

# МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕЗОНАНСНОЙ ФОКУСИРОВКИ КОРОТКОГО ИМПУЛЬСА ПОЛИЭСТРОВЫМ ЦИЛИНДРОМ

Е.С. Козлова<sup>1,2</sup>, В.В.Котляр<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Институт систем обработки изображений РАН,

<sup>2</sup>Самарский государственный аэрокосмический университет им. академика С.П. Королёва  
(национальный исследовательский университет)

С помощью FDTD-метода исследуется временная зависимость параметров фокусного пятна при резонансной фокусировке плоской ТЕ-волны на диэлектрическом микроцилиндре с показателем преломления 1,59. Показано, что по мере прохождения пикосекундного импульса через цилиндр ширина фокуса уменьшается, интенсивность в фокусе растёт, также растёт энергия моды, запасённая внутри цилиндра. После прохождения импульса в цилиндре остаётся вытекающая мода Бесселя, совпадающая с модой круглого проволочного волокна с нулевой константой распространения. С течением времени энергия этой моды вытекает из цилиндра. Для 18 моды насыщение наступает после прохождения 1200 периодов (2,5 пс), а для 19 - после прохождения 3500 периодов (7,3 пс). Ширина фокусного пятна, формируемого импульсом длительностью 2,5 пс, при прохождении через цилиндр радиуса  $R=2,1749\lambda$ , достигает наилучшего значения  $\text{FWHM}=0,22\lambda$  и совпадает с аналитически рассчитанным.

## Введение

В последнее время много внимания уделяется изучению субволновой фокусировки лазерного света на микрочастицах, в том числе на микросферах и микроцилиндрах, радиусы которых сравнимы с длиной волны света [1]. В [2,3] рассматривалась фокусировка микроцилиндром: эллиптическим [1] и многослойным [2]. Минимальный размер фокуса был получен  $\text{FWHM}=0,46\lambda$  [2]. В [3,4] моделировалась резонансная фокусировка света микросферами. В [5] аналитически с помощью ряда из функций Бесселя рассматривалась резонансная фокусировка ТЕ-поляризованного лазерного света микроцилиндром из полиэстра (показатель преломления  $n=1,59$ ). Для 18-ой моды (мода шепчущей галереи) получен фокус вне микроцилиндра размером  $\text{FWHM}=0,22\lambda$ .

В данной работе с помощью FDTD-метода и программы FullWAVE исследуется временная зависимость параметров фокусного пятна при резонансной фокусировке плоской ТЕ-волны на диэлектрическом микроцилиндре.

## Изменение параметров резонансного фокуса во времени

Рассмотрим моделирование распространения плоской ТЕ-волны через цилиндр в течение 1,06 пс. Моделирование проводится с помощью решения уравнений Максвелла FDTD-методом, реализованным в FullWAVE. Параметры моделирования: длина волны излучения  $\lambda=0,633$  мкм, радиус цилиндра  $R=2,1749\lambda$ , показатель преломления среды 1, показатель преломления цилиндра  $n=1,59$ . Шаги дискретизации по пространственным переменным - 0,002 мкм, по времени - 0,0001 мкм. Длительность импульса в 1,06 пс соответствует 500 периодам электромагнитной волны. То есть, после прохождения 500 периодов импульс пройдет цилиндр и уйдет дальше вдоль оси  $z$ . На рис.1 показаны картины дифракции при прохождении импульса через цилиндр в разные моменты времени.

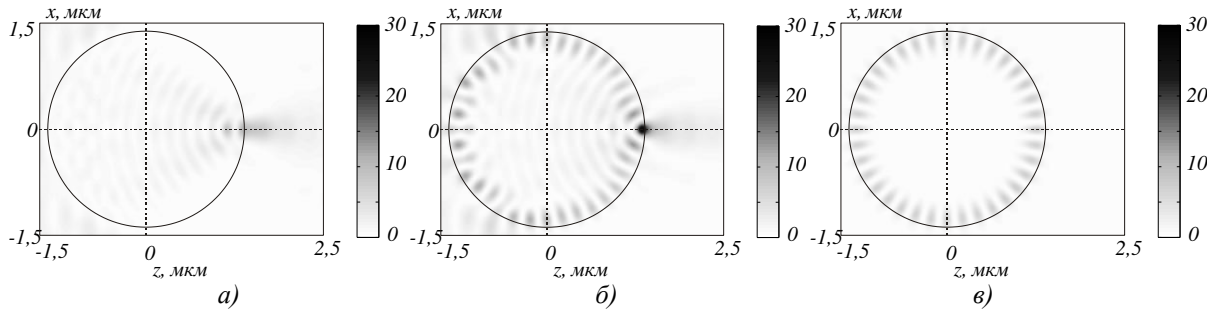


Рис 1. Распределение интенсивности в ходе дифракции ТЕ-импульса света длительностью 1,06 пс (500 периодов) на цилиндре ( $R = 2,1749 \lambda$ ) в моменты времени, соответствующие а) 25-, б) 500-, в) 525-периодам

Из рис.1 видно, что в течении первых 25 периодов прохождения импульса происходит нерезонансная фокусировка света (ширина фокуса  $\text{FWHM}=0,33\lambda$ ). После прохождения импульсом 500 периодов (импульс начинает выходить из цилиндра) уже заметно формирование моды (локальные максимумы интенсивности на рис.1б вдоль поверхности цилиндра) и ширина фокуса уменьшается до  $\text{FWHM}=0,26\lambda$ . На рис.1в показана картина дифракции, когда импульс уже вышел из цилиндра. Видно, что вдоль круглой границы сечения цилиндра уложились ровно 36 полупериодов моды:

$$E_y(r, \varphi) = \exp(im\varphi) \times \begin{cases} J_m(knr), & r < R, \\ J_m(knR) K_m^{-1}(ikR) K_m(ikr), & r > R, \end{cases} \quad (1)$$

где  $m=18$  (рис.1в),  $K_m(x)$ - функция Макдональда,  $(r, \varphi)$  - полярные координаты в плоскости  $xz$ . Из (1) можно оценить радиус  $R_l$ , на котором должны находиться максимумы лепестков моды на рис. 1в. Для этого надо приравнять аргумент функции Бесселя к ее первому корню  $\gamma'_m \approx m + m^{1/3} 0,808618$ . Тогда получим ( $m=18$ ):

$$R_l = \left( \frac{\gamma'_m}{2\pi n} \right) \lambda \approx 2,0138\lambda. \quad (2)$$

Радиус, на котором располагается левый максимум моды равен  $R_1 = 2,0114\lambda$ , а радиус, на котором располагается правый максимум моды равен  $R_2 = 1,9918\lambda$ . Эти радиусы близки к предсказанному теоретически (2).

Заметим, что (1) это мода круглого проволочного волокна без оболочки, у которой константа распространения (проекция волнового вектора на ось волокна  $y$ ) равна нулю. Поэтому мода (1) на рис.1в является вытекающей. То есть с течением времени энергия, запасенная в цилиндре, будет уходить из него перпендикулярно его поверхности. Динамика этих процессов показана на рис.2.

Из рис.2 видно, что пока импульс проходил через цилиндр и "подпитывал" энергию моды ( $T < 500$ ), происходило уменьшение ширины фокусного пятна  $\text{FWHM}$  (рис.2а) и глубины фокуса  $\text{DOF}$  (рис.2б). а также рост максимальной интенсивности в фокусе  $I_{\max}$  (рис.2в). Рост максимальной интенсивности в фокусе означает увеличение энергии (мощности) моды, запасённой внутри цилиндра (за 1000 периодов  $I_{\max}$  увеличивается в 3 раза с 10,34 до 30,9). Эффективность  $\eta$  рассчитывалась на расстоянии длины волны за цилиндром (чтобы не учитывать поверхностные волны) как отношение мощности света в области фокуса к мощности света, падающей на цилиндр. Из рис.2г видно, что эффективность остается почти постоянной и равна примерно  $\eta = 9\%$  ( $T < 500$ ). Если бы падающее излучение было непрерывным, то описанная динамика фокусного пятна сохранялась бы (линии 1 на рис.2). После прохождения импульса через цилиндр ( $T > 500$ ) на всех графиках рис.2 появляются резкие скачки. Фокусное пятно уширяется до  $\text{FWHM}=0,88\lambda$ , глубина фокуса также увеличивается до  $\text{DOF}=0,57\lambda$ . Теперь фокус формируется только модой (поверхностной стоячей волной). Так как энергия моды вытекает из цилиндра, то максимальная интенсивность фокуса на рис.2в после 500 периодов медленно убывает (за время с 500 до 1000 периодов волны интенсивность моды

(и фокуса) уменьшается в 10 раз). Заметим, что если бы длительность импульса была в 2 раза больше (2,12 пс), то за 1000 периодов, которые этот импульс проходил через цилиндр, ширина фокуса уменьшилась бы до величины  $FWHM=0,24\lambda$ . Минимальная величина ширины фокуса достигается в стационарном случае (при  $T \rightarrow \infty$ ) и равна  $FWHM=0,226\lambda$ .

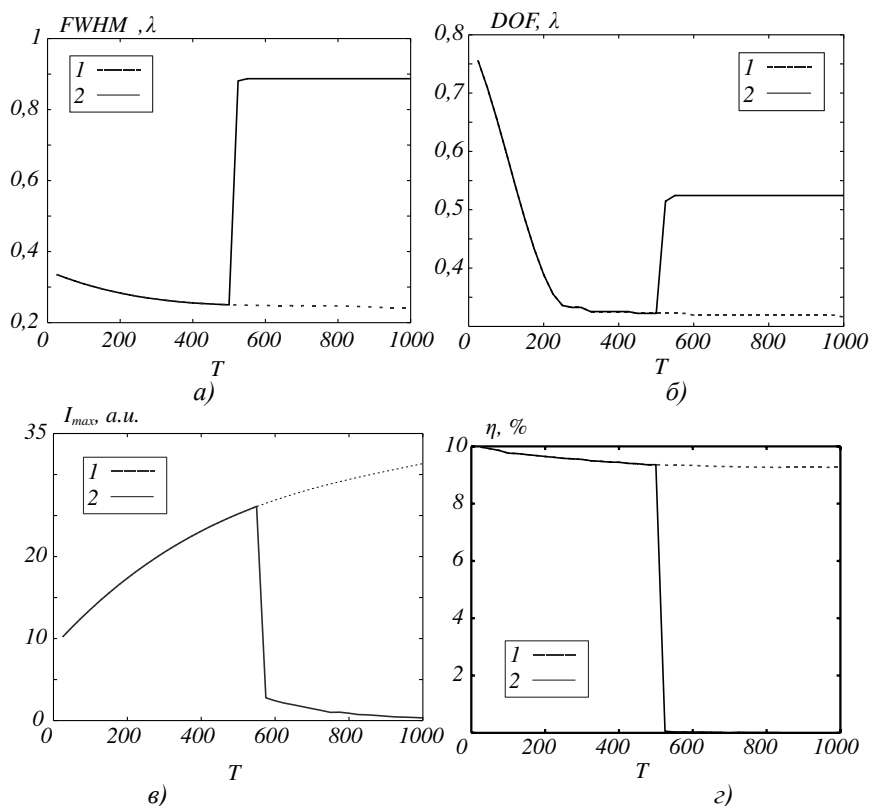


Рис 2. Зависимость параметров фокусного пятна и эффективности  $\eta$  для радиуса  $R = 2,1749\lambda$  от количества пройденных периодов  $T$  импульса длительностью 1,06 пс: а)  $FWHM$ , б)  $DOF$ , в)  $I_{max}$ , г)  $\eta$  (1 - непрерывное излучение, 2 - импульс)

Может показаться, что для уменьшения ширины фокуса следует выбирать моду более высокого порядка, например, вместо  $m=18$  взять моду с номером  $m=19$ . Но это не так, потому что с ростом номера моды  $m$  растет и резонансный радиус. Для моды  $m=19$  этот радиус равен  $R = 2,284\lambda$ . На рис.3 показаны картины интенсивности при прохождении импульса длительностью 1,06 пс через цилиндр с резонансным радиусом  $R = 2,284\lambda$ .

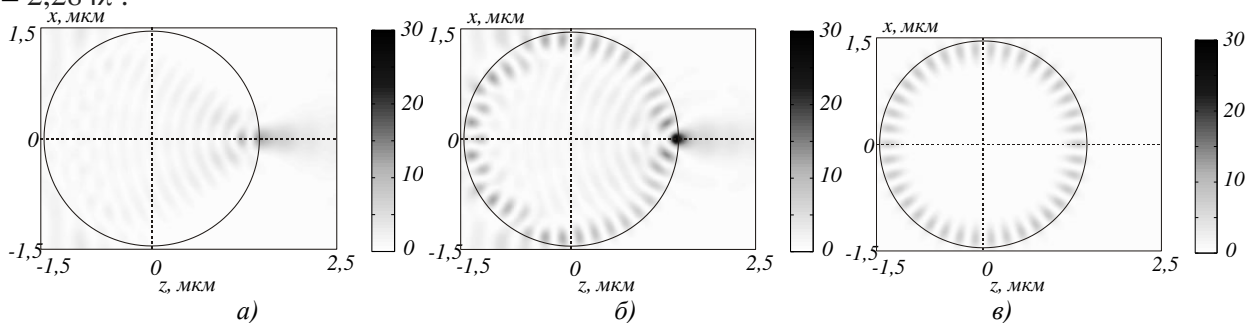


Рис 3. Распределение интенсивности импульса в ходе дифракции света на цилиндре ( $R = 2,284\lambda$ ) в момент времени, соответствующий прохождению а) 25-, б) 500-, в) 525-периодов

На рис.3 ширина фокусов в показанных кадрах равна  $FWHM=0,55\lambda$  (рис.3а),  $FWHM=0,26\lambda$  (рис.3б),  $FWHM=0,87\lambda$  (рис.3в). То есть за 500 периодов ширина фокуса уменьшилась до такой же величины, как и на рис.2 ( $FWHM=0,26\lambda$ ). На рис.3 в цилиндре укладывается ровно 38 полупериодов моды Бесселя (1) с номером  $m=19$ .

Если выбрать нерезонансный радиус цилиндра, то при прохождении импульса через цилиндр ширина фокусного пятна почти не будет меняться, как и максимальная интенсивность в фокусе. На рис.4 показаны две картины дифракции для цилиндра с нерезонансным радиусом ( $R = 2,22\lambda$ ) через 25 и 325 периодов. Видно, что картинка почти одинаковая и мода внутри цилиндра не формируется. Для обеих картин ширина фокусов почти одинаковая:  $\text{FWHM}=0,345\lambda$  (рис.4а),  $\text{FWHM}=0,351\lambda$  (рис.4б), и максимальная интенсивность тоже:  $I_{\max} = 9,77$  (рис.4а),  $I_{\max} = 9,34$  (рис.4б).

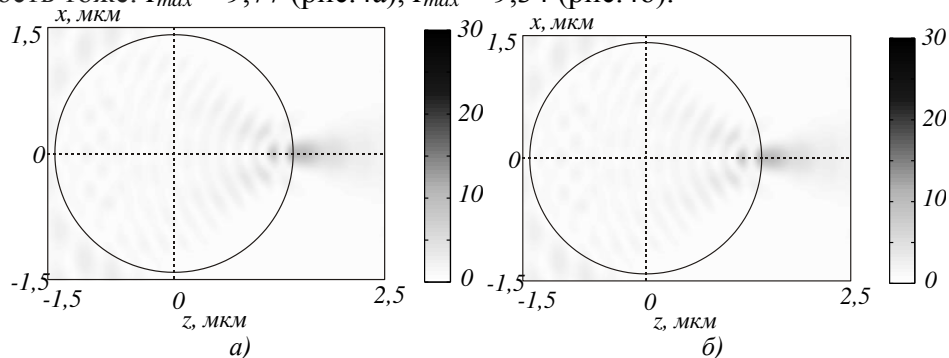


Рис 4. Распределение интенсивности непрерывного излучения в ходе дифракции света на нерезонансном цилиндре ( $R = 2,2\lambda$ ) в момент времени, соответствующий прохождению а) 25, б) 325 периодов

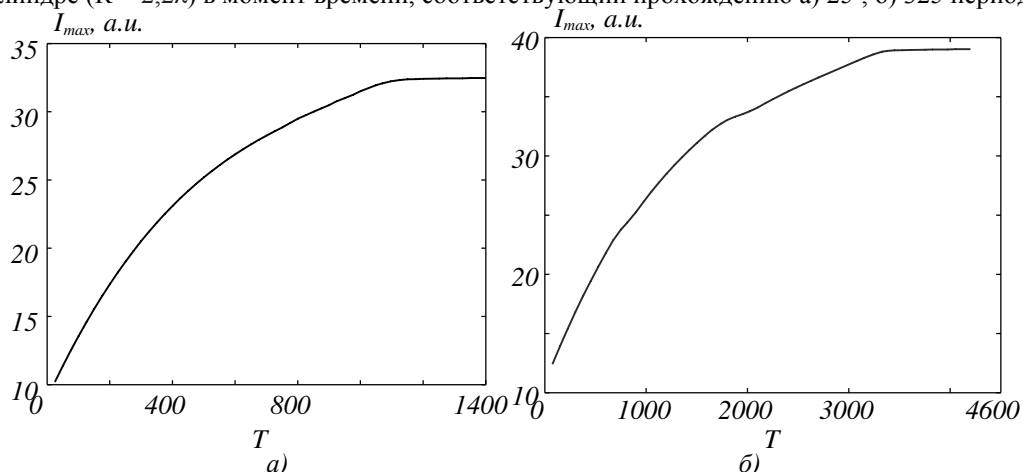


Рис 5. Зависимость максимальной интенсивности в фокусе от длительности импульса (в периодах) для а) 18 моды ( $R = 2,1749\lambda$ ); б) 19 моды ( $R = 2,284\lambda$ )

На рис. 5 приведены графики максимальной интенсивности, по которым можно оценить количество периодов в излучении, после прохождения которых процесс выйдет на насыщение. Из рис. 5 видно, что для 18 моды насыщение наступает после прохождения 1200 периодов (2,5 пс), а для 19 - после прохождения 3500 периодов (7,3 пс). Ширина фокусного пятна, формируемого импульсом длительностью 2,5 пс, при прохождении через цилиндр радиуса  $R=2,1749\lambda$ , достигает наилучшего значения  $\text{FWHM}=0,22\lambda$  и совпадает с аналитически рассчитанным[5].

### Заключение

Стационарный случай наступает тогда, когда запасенная в цилиндре за один период падающей волны энергия сравняется с энергией, вытекающей из цилиндра. Энергия накапливается в цилиндре из-за того, что часть падающего на цилиндр излучения проходит внутрь цилиндра под углом больше критического (в нашем случае больше 39 градусов) и достигает противоположенной стороны цилиндра под таким же углом. Поэтому из-за полного внутреннего отражения эта часть лучей остается внутри цилиндра и начинает "бегать" по окружности, многократно отражаясь от поверхности. Так как внутри цилиндра из-за симметрии одинаковые потоки излучения "бегают" по часовой и против часовой стрелки, то их суммарная картина выглядит как стоячая волна (рис.1в). Эта часть излучения вытекает из цилиндра из-за дифракции. В начальной стадии прохождения импульса за каждый период внутри задерживается одинаковая часть

световой энергии, которая много больше, чем вытекающая часть энергии. По мере накопления равными порциями за период энергии внутри цилиндра увеличивается и доля вытекающей энергии. В стационарном случае втекающая и вытекающая за период волны энергии должны быть равны. Зная энергию, которая падает на цилиндр за один период волны ( $W=4,35\lambda^2$ ) и оценив энергию запасенную внутри цилиндра за 500 периодов ( $W_1=2mI_0S_0=2\cdot 16\cdot 6\cdot 0,394\lambda^2=75,648\lambda^2$ , где  $I_0$  - максимальная интенсивность каждого лепестка моды (рис.2),  $S_0$  - площадь по полуспаду интенсивности каждого лепестка моды (рис.1в)), можно оценить (так как за 500 периодов накопление энергии на рис.3в почти линейное, то вытекающей энергией можно пренебречь) какая часть от падающей энергии  $W$  остается в цилиндре за один период:  $W_2=W_1/525/W=75,648/525/4,35=0,033$ . То есть примерно 3% от падающей энергии остаются в цилиндре за каждый период волны. Из рис.3в видно, что после прохождения импульса через цилиндр запасенная энергия не пополняется, а только вытекает из цилиндра: за 500 периодов энергия внутри цилиндра уменьшится в 10 раз. То есть за один период из цилиндра вытекает около 0,1% запасенной энергии. Для 18 моды насыщение наступает после прохождения 1200 периодов (2,5 пс), а для 19 - после прохождения 3500 периодов (7,3 пс). Ширина фокусного пятна, формируемого импульсом длительностью 2,5 пс, при прохождении через цилиндр радиуса  $R=2,1749\lambda$ , достигает наилучшего значения  $\text{FWHM}=0,22\lambda$  и совпадает с аналитически рассчитанным[5].

### Благодарности

Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки РФ, гранта Президента РФ поддержки ведущих научных школ (НШ-3970.2014.9) и молодого ученого кандидата наук МК-4816.2014.2, а также грантов РФФИ 13-07-97008, 14-29-07133, 14-07-31218 и 15-07-01174.

### Литература

1. **C. Liu.** Photonic nanojet modulation by elliptical microcylinders / C. Liu, L. Chang // *Optik*. – 2014. – <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijleo.2014.01.116>.
2. **В.В. Xu.** Annual focusing lens based on transformation optics / В.В. Xu, W.X. Jiang, G.X. Yu, T.J. Cui // *J. Opt. Soc. Am. A* – 2014. – v.31. – no.5. – p.1135.
3. **Heifetz.** Subdiffraction optical resolution of a gold nanosphere located within the nanojet of a Mie-resonant dielectric microsphere / A. Heifetz, J.J. Simpson, S.C. Kong, A. Taflovv V. Backman // *Opt. Express*. – 2007. – v.15. – p.17334.
4. **Y.E. Geints.** Photonic jets from resonantly excited transparent dielectric microspheres / Y.E. Geints, A.A. Zemlyanov, E.K. Panina // *J. Opt. Soc. Am. B*. – 2012. – v.29. – no.4. – p.758.
5. **Д.А. Козлов.** Резонансная фокусировка лазерного света однородным диэлектрическим микроцилиндром / Д.А. Козлов, В.В. Котляр // *Компьютерная оптика*. - 2014.-т.38.-№3.- с.393-396.