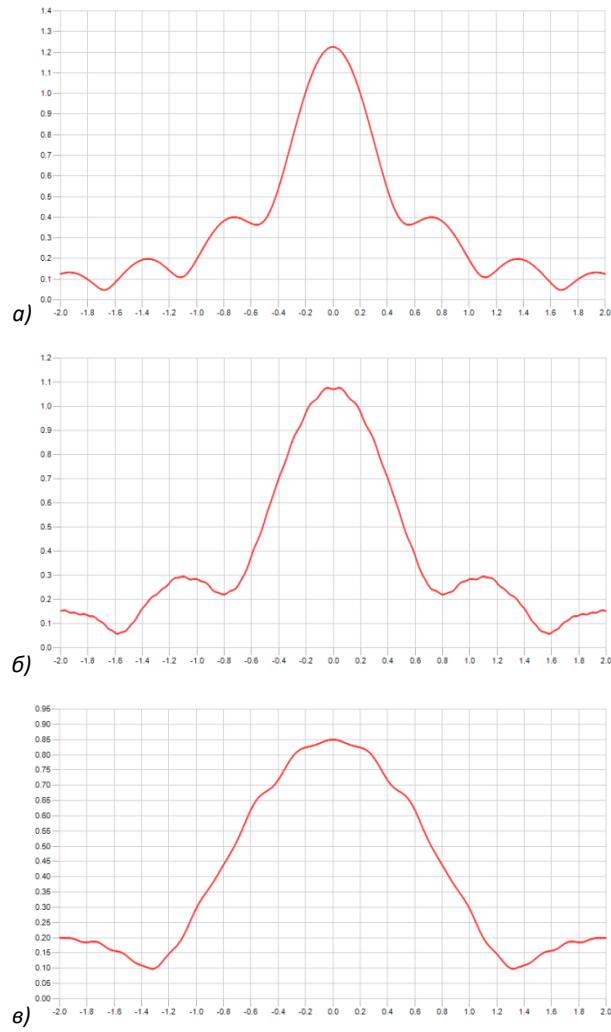


Рис. 9. Последовательность графиков преобразований Френеля

На рис. 9 в видно как сигнал стал рассеиваться.

После этого начал искать матрицу преобразования G (13) для данной ОС:

$$\left\{ \begin{array}{l} G = G_3 G_2 G_1 \\ G_1 = \begin{pmatrix} 1 & 800 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 800 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ G_2 = \begin{pmatrix} 1 & 400 \\ 0 & 1,2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 333,33 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ G_3 = \begin{pmatrix} 1 & 1200 \\ 0 & 1,5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 800 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array} \right. \quad (13)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & z_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & z_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & z_1 + z_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (14)$$

Из (14) следует, что G будет являться матрицей переноса, у которого коэффициент B будет равен сумме всех z деленных на свой показатель преломления. В результате получил следующую матрицу (15):

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 1933,33 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (15)$$

Подстановка коэффициентов матрицы (15) в формулу Коллинза (10) позволяет получить результат, показанные на рис.10.

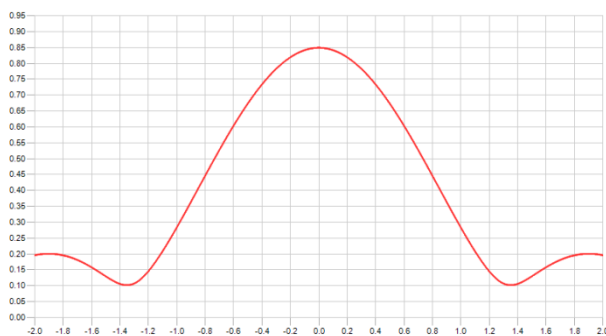


Рис. 10. Результат применения формулы Коллинза

Если наложить графики, полученные двумя методами (рис.11), то видно, что оба метода дают схожий результат, что говорит, об эффективности применения ABCD-метода.

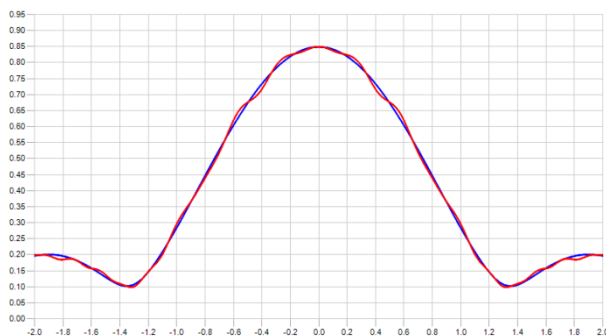


Рис. 11. Графики использования ABCD-метода (синий) и преобразования Френеля (красный)

Преимущество использования ABCD-метода заключается в том, что выполняются сначала элементарные преобразования матриц и затем производится лишь одно вычисление с помощью формулы Коллинза, когда использование преобразования Френеля подразумевает подсчет его для каждого компонента.

Заключение

В работе было проведено исследование прохождения прямоугольного сигнала через оптическую систему, которая состояла из трех участков.

Были сравнены результаты прохождения сигнала через ОС, полученные с помощью преобразования Френеля и интеграла Коллинза

Сравнение показало, что использование ABCD-метода совместно с интегралом Коллинза дает результат, совпадающий с некоторой погрешностью с преобразованием Френеля, но с существенным сокращением вычислительных затрат. Преимущество использования ABCD-метода состоит не только в уменьшении времени расчета, но и в уменьшении погрешности, так как операция численного интегрирования выполняется только один раз на финальной стадии расчетов.

Литература

1. Соловьев, В.Д. Основы лазерной физики. Текст лекций (3 курс). – СПб: СПб ГПУ (ФТИМ) 2012.
2. Родионов, С.А. Основы оптики. Коспект лекций. – СПб: СПб ГИТМО (ТУ) 2000.
3. Хонина, С. Н. Оптическая информатика [Электронный ресурс]: электрон. учеб. пособие / С.Н. Хонина; Минобрнауки России, Самар.гос. аэрокосм. ун-т им С. П. Королева (нац. исслед. ун-т). – Электрон. текстовые и граф. дан. (0,43 Мбайт). – Самара, 2011. – 1 эл. опт. Диск (CD-ROM).
4. Джеррард А., Бёрч Дж. М., Введение в матричную оптику, перевод с английского, Издательство «Мир», Москва, 1978
5. Goodman, J.W. Introduction to Fourier optics / J.W. Goodman. – McGraw-Hill, 1996. – 441 p.
6. Junchang Li. Algorithm study of Collins formula and inverse Collins formula / Junchang Li, Chongguang Li. – Yunnan: Kunming University of Science and Technology. – 2008.- Vol. 47, No. 4.
7. McMullin, J.N. The ABCD matrix in arbitrarily tapered quadratic-index waveguides / J.N. McMullin // Applied Optics. – 1986. – Vol. 25. – P. 2184.
8. Стрилец, А.С. Согласование и исследование методов, основанных на дифференциальном и интегральном операторах распространения лазерного излучения в среде с малыми неоднородностями / А.С. Стрилец, С.Н. Хонина // Компьютерная оптика. – 2008. – № 32, Т. 1. – С. 3-38.
9. Cai, L.Z. Optical implementation of scale invariant fractional Fourier transform of continuously variable orders with a two-lens system / L.Z. Cai, Y.Q. Wang // Optics & Laser Technology. – 2002. – Vol. 34. – P. 249-252.
10. Малютин, А.А. Использование дробного Фурье-преобразования в $\pi/2$ -конвертерах лазерных мод / А.А. Малютин // Квантовая электроника. – 2004. – № 2. – С. 165-171.
11. Beijersbergen, M.W. Astigmatic laser mode converters and transfer of orbital angular momentum / M.W. Beijersbergen, L. Allen, H.E.L.O. van der Veen, J.P. Woerdman // Optics Communications. – 1993. – Vol. 96. – P. 123-132.
12. Хонина, С.Н. Расширение функциональных возможностей модовых астигматических конвертеров на основе применения дифракционных оптических элементов / С.Н. Хонина, С.В. Карпеев, А.В. Устинов // Известия Самарского научного центра РАН. – 2009. – № 11(5). – С. 13-23.
13. Филиппова, Е.А. Матричный метод описания центрированных оптических систем [Электронный ресурс]: методическая разработка / Филиппова Е.А., Фишман А.И.; Казан. гос. ун-т. – 1996. – URL: http://old.kpfu.ru/f6/k1/bin_files/40.pdf (дата обращения 23.03.2016).