Об оптимальном сканировании криволинейных маршрутов съемки и геометрически сложных районов зондирования с помощью оптико-электронной аппаратуры наблюдения

Ю.Н. Горелов[1], Л.В. Курганская[1], В.Е. Юрин[2]

[1]Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королева, Московское шоссе 34А, Самара, Россия, 443086
[2]АО «Ракетно-космический центр «Прогресс», ул. Земеца, 18, Самара, Россия, 443009

Аннотация. Рассматриваются модели и постановки задач управления космическими аппаратами дистанционного зондирования Земли как при оптимальном сканировании одиночных криволинейных маршрутов съемки, так и съемке геометрически сложных районов зондирования с помощью оптико-электронной аппаратуры наблюдения в режиме «заметания». Приведена общая модель сканирования произвольного маршрута съемки и сформулирована вариационная задача синтеза оптимального управления его сканированием. С помощью модифицированной модели теории оптимальных покрытий даны постановки основных задач, связанных с оптимизацией многомаршрутной съемки геометрически сложных районов зондирования.

1. Введение

Рассматриваются задачи управления процессами дистанционного зондирования Земли (ДЗЗ) из космоса [1 – 3]. В настоящее время достижения в области космической техники провели к широкому применению систем ДЗЗ, так как получаемые с их помощью мультиспектральные изображения районов наблюдения (зондирования) на земной поверхности находят применение для решения прикладных задач в интересах социально-экономического развития территорий и регионов (сельское хозяйство, охрана и мониторинг особых природных территорий, опасных производств, развитие транспортной и региональной инфраструктуры и т.п.) [3, 4]. В связи с этим важное значение имеет решение ряда задач управления угловым движением космических аппаратов (КА) ДЗЗ [5 – 7], которые определяют качество и объем получаемой информации зондирования. К ним относятся задачи, связанные с обеспечением оптимального сканирования криволинейных маршрутов съемки с помощью оптико-электронной аппаратуры наблюдения, функционирующей в режиме “*push broom*” («заметания») [2, 3], а также задачи, связанные с планированием [8, 9], в том числе с формированием интегральных (непрерывных) программ управления космических аппаратов (КА) [10], и реализации многомаршрутной съемки для геометрически сложных районов зондирования [9, 11]. В [7, 8] перечень таких задач был сформулирован и рассмотрен в связи с проблемой формирования интегральных программ управления для КА ДЗЗ на многовитковых интервалах полета. Настоящая работа посвящена в основном задачам оптимального сканирования криволинейного маршрута съемки и одному из возможных вариантов постановки задачи многомаршрутного сканирования геометрически сложных районов зондирования.

2. Модель и условия сканирования криволинейного маршрута съемки и вариационная задача его оптимального сканирования

Постановка и основные подходы к решению задачи оптимального сканирования криволинейных маршрутов съемки рассматривались в [12 – 15], где были сформированы как математические модели процесса сканирования произвольных криволинейных маршрутов съемки с помощью оптико-электронной аппаратуры наблюдения в режиме «заметания», так и изложены подходы к оптимизации такого процесса, в том числе с учетом результатов практического применения при разработке бортового программного обеспечения для КА «Ресурс-ДК» и «Ресурс-П» [7, 14 – 16].

Особенности оптико-электронной аппаратуры наблюдения современных КА ДЗЗ [1 – 4] и процессов сканирования с ее помощью заданного района зондирования на поверхности Земли из космоса требуют выполнения ряда необходимых условий, лежащих в основе построения моделей управления сканированием криволинейного маршрута съемки. Первое и основное из них представлено соотношением

$$\boldsymbol{r}_{\text{ЛВ}} = \boldsymbol{r}_{\text{М}} - \boldsymbol{r}_{\text{КА}}\,, \tag{1}$$

где $\boldsymbol{r}_{\text{КА}}$ – радиус-вектор КА, $\boldsymbol{r}_{\text{М}}$ – радиус-вектор центральной линии маршрута съемки, а $\boldsymbol{r}_{\text{ЛВ}}$ – радиус-вектор линии визирования, определяющей требуемое положение оптической оси аппаратуры наблюдения в пространстве. В (1) $\boldsymbol{r}_{\text{КА}}$ определяется кинематическим уравнением движения КА $\boldsymbol{r}_{KA} = \boldsymbol{r}_{KA}(t)$, а $\boldsymbol{r}_{\text{М}}$ – вектор-функция дуговой координаты s, отсчитываемой вдоль центральной линии заданного маршрута: $\boldsymbol{r}_{\text{М}} = \boldsymbol{r}_{\text{М}}(s)$, то есть $\boldsymbol{r}_{\text{ЛВ}}$ тогда вектор-функция двух аргументов: $\boldsymbol{r}_{\text{ЛВ}} = \boldsymbol{r}_{\text{ЛВ}}(t,s)$. Для выполнения условия (1) в каждый момент времени требуется явное указание зависимости $s = s(t)$, являющейся законом сканирования маршрута съемки, который вместе с моделью маршрута и определяет качество съемки. Поэтому кроме модели центральной линии маршрута в виде пространственной кривой $\boldsymbol{L} = \boldsymbol{L}(s)$, необходимо в пределах полосы сканирования, определяемой полосой захвата аппаратуры наблюдения КА, ввести некоторую аппроксимацию соответствующей части физической поверхности Земли – ее рельефа, например, поверхностью $\boldsymbol{\Phi} = \boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{r})$; очевидно, что должно быть $\boldsymbol{L} = \boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{r}_{\text{М}}(s))$, то есть $\boldsymbol{L} \subset \boldsymbol{\Phi}$. Закон сканирования $s = s(t)$ можно получить как решение начальной задачи:

$$\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = v_{\text{М}}(t,\, s)\,, \qquad s(t_0) = 0\,, \tag{2}$$

где t_0 – момент времени начала сканирования, $v_{\text{М}}$ – модуль вектора скорости сканирования $\boldsymbol{v}_{\text{М}} = v_{\text{М}}\mathrm{d}\boldsymbol{r}_{\text{М}} / \mathrm{d}s$. Вектор $\boldsymbol{v}_{\text{М}}$ определяется следующими необходимыми условиями сканирования [8, 9, 12, 13]: во-первых, совмещением оси аппаратуры наблюдения КА с линией визирования – с вектором $\boldsymbol{r}_{\text{ЛВ}}$, задаваемым ортом $\boldsymbol{e}_{\text{ЛВ}}$; во-вторых, пропорциональностью проекции вектора $\boldsymbol{v}_{\text{М}}$ на фокальную плоскость аппаратуры наблюдения скорости бега изображения текущей точки центральной линии маршрута – $\boldsymbol{w}$, которая должна быть ортогональной приемной линейке ПЗС [2, 13]. Между $v_{\text{М}}$ и w имеет место следующая зависимость [13]:

$$w = \frac{f \sin \alpha}{D} v_{\text{М}}\,, \tag{3}$$

где f – параметр аппаратуры наблюдения, $D(t) = \tilde{D}(t,\, s(t))$, $\tilde{D}(t,\, s) = |\boldsymbol{r}_{\text{ЛВ}}(t,s)|$, $\alpha(t) = \tilde{\alpha}(t,\, s)$ – угол между векторами $\boldsymbol{\tau}(s)$ и $\boldsymbol{e}_{\text{ЛВ}}(t) = \tilde{\boldsymbol{e}}_{\text{ЛВ}}(t,\, s(t))$, а $\boldsymbol{\tau}(s)$ – касательный орт к центральной линии маршрута. С учетом содержания рассматриваемой задачи скорость бега изображения w является управляющим параметром, значения которого определяются значениями $v_{\text{М}}$ согласно (3). В общем случае, исходя из определения входящих в (3) величин, соотношение (3) можно переписать в следующем виде:

$$\tilde{v}_{\text{М}} = \frac{\tilde{D}(t,\ s)}{f \sin \tilde{\alpha}(t,\ s)} w(\cdot)\,, \tag{4}$$

где управляющий параметр $w(\cdot)$ должен определяться из решения соответствующей задачи синтеза оптимального управления в виде $w(\cdot) = w(t)$ или $w(\cdot) = w(t,\ s)$. Стало быть, в (4) $\tilde{v}_{\text{М}} = \tilde{v}_{\text{М}}(t,\ s,\ w)$, но тогда уравнение (2) следует переписать так:

$$\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = P(t,\ s)\, w\,, \quad s(t_0) = 0\,, \tag{5}$$

где $P(t,\ s) = \dfrac{\tilde{D}(t,\ s)}{f \sin \tilde{\alpha}(t,\ s)}$, и дополнительно принять $w > 0$, что отвечает строго монотонному возрастающему решению уравнения (5) $s = s(t)\ \ \forall t \ge t_0$.

Ориентация в пространстве плоскости сектора сканирования аппаратуры наблюдения задается нормалью – ортом $\boldsymbol{e}_{\text{D}}$, требуемое положение которого определяется вектором скорости $\boldsymbol{v}_{\text{М}}$ в силу указанных выше условий сканирования, а именно:

$$\tilde{\boldsymbol{e}}_{\text{D}}(t,\ s,\ w) = \frac{\tilde{\boldsymbol{v}}_{\text{D}}(t,\ s,\ w)}{\tilde{v}_{\text{D}}(t,\ s,\ w)}\,, \tag{6}$$

где $\tilde{\boldsymbol{v}}_{\text{D}}(t,\ s,\ w) = \tilde{\boldsymbol{e}}_{\text{ЛВ}}(t,\ s) \times [\tilde{\boldsymbol{v}}_{\text{М}}(t,\ s,\ w) \times \tilde{\boldsymbol{e}}_{\text{ЛВ}}(t,\ s)]$. Соответственно, тогда орт, определяющий требуемое положение линейки ПЗС, задается так:

$$\tilde{\boldsymbol{e}}_{\pi}(t,\ s,\ w) = \tilde{\boldsymbol{e}}_{\text{ЛВ}}(t,\ s) \times \tilde{\boldsymbol{e}}_{\text{D}}(t,\ s,\ w)\,. \tag{7}$$

С помощью тройки ортов, определяемых необходимыми условиями сканирования (1), (3), (6) и (7): $\tilde{\boldsymbol{e}}_{\text{ЛВ}}(t,\ s)$, $\tilde{\boldsymbol{e}}_{\text{D}}(t,\ s,\ w)$, $\tilde{\boldsymbol{e}}_{\pi}(t,\ s,\ w)$, определяется также требуемая текущая ориентация КА в пространстве относительно сканируемого маршрута съемки; как и векторы в соотношении (1), указанные орты определены в гринвичской системе координат. Для формирования программ углового движения КА ДЗЗ, обеспечивающих сканирование заданных маршрутов съемки, помимо его ориентации также необходимо определять и компоненты вектора угловой скорости КА $\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{\text{КА}}(t,\ s,\ w) = \omega_{\text{ЛВ}}^{(\text{D})}\tilde{\boldsymbol{e}}_{\text{D}} + \omega_{\text{ЛВ}}^{(\pi)}\tilde{\boldsymbol{e}}_{\pi} + \omega_{\text{вр}}\tilde{\boldsymbol{e}}_{\text{ЛВ}}$, которые вычисляются по формулам, приведенным в [8, 13]. Таким образом, при задании траектории движения КА $\boldsymbol{r}_{KA} = \boldsymbol{r}_{KA}(t)$ и центральной линии маршрута съемки в виде кривой $\boldsymbol{L} = \boldsymbol{L}(s)$, включая сюда и $\boldsymbol{\Phi} = \boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{r})$, как соответствующую аппроксимацию поверхности района зондирования, и с учетом необходимых условий сканирования этого маршрута (1), (4), (6), (7) получена общая математическая модель сканирования произвольного криволинейного маршрута съемки. Кроме того, неотъемлемым элементом этой модели является закон сканирования $s = s(t)$, с помощью которого полученная модель оказывается замкнутой.

Ограничения на закон сканирования $s = s(t)$ определяются техническими характеристиками аппаратуры наблюдения и, в некоторых случаях, геометрическими характеристиками маршрута съемки. В первую очередь, должны быть выполнены следующие ограничения:

$$0 < w_{\min} \le w \le w_{\max} < \infty\,. \tag{8}$$

Выбирая из этого диапазона какое-либо значение $w = w_0$, можно получить соответствующий закон сканирования $s = s_0(t)$ из решения уравнения (5). Следует отметить, что даже в этом случае не исключается решение задачи параметрической оптимизации, для чего необходимо ввести некоторый показатель качества сканирования, различные модели которого, например, рассматривались в [8, 9, 13]. Один из основных факторов, который определяет качество сканирования маршрута съемки, связан с отклонением векторов скорости бега изображений в фокальной плоскости аппаратуры наблюдения в точках «элементарной полоски сканирования» $\boldsymbol{P}_{\text{М}}$ от требуемых значений $\boldsymbol{w}_0 = w_0 \boldsymbol{e}_{\text{D}}$, что приводит к возникновению «смазов» изображений

[8]. «Полоска» $\boldsymbol{P}_{\text{М}}$ образуется при пересечении сектора захвата аппаратуры наблюдения КА, нормалью к которому является орт $\boldsymbol{e}_{\text{D}}$, с поверхностью $\boldsymbol{\Phi}$, а ее точкам отвечают боковые линии визирования, задаваемые ортами: $\boldsymbol{e}_{\text{ЛВ}}^{(\varepsilon)} = \boldsymbol{e}_{\text{ЛВ}} \cos\varepsilon + \boldsymbol{e}_{\pi} \sin\varepsilon$, где $-\varepsilon_0 \le \varepsilon \le \varepsilon_0$ (ε_0 – угол полураствора сектора сканирования; при $\varepsilon = 0$ получим $\boldsymbol{e}_{\text{ЛВ}}^{(0)} = \boldsymbol{e}_{\text{ЛВ}}$ – орт линии визирования точки центральной линии маршрута). Кроме того, на качество съемки сканируемого маршрута также оказывают влияние текущие ошибки ориентации КА, геометрические характеристики $\boldsymbol{\Phi}$ и некоторые другие факторы.

В конечном счете, для некоторой заданной функции $w_0 = w_0(t,\ s)$ и получаемых для нее скоростей бега изображений точек «элементарной полоски» $\boldsymbol{P}_{\text{М}}$ в виде $\boldsymbol{w}_{\varepsilon}(t,\ s,\ w_0,\ \varepsilon)$ качество ее сканирования можно оценить значением интеграла

$$G(t,\ s,\ w_0) = \frac{1}{2\varepsilon_0} \int_{-\varepsilon_0}^{+\varepsilon_0} R\,\mathrm{d}\varepsilon,$$

где R – некоторая функция типа подходящей векторной нормы для разностей векторов $\boldsymbol{w}_{\varepsilon}(t,\ s,\ w_0,\ \varepsilon) - w_0 \tilde{\boldsymbol{e}}_{\text{D}}(t,\ s)$; с ее помощью дополнительно можно учитывать ряд эффектов, которые влияют на качество сканирования, например: освещенность и контрастность объекта съемки, облачность, дефокусировка аппаратуры наблюдения и т.п. Соответственно, показатель качества сканирования для всего маршрута съемки можно определить так:

$$J = \int_0^{s_f} G(t,\ s,\ w)\,\mathrm{d}s,$$

где s_f – длина маршрута съемки в единицах дуговой координаты, а с учетом уравнения (5) этот показатель можно переписать в следующем виде:

$$J = \int_0^{t_f} F(t,\ s,\ w)\,w\,\mathrm{d}t, \tag{9}$$

где $F(t,\ s,\ w) = G(t,\ s,\ w)\,P(t,\ s)$, t_f – момент завершения сканирования, то есть $s_f = s(t_f)$.

Дифференциальная связь между s, t и w (5) – основное уравнение управления сканированием маршрута съемки, заданного с помощью описанной выше моделью. С учетом этого уравнения и показателя качества сканирования (9) можно сформулировать следующую вариационную задачу [13]: найти допустимое управление $w = w_{\text{opt}}(\cdot)$, которое удовлетворяет ограничениям на управляющий параметр и w (8) и доставляет минимум функционалу (9) с учетом дифференциальной связи (5) и граничным условиям для нее:

$$s(t_0) = 0; \qquad s(t_f) = s_f. \tag{10}$$

В [8, 9, 12 – 16] рассматривались различные подходы к решению вариационной задачи (5), (8) – (10), а в [15] в рамках общей задачи синтеза интегральных программ управления для КА ДЗЗ была рассмотрена задача оптимизации паттерна, включающего пары маневров управления ориентацией КА при перенацеливании его оптико-электронной аппаратуры наблюдения и при последующем сканировании произвольных маршрутов съёмки. Паттерн «перенацеливание – сканирование» рассматривался как «элементарная операция» управления ориентацией КА в составе интегральной программы управления, поэтому его оптимизация была направлена на повышение не только качества получаемой информации, но и производительности КА ДЗЗ на заданном интервале полета. Там же была решена задача оптимального сопряжения программ управления для маневров паттерна, что необходимо в случае оптимизации многомаршрутного сканирования геометрически сложного района зондирования, что связано с образованием паттерна, включающего до нескольких указанных «элементарных операций».

3. К задаче оптимизации многомаршрутной съемки для геометрически сложных районов зондирования

Современные КА ДЗЗ решают широкий круг задач, основная из которых связана с реализацией различных видов съемки [3 – 8, 10, 11, 15, 17, 18]. Например, разработанные Ракетно-космическим центром «ЦСКБ-Прогресс» КА ДЗЗ «Ресурс» с оптико-электронной аппаратурой наблюдения могут выполнять объектовую, маршрутную съемку, а также сложные виды съемки – стереосъемку, съемку площадок и т.п. [19]. К одному из таких видов съемки относится многомаршрутная съемка геометрически сложных районов зондирования [11]. Проведение такой съемки имеет особенности и существенно отличается (в управления угловым движением КА ДЗЗ) от маршрутной съемки протяженных объектов зондирования, например: береговых линий, речных долин, транспортных сетей и т.п. В случае применения оптико-электронной аппаратуры наблюдения, функционирующей в режиме «заметания» [2], для геометрически сложных и большемерных районов зондирования, как правило, требуется неоднократное покрытие перекрывающимися полосами сканирования, реализуемых с помощью определенных образом согласованных одиночных маршрутов съемки. В связи с этим в [11] впервые была дана постановка задачи оптимизации многомаршрутной съемки в терминах теории оптимальных покрытий [20, 21], а в [11] также была рассмотрена модифицированная модель теории оптимальных покрытий, которая включает пару замкнутых и ограниченных множеств $\boldsymbol{X}$ и $\boldsymbol{Y}$, а также непрерывную и неотрицательную функцию $\rho(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})$ $\forall \boldsymbol{x}\in\boldsymbol{X}$ и $\forall \boldsymbol{y}\in\boldsymbol{Y}$, которая выпукла на $\boldsymbol{X}$ при любых $\boldsymbol{y}\in\boldsymbol{Y}$.

Итак, если в $\boldsymbol{Y}$ выделить некоторую систему из n элементов, называемых «центрами» [21], $\boldsymbol{y}_k\in\boldsymbol{Y}$, $k=1,2,...,n$, или $\{\boldsymbol{y}_k\}_n\in\boldsymbol{Y}$, то в соответствие каждому «центру» $\boldsymbol{y}_k\in\boldsymbol{Y}$ и некоторому заданному числу $c>0$ в $\boldsymbol{X}$ можно поставить подмножество $\boldsymbol{E}_c(\boldsymbol{y}_k)=\{\boldsymbol{x}\in\boldsymbol{X}:\rho(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}_k)\le c\}$. По определению [20, 21], система $\{\boldsymbol{y}_k\}_n\in\boldsymbol{Y}$ «покрывает» множество $\boldsymbol{X}$ с радиусом $c>0$, если

$$\boldsymbol{X}\subset\bigcup_{k=1}^{n}\boldsymbol{E}_c(\boldsymbol{y}_k)\,, \tag{11}$$

то есть для каждого $\boldsymbol{x}\in\boldsymbol{X}$ выполняется условие $\min\limits_{k=1,2,...,n}\rho(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}_k)\le c$. Функция $\rho(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})$ здесь интерпретируется как расстояние от точки $\boldsymbol{x}\in\boldsymbol{X}$ до «центра» $\boldsymbol{y}\in\boldsymbol{Y}$ и, стало быть, тогда «расстояние» от $\boldsymbol{x}\in\boldsymbol{X}$ до ближайшего «центра» не будет превосходить значения $c>0$, которое называется радиусом покрытия (множества $\boldsymbol{X}$ системой «центров» $\{\boldsymbol{y}_k\}_n\in\boldsymbol{Y}$). Для каждого $\boldsymbol{y}_p\in\{\boldsymbol{y}_k\}_n\in\boldsymbol{Y}$ $(1\le p\le n)$ в $\boldsymbol{X}$ можно выделить область Дирихле или область его «влияния»: $\boldsymbol{D}(\boldsymbol{y}_p)=\{\boldsymbol{x}\in\boldsymbol{X}:\rho(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}_p)\le\rho(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}_k),\forall k=1,2,...,n,k\ne p\}$, размеры которой для p-го «центра» определяются так: $A_p=A_p(\boldsymbol{y}_p)=\max\limits_{\boldsymbol{x}\in\boldsymbol{D}(\boldsymbol{y}_p)}\rho(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}_p)$. Если не существует сколь угодно близкий к p-му «центру» другой «центр» $\tilde{\boldsymbol{y}}_p\in\boldsymbol{Y}$, то $\boldsymbol{y}_p\in\boldsymbol{Y}$ называется неулучшаемым [20], иначе, $\boldsymbol{y}_p\in\boldsymbol{Y}$ – улучшаемый «центр». Соответственно, в [20] доказано, что любая система $\{\boldsymbol{y}_k\}_n\in\boldsymbol{Y}$ $(n>1)$, которая содержит хотя бы один улучшаемый «центр» $\boldsymbol{y}_q\in\{\boldsymbol{y}_k\}_n\in\boldsymbol{Y}$, может быть заменена, начиная с $\boldsymbol{y}_q$, системой неулучшаемых «центров» $\{\hat{\boldsymbol{y}}_k\}_n\in\boldsymbol{Y}$ с помощью некоторой процедуры (непрерывного) улучшения.

В рамках приведенной модели теории оптимальных покрытий можно сформулировать ее основные задачи [20, 21].

Задача 1 (о минимальном радиусе покрытия). Требуется выбрать такую систему n «центров» $\{\boldsymbol{y}_k\}_n\in\boldsymbol{Y}$ $(n\ge1)$, чтобы условие (10) выполнялось для наименьшего радиуса покрытия $c>0$.

Задача 2 (о минимальной системе «центров»). Требуется для заданного радиуса покрытия $c > 0$ выбрать такую систему «центров» $\{\boldsymbol{y}_k\}_n \in \boldsymbol{Y}$, чтобы условие (10) выполнялось для наименьшего числа n.

Особенности задач 1 и 2 существенно зависят: во-первых, от характера множеств $\boldsymbol{X}$ и $\boldsymbol{Y}$, а также от вида и свойств функции $\rho(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y})$, то есть от принятой модели оптимальных покрытий и, во-вторых, соответственно, от содержания решаемых задач. Например, в [21] рассмотрен вариант задач 1 и 2, в котором множества $\boldsymbol{X}$, $\boldsymbol{Y}$ и функция $\rho(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y})$ задаются так: множество $\boldsymbol{X} \subset \boldsymbol{V}$ − единичный квадрат плоскости $\boldsymbol{V} \in \boldsymbol{R}^2$, система «центров» − система точек $\{\boldsymbol{y}_k\}_n \in \boldsymbol{V}$, а функция $\rho(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y})$ − евклидова норма на плоскости $\boldsymbol{V}$. Несмотря на такую простейшую модель, к ней можно свести ряд важных прикладных задач [21]. Поэтому в связи с рассматриваемой здесь задачей многомаршрутной съемки для КА ДЗЗ приведем пример следующего обобщения простейшей модели [11]. Пусть множество $\boldsymbol{X}$ – ограниченная часть поверхности общего земного эллипсоида $\boldsymbol{G}$, образом которой является однозначно и взаимно непрерывно отображающаяся в $\boldsymbol{X}$ область плоскости $\boldsymbol{V}_X \subset \boldsymbol{V}$, где $\boldsymbol{V}$ − плоскость, представляющая собой, например, одну из основных картографических проекций в виде проекции поверхности $\boldsymbol{G}$ на цилиндрическую поверхность, а $\boldsymbol{Y}$ задается в виде множества, совпадающего с $\boldsymbol{X}$. Функция $\rho(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y})$ тогда можно задать длиной геодезической кривой, соединяющей точки $\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y} \in \boldsymbol{X}$. Несмотря на то, что решение основных задач теории оптимальных покрытий в этом случае оказывается значительно более трудоемким в сравнении с существующими подходами к решению задачи многомаршрутной съемки для КА ДЗЗ, но это позволяет рассмотреть новые подходы к решению этой задачи, так как это способствует пополнению перечня прикладных задач теории оптимальных покрытий за счет того, что в рассмотрение вводятся множества $\boldsymbol{X}$ и $\boldsymbol{Y}$, устроенные более сложным образом с их элементами как объектами различного вида. В связи с этим в качестве иллюстрации такого подхода в [11] , была рассмотрена следующая модель для основных задач теории оптимальных покрытий. А именно, $\boldsymbol{X} \subset \boldsymbol{V}$ − ограниченная область плоскости $\boldsymbol{V} \in \boldsymbol{R}^2$, а ее элементы суть точки $\boldsymbol{x} \in \boldsymbol{V}$, и, соответственно, множество $\boldsymbol{Y}$ − множество прямых $\boldsymbol{P} \in \boldsymbol{V}$. В этом случае рассматривается задача оптимального покрытия $\boldsymbol{X}$ полосками, границы которых параллельны «центрам» в виде прямых $\boldsymbol{P} \in \boldsymbol{V}$ и отстоят от них на расстоянии, равном полуширине полосок. Следует отметить, что такая модель, хотя и является простейшей, тем не менее это прямой аналог для модели теории оптимальных покрытий, которая необходима для общей постановки задачи оптимальной многомаршрутной съемки в случае геометрически сложных районов зондирования.

Переходя к постановке этой задачи, дополнительно введем в рассмотрение необходимые для этого модели. Вначале рассмотрим процедуру формирования модели полосы сканирования, которая образуется на поверхности $\boldsymbol{\Phi} = \boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{r})$ при «заметании» ее сектором сканирования аппаратуры наблюдения КА $\boldsymbol{S} = \boldsymbol{S}(\boldsymbol{r})$, плоскость которого задается нормалью $\boldsymbol{e}_{\mathrm{D}}$, а основным параметром является угол полураствора ε_0. Очевидно, что границы полосы сканирования для заданного маршрута съемки $\boldsymbol{L} \subset \boldsymbol{\Phi}$, соответственно, левая и правая будут вычерчиваться на $\boldsymbol{\Phi}$ по направлению сканирования $\boldsymbol{L}$ крайними линиями визирования сектора $\boldsymbol{S} = \boldsymbol{S}(\boldsymbol{r})$ – левой и правой. При этом сектор сканирования пересекается с поверхностью $\boldsymbol{\Phi}$ по «элементарной полоске сканирования» $\boldsymbol{P}_{\mathrm{M}}$. Таким образом, при заданных: маршруте съемки $\boldsymbol{L}(s)$; моменте начала его сканирования t_0; законе сканирования $s = s(t)$, а также при заданном уравнении движения КА в виде $\boldsymbol{r}_{\text{КА}} = \boldsymbol{r}_{\text{КА}}(t)$, в силу приведенной в п. 2 модели сканирования маршрута съемки на поверхности $\boldsymbol{\Phi}$ получим отвечающую ему полосу сканирования $\boldsymbol{\Pi} \subset \boldsymbol{\Phi}$, ширина которой определяется углом $\varepsilon_0 << \frac{\pi}{2}$ [3].

Проекции центральной линии маршрута съемки $\boldsymbol{L}$ и полосы $\boldsymbol{\Pi}$ на поверхность общего земного эллипсоида $\boldsymbol{G}$ определяют кривую $\tilde{\boldsymbol{L}}$ и область $\tilde{\boldsymbol{\Pi}}$, ограниченную соответствующими проекциями границ $\boldsymbol{\Pi}$. Так как $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(B, L, H)$, где B, L, H − геодезические координаты точки, задаваемой радиус-вектором $\boldsymbol{r} \in \boldsymbol{\Phi}$ (в гринвичской системе координат), то проекция этой точки на поверхность $\boldsymbol{G}$ будет задаваться радиус-вектором $\tilde{\boldsymbol{r}} = \tilde{\boldsymbol{r}}(B, L, 0) \in \boldsymbol{G}$. Связь между $\boldsymbol{r}$ и $\tilde{\boldsymbol{r}}$ устанавливается с помощью модели поверхности $\boldsymbol{\Phi}$ в виде некоторой модели рельефа района зондирования: $H = \Phi(B, L)$. Эта модель является уравнением поверхности $\boldsymbol{\Phi} = \boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{r})$ в явном виде и соответствующей параметризацией этой поверхности. Модель маршрута съемки (при заданных $\boldsymbol{r}_{\text{КА}} = \boldsymbol{r}_{\text{КА}}(t)$ и $s = s(t)$), представленную его центральной линией $\boldsymbol{L}$ и полосой сканирования $\boldsymbol{\Pi}$, можно рассматривать в качестве «физической модели», а модель маршрута съемки в виде проекций $\boldsymbol{L}$ и $\boldsymbol{\Pi}$ на эллипсоид $\boldsymbol{G}$, то есть $\tilde{\boldsymbol{L}}$ и $\tilde{\boldsymbol{\Pi}}$, − геодезической моделью (или моделью в геодезических координатах), в состав которой следует также включить и модель рельефа района зондирования. Линии $\boldsymbol{L}$ на $\boldsymbol{\Phi}$ в плоской области $\boldsymbol{V}$ будет отвечать ее образ в виде параметризованной кривой $\boldsymbol{l}$, а образом $\tilde{\boldsymbol{L}}$ в области $\boldsymbol{V}$ – кривая $\tilde{\boldsymbol{l}}$. Очевидно, что кривые $\boldsymbol{l}$ и $\tilde{\boldsymbol{l}}$ в области $\boldsymbol{V}$ будут совпадать. В конечном счете, задание какой-либо из них вместе с некоторой моделью рельефа района зондирования $H = \Phi(B, L)$ вполне достаточно для построения $\boldsymbol{L}$ и $\boldsymbol{\Pi}$. Необходимо при этом отметить, что границы полосы сканирования для маршрута съемки, вообще говоря, будут зависеть как от выбора начального момента времени сканирования t_0, так и закона сканирования $s = s(t)$. Поэтому ширина полосы сканирования $\boldsymbol{\Pi}$ при изменении дуговой координаты варьируется соответствующим образом, а именно, ее поперечные размеры будут определяться, в первую очередь, углом сектора захвата аппаратуры наблюдения ε_0, то есть в качестве радиуса покрытия целесообразно выбирать этот параметр.

Итак, для формулировки рассматриваемой задачи введем в рассмотрение [11]: во-первых, модель района зондирования в виде заданной области $\tilde{\boldsymbol{X}} \subset \boldsymbol{G}$, образом которой в области $\boldsymbol{V}$ является $\boldsymbol{V}_X \subset \boldsymbol{V}$; во-вторых, множество «центров» $\tilde{\boldsymbol{Y}} \subset \boldsymbol{G}$, с элементами в виде гладких кривых без самопересечений и ограниченной кривизны $\boldsymbol{M} \in \tilde{\boldsymbol{Y}} \subset \boldsymbol{G}$, на которых указаны «начальные» точки $\boldsymbol{m}_0 \in \boldsymbol{M}$, от которых в направлении сканирования вдоль кривых $\boldsymbol{M} = \boldsymbol{M}(\tilde{s})$ отсчитываются дуговые координаты $\tilde{s}$. Функцию «расстояния» от $\boldsymbol{x} \in \tilde{\boldsymbol{X}}$ до кривых $\boldsymbol{M} \in \tilde{\boldsymbol{Y}}$, введем в виде длины геодезической кривой (на поверхности $\boldsymbol{G}$), соединяющую $\boldsymbol{x} \in \tilde{\boldsymbol{X}}$ с точкой $\boldsymbol{m}(\tilde{s}_x) \in \boldsymbol{M}$, то есть $\rho(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{M}) = \rho(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{m}(\tilde{s}_x))$, где $\tilde{s}_x$ − дуговая координата точки $\boldsymbol{m}(\tilde{s}_x) \in \boldsymbol{M}$, наиболее близкой к точке $\boldsymbol{x} \in \tilde{\boldsymbol{X}} \subset \boldsymbol{G}$. Если $\boldsymbol{\xi} \in \boldsymbol{V}_X$ − образ точки $\boldsymbol{x} \in \tilde{\boldsymbol{X}}$, а $\boldsymbol{\mu}(\theta) \in \boldsymbol{V}_Y \subset \boldsymbol{V}$ − образ кривой $\boldsymbol{m}(\tilde{s}) \in \boldsymbol{M}$, то и в области $\boldsymbol{V}$ можно также ввести функцию «расстояния», приняв $\rho(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\mu}) = \rho(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\mu}(\theta_\xi)) = \rho(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{M})$, где значение параметра θ_ξ соответствует значению $\tilde{s}_x$.

Введем в $\tilde{\boldsymbol{Y}}$ некоторую систему «центров» $\{\boldsymbol{M}_k\}_n \in \tilde{\boldsymbol{Y}}$ с «начальными» точками $\boldsymbol{m}_0^{(k)} \in \boldsymbol{M}_k$ и направлениями отсчета дуговых координат. Кроме того, введем интервалы $[t_0^{(k)}, t_f^{(k)}]$ и законы сканирования $s^{(k)} = s^{(k)}(t)$, $\forall t \in [t_0^{(k)}, t_f^{(k)}]$ с учетом условий их физической реализуемости: $\bigcap_{k=1}^{n} [t_0^{(k)}, t_f^{(k)}] = \varnothing$; $\sum_{k=1}^{n-1} (t_0^{(k+1)} - t_f^{(k)}) \ge T_{\min}$, где $T_{\min}$ − суммарное минимально допустимое время, необходимое для перенацеливания аппаратуры наблюдения на межмаршрутных интервалах. Очевидно, что с учетом указанных ограничений для $\{\boldsymbol{M}_k\}_n \in \tilde{\boldsymbol{Y}}$, заданной траектории полета КА $\boldsymbol{r}_{\text{КА}} = \boldsymbol{r}_{\text{КА}}(t)$ и заданном $\varepsilon_0 > 0$, рассматриваемом как «радиус покрытия» для $\tilde{\boldsymbol{X}}$, каждому «центру» можно поставить в соответствие подмножество в $\tilde{\boldsymbol{X}}$ в виде пересечения района зондирования и k-й полосы сканирования: $\boldsymbol{E}_{\varepsilon_0}(\boldsymbol{M}_k) = \left\{ \boldsymbol{x} \in \tilde{\boldsymbol{X}} \bigcup \tilde{\boldsymbol{\Pi}}_k \right\}$, и указать для каждого «центра» $\boldsymbol{M}_p \in \{\boldsymbol{M}_k\}_n \in \tilde{\boldsymbol{Y}}$ $(1 \le p \le n)$ в $\tilde{\boldsymbol{X}}$ соответствующие области Дирихле и их размеры [11]. Согласно определению система $\{\boldsymbol{M}_k\}_n \in \tilde{\boldsymbol{Y}}$ покрывает множество $\tilde{\boldsymbol{X}}$ с радиусом $\varepsilon_0 > 0$, если выполняется условие:

$$\tilde{\boldsymbol{X}} \subset \bigcup_{k=1}^{n} \boldsymbol{E}_{\varepsilon_0}(\boldsymbol{M}_k), \tag{12}$$

то есть каждая точка $\boldsymbol{x} \in \tilde{\boldsymbol{X}}$ принадлежит хотя бы одной из полос $\tilde{\boldsymbol{\Pi}}_k$ ($k = 1, 2, ..., n$).

С учетом предложенной выше модификицикации модели теории оптимальных покрытий можно сформулировать задачи оптимального многомаршрутного сканирования района зондирования [11], аналогичные задаче о минимальном радиусе покрытия (задача 1) и взаимной к ней задаче 2.

Задача 3. Для заданного $\tilde{\boldsymbol{X}}$ требуется выбрать такую систему $n \ge 1$ «центров» $\{\boldsymbol{M}_k\}_n \in \tilde{\boldsymbol{Y}}$, чтобы условие (11) для него выполнялось с наименьшим значением $\varepsilon_0 > 0$.

Задача 4. Для заданного параметра $\varepsilon_0 > 0$ требуется выбрать такую систему «центров» $\{\boldsymbol{M}_k\}_n \in \tilde{\boldsymbol{Y}}$, чтобы условие (11) выполнялось для наименьшего числа n.

Таким образом, в терминах теории оптимальных покрытий сформулированы основные задачи оптимального многомаршрутного сканирования произвольного района зондирования, характерные размеры которого существенно превышают ширину полосы захвата оптико-электронной аппаратуры наблюдения КА ДЗЗ. Следует отметить избыточную общность задач 3 и 4 для решения соответствующих прикладных задач. Тем не менее, анализ постановок этих задач вместе с введением каких-либо дополнительных ограничений (например, на для кривых, используемых для задания центральных линий маршрутов съемки) показывает, что они могут актуальны как при проектировании КА ДЗЗ, так и при формировании оптимальных планов зондирования, позволяя разрабатывать новые подходы, например, к решению задач по оценке и формированию требований к динамическим характеристикам систем управления движением КА ДЗЗ [22, 23]. Результаты исследований, связанных с решением задач 3 и 4, также получили применение при разработке бортового программного обеспечения КА ДЗЗ семейства «Ресурс», в том числе при автономном формировании программ управления угловым движением КА ДЗЗ [17, 24].

4. Заключение

Рассмотрены модели и постановки основных задач управления КА ДЗЗ с оптико-электронной аппаратурой наблюдения, функционирующей в режиме «заметания». Сформирована общая модель сканирования криволинейного маршрута съемки, с помощью которой поставлена вариационная задача синтеза оптимального управления его сканированием. Предложена модифицированная модель теории оптимальных покрытий, с помощью которой сформулированы задачи оптимизации многомаршрутной съемки геометрически сложных районов зондирования, а именно: задача о минимальном радиусе покрытия района зондирования полосами сканирования, в качестве которого выбран угол захвата аппаратуры зондирования и задача о минимизации количества маршрутов съемки, необходимых для оптимального покрытия района зондирования с заданным радиусом. Отмечено, что несмотря на весьма высокую трудоемкость решения этих задач, их рассмотрение и анализ позволяет сформировать новые подходы к практическому решению некоторых задач многомаршрутной съемки, в том числе при разработке бортового программного обеспечения, необходимого для автономного формирования программ управления угловым движением КА ДЗЗ «Ресурс-ДК» и «Ресурс-П».

5. Литература

[1] Рис, У.Г. Основы дистанционного зондирования / У.Г. Рис. – М.: Техносфера, 2006. – 336 с.

[2] Бакланов, А.И. Системы наблюдения и мониторинга / А.И. Бакланов – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2009. – 234 с.

[3] Лебедев, В.В. Проектирование систем космического мониторинга / В.В. Лебедев, И.Н. Гансвинд // Основы дистанционного зондирования. – М.: Техносфера, 2006. – 336 с.

[4] Злобин, В.К. Обработка аэрокосмических изображений / В.К. Злобин, В.В. Еремеев. – М.: Физматлит, 2006. – 288 с.

[5] Козлов, Д.И. Управление космическими аппаратами зондирования Земли: Компьютерные технологии / Д.И. Козлов, Г.П. Аншаков, Я.А. Мостовой, А.В. Соллогуб. – М.: Машиностроение, 1998. – 368 с.

[6] Мостовой, Я.А. Управление сложными техническими системами: конструирование программного обеспечения спутников ДЗЗ / Я.А. Мостовой. – М.: Техносфера, 2016. – 352 с.

[7] Аншаков, Г.П. Управление угловым движением КА дистанционного зондирования / Г.П. Аншаков, А.И. Мантуров, Ю.М. Усталов, Ю.Н. Горелов // Полет. – 2006. – Т. 6. – С.12-18.

[8] Аншаков, Г.П. Теоретические основы и методы синтеза интегральных программ управления угловым движением космических аппаратов дистанционного зондирования множества районов наблюдения переменного состава на длительных временных интервалах / Г.П. Аншаков, Ю.Н. Горелов, С.Б. Данилов С.Б. А.И. Мантуров, Ю.М. Усталов // Сб. тр. XVI-ой С.-Петербургской междунар. конф. по интегрированным навигационным системам. – СПб.: ЦНИИ «Электроприбор», 2009. – С. 232-244.

[9] Горелов, Ю.Н. Оптимизация управления сканированием для геометрически сложных маршрутов съемки при дистанционном зондировании Земли из космоса / Ю.Н. Горелов, С.Б. Данилов, Л.В. Курганская, А.И. Мантуров, М.В. Морозова, А.В. Соллогуб // Сб. тр. XX С.-Петербургской междунар. конф. по интегрированным навигационным системам. – СПб.: ЦНИИ «Электроприбор», 2013. – С. 212-220.

[10] Горелов, Ю.Н. Интегральные программы управления угловым движением космического аппарата дистанционного зондирования Земли / Ю.Н. Горелов // Обозрение прикладной и промышленной математики. – 2008. – Т.15, № 6. – С. 1063-1065.

[11] Горелов, Ю.Н. Об оптимальном многомаршрутном сканировании для космических аппаратов дистанционного зондирования Земли / Ю.Н. Горелов, В.Е. Юрин // Известия СамНЦ РАН. – 2013. – Т. 15, № 6. – С. 140-147.

[12] Горелов Ю.Н., Горелова О.И., Данилов С.Б. К решению задачи оптимального управления сканированием маршрутов съемки при дистанционном зондировании Земли из космоса / Ю.Н. Горелов, О.И. Горелова, С.Б. Данилов // Обозрение прикладной и промышленной математики. – 2009. – Т. 16, № 6. – С. 1051-1052.

[13] Горелов, Ю.Н. Оптимальное управление сканированием маршрутов съемки для КА дистанционного зондирования Земли / Ю.Н. Горелов, С.Б. Данилов, А.И. Мантуров, А.В. Пермяков // Полет. – 2009. – № 9. – С.49-55.

[14] Горелов, Ю.Н. Синтез программного углового движения КА ДЗЗ при сканировании криволинейных маршрутов / Ю.Н. Горелов, А.И. Мантуров, А.В. Соллогуб // Полет. – 2013. – № 7. – С.3-12.

[15] Горелов, Ю.Н. К задаче оптимизации программ управления угловым движением космического аппарата дистанционного зондирования Земли / Ю.Н. Горелов, Л.В. Курганская, А.И. Мантуров, А.В. Соллогуб, В.Е. Юрин // Гироскопия и навигация. – 2014. – Т. 1, № 84. – С. 81-97.

[16] Горелов, Ю.Н. Параметрическая оптимизация законов сканирования маршрутов съёмки в режиме «push broom» для космических аппаратов дистанционного зондирования Земли / Ю.Н. Горелов, А.В. Пермяков // Управление движением и навигация летательных аппаратов: Сб. тр. XIV Всерос. научно-техн. семинара по управлению движением и навигации ЛА: Ч.I. – Самара: СГАУ, 2011. – С. 72-74.

[17] Мантуров, А.И. Разработка алгоритмов автономного формирования программ управления аппаратом зондирования для съёмки площадок / А.И. Мантуров, Ю.Н. Горелов, В.Е. Юрин, Н.И. Пыринов // Управление движением и навигация летательных аппаратов: Сб. тр. XVII Всерос. научно-техн. семинара по управлению движением и навигации ЛА: Ч.I. – Самара: Изд-во СамНЦ РАН, 2015. – С. 103-110.
[18] Аншаков, Г.П. Организация решения целевых задач в бортовых комплексах управления КА зондирования / Г.П. Аншаков, А.И. Мантуров, В.А. Мочалов, В.Е. Юрин // Сб. докл. XVIII С.-Петербургской междунар. конф. по интегрированным навигационным системам. – СПб.: ЦНИИ «Электроприбор», 2011. – С. 263-269.
[19] Кирилин, А.Н. Космическое аппаратостроение: научно-технические исследования и практические разработки ГНПРКЦ «ЦСКБ-Прогресс» / А.Н. Кирилин, Г.П. Аншаков, Р.Н. Ахметов, А.Д. Сторож. – Самара: Издательский дом «АГНИ», 2011. – 280 с.
[20] Пиявский, С.А. Об оптимизации сетей // Известия АН СССР. Техническая кибернетика. – 1968. – № 1. – С.68-80.
[21] Брусов, В.С. Вычислительный алгоритм оптимального покрытия областей плоскости / В.С. Брусов, С.А. Пиявский // Журнал ВМ и МФ. – 1971. – Т. 11, № 2. – С. 304-312.
[22] Занин, К.А. Формирование требований к динамике космических аппаратов дистанционного зондирования Земли / К.А. Занин, М.Н. Хайлов // Полет. – 2009. – №5. – С. 32-37.
[23] Мантуров, А.И. К задаче оценки динамических характеристик систем управления движением КА ДЗЗ / А.И. Мантуров, В.Е. Юрин, Н.И. Пыринов, Ю.Н. Горелов // Сб. матер. XXIII С.-Петербургской международ. конф. по интегрированным навигационным системам. – СПб.: ЦНИИ «Электроприбор», 2016. – С. 438-441.
[24] Мантуров, А.И. Автономное формирование программ управления аппаратом зондирования для сложных видов съёмки / А.И. Мантуров, Ю.Н. Горелов, В.Е. Юрин, Н.И. Пыринов // Управление движением и навигация летательных аппаратов: Сб. тр. XVIII Всеросс. научно-техн. семинара по управлению движением и навигации ЛА: Ч.I. – Самара: Изд-во СамНЦ РАН, 2015. – С. 91-96.

Optimal scanning for curvilinear routes and geometrically complex area of sensing using optoelectronic observation equipment

Yu.N. Gorelov[1], L.V. Kurganskaya[1], V.Ye. Yurin[2]

[1]Samara National Research University, Moskovskoe Shosse 34A, Samara, Russia, 443086
[2]JSC SRC Progress, Zemetsa street, 18, Samara, Russia, 443009

Abstract. Models and formulations of control problems for spacecrafts remote sensing of the Earth both for single curvilinear routes scanning and for geometrically intricate regions scanning in the "push broom" regime using optoelectronic observation equipment were considered. General model of various routes scanning was given and a variation problem of scanning optimal control synthesis was formulated. Using the modified model of the theory of optimal coverings gives formulations of basic problems considered to optimization of multy-routes survey of geometrically intricate regions.

Keywords: modeling, scanning, route of survey, optoelectronic equipment.