

Оптимизация рекуррентных алгоритмов оценивания параметров межкадровых геометрических деформаций изображений по скорости сходимости оценок параметров

А.Г. Ташлинский¹, Г.Л. Сафина²

¹Ульяновский государственный технический университет, Северный Венец, 32, Ульяновск, Россия, 432027

²Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, Ярославское шоссе, 26, Москва, Россия, 129337

Аннотация. Предложен критерий оптимизации рекуррентных алгоритмов оценивания параметров межкадровых геометрических деформаций изображений, обеспечивающий максимум скорости сходимости оцениваемых параметров. Рассмотрены примеры применения критерия для оптимизации плана локальной выборки отсчетов изображений псевдоградиентных алгоритмов. В примерах в качестве целевых функций оценивания исследованы средний квадрат межкадровой разности, ковариация и коэффициент межкадровой корреляции изображений. Показано, что при использовании среднего квадрата межкадровой разности для оптимизации плана локальной выборки отсчетов необходимо задание или априорная оценка отношения сигнал/шум и автокорреляционной функции изображений. При использовании ковариации и коэффициента корреляции оптимизация не зависит от отношения сигнал/шум.

1. Введение

В настоящее время широчайшее распространение получили системы извлечения информации с пространственными апертурами датчиков сигналов, формирующие динамические массивы пространственно коррелированных данных, которые можно представить в виде последовательностей кадров изображений, заданных дискретными сетками отсчетов. При этом межкадровые геометрические деформации изображений могут быть описаны математическими моделями деформаций сеток, на которых они заданы.

Пусть исследуемые кадры $\mathbf{Z}^{(1)} = \{z_j^{(1)} : \mathbf{j} \in \Omega\}$ и $\mathbf{Z}^{(2)} = \{z_j^{(2)} : \mathbf{j} \in \Omega\}$ изображений заданы регулярной сеткой $\Omega = \{\mathbf{j} = (j_x, j_y)\}$ отсчетов, модель деформаций известна с точностью до вектора ее параметров $\boldsymbol{\alpha}$, а целевая функция (ЦФ) качества оценивания $\boldsymbol{\alpha}$ определяется функционалом $J(\boldsymbol{\alpha})$, экстремум которого достигается при оптимальных значениях параметров. Оптимальные параметры деформаций можно оценить на основании анализа конкретных реализаций изображений $\mathbf{Z}^{(1)}$ и $\mathbf{Z}^{(2)}$:

$$\hat{\boldsymbol{\alpha}}_t = \hat{\boldsymbol{\alpha}}_{t-1} - \Lambda_t \nabla J(\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{t-1}, \mathbf{Z}^{(1)}, \mathbf{Z}^{(2)}), \quad (1)$$

где $\hat{\boldsymbol{\alpha}}_t$ - следующее за $\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{t-1}$ приближение точки экстремума функционала $J(\cdot)$; Λ_t - положительно определенная матрица, задающая величину изменения оценок на t -й итерации;

$\nabla J(\cdot)$ - градиент функционала $J(\cdot)$; $t = \overline{0, T}$ - номер итерации; T - число итераций. При обработке изображений использование процедуры (1) затруднительно из-за необходимости многократных громоздких матричных вычислений градиента. Однако объем вычислений можно существенно сократить, если на каждой итерации оценивания параметров α вместо градиента использовать его усечение $\nabla \hat{J}(\hat{\alpha}_{t-1}, Z_t)$, рассчитываемое по небольшой локальной выборке:

$$Z_t = \{z_{j_t}^{(2)}, \tilde{z}_{j_t}^{(1)}\}; z_{j_t}^{(2)} \in \mathbf{Z}^{(2)}, \tilde{z}_{j_t}^{(1)} = \tilde{z}^{(1)}(\mathbf{j}_t, \hat{\alpha}_{t-1}) \in \tilde{\mathbf{Z}},$$

где $z_{j_t}^{(2)}$ - отсчет деформированного изображения $\mathbf{Z}^{(2)}$, попавший в локальную выборку на t -й итерации; $\tilde{z}_{j_t}^{(1)}$ - отсчет передискретизированного изображения $\tilde{\mathbf{Z}}^{(1)}$, полученного из $\mathbf{Z}^{(1)}$ с использованием некоторой интерполяции [1], координаты которого соответствуют текущей оценке координат отсчета $z_{j_t}^{(2)} \in \mathbf{Z}^{(2)}$ (в настоящей работе влиянием интерполяции на погрешность передискретизации пренебрегается); \mathbf{j}_t - координаты отсчета $z_{j_t}^{(2)}$. Таким образом, локальная выборка содержит конечное множество пар отсчетов, мощность которого ниже будем называть её объемом и обозначать через μ , а совокупность координат отсчетов $z_{j_t}^{(2)}$, входящих в локальную выборку, её планом.

Требованиям простоты, быстрой сходимости и работоспособности в различных реальных ситуациях, удовлетворяют использующие локальные выборки псевдоградиентные процедуры оценивания параметров геометрических деформаций изображений. Для рассматриваемой постановки задачи псевдоградиентом β_t на t -й итерации будет любой случайный вектор в пространстве параметров α , для которого выполняется условие $(\nabla \hat{J}(\hat{\alpha}_{t-1}, Z_t))^T M[\beta_t] \geq 0$, [2] где T - знак транспонирования; $M[\cdot]$ - символ математического ожидания. Тогда псевдоградиентная процедура принимает вид [3]:

$$\hat{\alpha}_t = \hat{\alpha}_{t-1} - \Lambda_t \beta_t. \quad (2)$$

Класс процедур типа (2) очень широк и включает в себя процедуры стохастической аппроксимации Робинса–Монро и Кифера–Вольфовица, регулярного и случайного поиска, покоординатного спуска, обобщенного стохастического градиента и многие другие. Псевдоградиентному оцениванию параметров деформаций изображений посвящено большое число публикаций [4-7] и др. В качестве набора параметров α обычно используются параметры моделей деформаций изображений, в частности евклидовой, подобия, общей аффинной и проективной [1].

2. Постановка задачи

Псевдоградиентные процедуры обладают рядом привлекательных качеств. Они применимы к обработке изображений в условиях априорной неопределенности, предполагают небольшие вычислительные затраты и не требуют предварительной оценки параметров исследуемых изображений (безыдентификационны). Оценки, формируемые ими, устойчивы к импульсным помехам, сходятся к оптимальным значениям при довольно слабых условиях. Разрешению противоречия между скоростью поступления изображений и быстродействием имеющихся в распоряжении вычислительных ресурсов, способствует, то, что обработку отсчетов кадров изображений можно вести в произвольном порядке, в частности, в порядке развертки изображений.

Однако, псевдоградиентным процедурам присущи и недостатки. Одним из них является наличие локальных экстремумов оценки ЦФ при обработке реальных изображений, что в ряде случаев существенно снижает скорость сходимости и точность оценивания параметров. К другому недостатку можно отнести сравнительно небольшой рабочий диапазон, в котором обеспечивается эффективная (в заданном доверительном интервале) сходимость оцениваемых

параметров. Для борьбы с первым недостатком используется апостериорная оптимизация локальной выборки, направленная на синтез процедур, в которых объем выборки автоматически адаптируется на каждой итерации для выполнения некоторого условия, способствующего выходу процедур из локальных экстремумов ЦФ [9,10]. Для увеличения рабочего диапазона псевдоградиентной процедуры нужно обеспечить минимально необходимую скорость сходимости оценок во всем требуемом диапазоне области определения параметров. Одним из приемов повышения скорости сходимости оцениваемых параметров к оптимальным значениям является увеличение объема локальной выборки. Однако увеличение объема выборки неминуемо ведет и к увеличению вычислительных затрат процедуры (2). С другой стороны, при различных рассогласованиях оценок параметров от оптимальных значений и одном и том же объеме выборки, отсчеты, взятые в различных областях изображения (т.е. при разных планах локальной выборки), обеспечивают разную скорость сходимости оценок. Поэтому оптимизация плана локальной выборки, обеспечивающая максимизацию скорости сходимости оценок, является актуальной задачей. Для решения этой задачи требуется задание критерия оптимальности. Один из таких критериев рассматривается в настоящей работе. При этом собственно скорость сходимости оценок, формируемых псевдоградиентными процедурами [8], не исследуется.

3. Евклидово расстояние рассогласования оценок параметров

Как уже отмечалось, псевдоградиент ЦФ находится по локальной выборке, содержащей μ пар отсчетов. Каждая пара отсчетов $z_{jk}^{(2)}$ и $\tilde{z}_k^{(1)}$, $k = \overline{1, \mu}$, несет полезную информацию о степени их близости. Поскольку при случайном выборе координат отсчетов $z_{jk}^{(2)}$ плотность распределения вероятностей возможных расстояний между отсчетами в любой паре локальной выборки будет одной и той же и, соответственно в среднем пары вносят одинаковый вклад в локальную выборку, далее будем рассматривать только одну пару. Текущие оценки яркости $\tilde{z}^{(1)}$ и координат (\tilde{x}, \tilde{y}) отсчета передискретизированного кадра $\tilde{\mathbf{Z}}^{(1)}$ можно найти, используя координаты (j_x, j_y) отсчета $z_j^{(2)}$ деформированного кадра и оценку параметров принятой модели геометрических деформаций, полученную на предыдущей итерации. Если координаты (\tilde{x}, \tilde{y}) относительно узла (j_x, j_y) описать через евклидово расстояние рассогласования (ЕРР) $\mathcal{E} = ((j_x - \tilde{x})^2 + (j_y - \tilde{y})^2)^{1/2}$ (рисунок 1, где $\phi = \arg \operatorname{tg}((j_y - \tilde{y})/(j_x - \tilde{x}))$), то в предположении изотропности корреляционных свойств исследуемых изображений задачу исследования ЕРР можно свести к одномерной, задав центр координатной оси $0 - \mathcal{E}$, проходящей через отсчеты $z_j^{(2)}$ и $\tilde{z}^{(1)}$, в точке (j_x, j_y) . Далее для упрощения записей используем обозначения: $z = z_j^{(2)}$, $\tilde{z}^{(1)} = \tilde{z}_{\mathcal{E}}$, \mathcal{E} – расстояние между отсчетами.

Заметим, что если взаимной деформацией изображений является только параллельный сдвиг, то при любых координатах отсчета z расстояние между отсчетами z и $\tilde{z}_{\mathcal{E}}$ будет одним и тем же. Однако если деформация определяется также углом поворота или изменением масштаба, то при разных координатах отсчета z ЕРР также будет разным. Поэтому, если некоторое ЕРР обеспечивает максимальную скорость сходимости вектора оценок параметров деформаций, то для ее достижения отсчеты изображения $\mathbf{Z}^{(2)}$ в локальную выборку при разных текущих оценках параметров нужно брать в разных областях этого изображения. Заметим также, что использование ЕРР в качестве характеристики текущего рассогласования оценок позволяет сделать дальнейшее рассмотрение инвариантным к конкретной модели деформаций изображений.

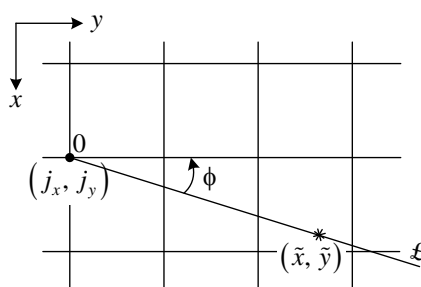


Рисунок 1. Рассогласование положений отсчетов z и \tilde{z}_ξ

4. Определение оптимального евклидова расстояния рассогласования

В работе [11] показано, что при использовании процедуры (2) существует ЕРР, обеспечивающее максимальную скорость сходимости оценок $\hat{\mathbf{u}}_t$, которое будем называть оптимальным. Оно инвариантно к модели геометрических деформаций и зависит только от вида ЦФ и характеристик исследуемых изображений. Зная оптимальное ЕРР и параметры принятой модели деформаций, можно найти оптимальную область взятия отсчетов локальной выборки.

При оптимальном ЕРР из отсчетов z и \tilde{z}_ξ можно извлечь максимум информации об их пространственном рассогласовании, которая содержится в псевдоградиенте ЦФ. При этом на точность нахождения псевдоградиента ЦФ, кроме ограниченности объема выборки, влияет также степень зашумленности изображений. Будем считать, что отсчеты z и \tilde{z}_ξ зашумлены аддитивно: $z = s + \theta$, $\tilde{z}_\xi = \tilde{s}_\xi + \tilde{\theta}_\xi$. Тогда точность нахождения псевдоградиента обуславливается степенью стохастичности отсчетов, определяемой автокорреляционными функциями (АКФ) и шумами θ , $\tilde{\theta}_\xi$ опорного и деформированного изображений. Влияние некоррелированных шумов θ , $\tilde{\theta}_\xi$ одинаково при любом положении отсчетов. Случайная же составляющая отличия яркостей z и \tilde{z}_ξ повышается с увеличением расстояния между этими отсчетами. Предположив, что дисперсии яркости отсчетов $z = s + \theta$ и $\tilde{z} = \tilde{s} + \tilde{\theta}$ одинаковы и

$$\sigma_s^2 = \sigma_{\tilde{s}}^2, \sigma_\theta^2 = \sigma_{\tilde{\theta}}^2, \tag{3}$$

для математического ожидания и дисперсии квадрата разности яркостей $(z - \tilde{z}_\xi)$ получаем:

$$M[(z - \tilde{z}_\xi)^2] = 2\sigma_s^2(1 - R(\xi) + g^{-1}), D[(z - \tilde{z}_\xi)^2] = 8\sigma_s^4(1 - R(\xi) + g^{-1})^2,$$

где $R(\xi)$ – нормированная АКФ исследуемых изображений; $g = \sigma_s^2 / \sigma_\theta^2$ – отношение сигнал/шум. Пример нормированных к σ_s^2 графиков математического ожидания (МО) и среднеквадратического отклонения (СКО) $(z - \tilde{z}_\xi)^2$ в зависимости от ξ при $g = 20$ и Гауссовой АКФ с радиусом корреляции, равном 5 шагам сетки отсчетов (такая же $R(\xi)$ использована и в последующих примерах), приведен на рисунках 2,а и 2,б соответственно.

Для математического ожидания и дисперсии произведения $z \tilde{z}_\xi$ соответственно получаем:

$$M[z \tilde{z}_\xi] = \text{cov}[(s + \theta)(\tilde{s}_\xi + \tilde{\theta}_\xi)] = \sigma_s^2 R(\xi), D[z \tilde{z}_\xi] = \sigma_s^4((1 + g^{-1})^2 + R^2(\xi)).$$

Тогда коэффициент корреляции между отсчетами z и \tilde{z} при допущении (3) определяется выражением:

$$r(\xi) = \frac{\text{cov}[(s + \theta)(\tilde{s}_\xi + \tilde{\theta}_\xi)]}{(D[s + \theta]D[\tilde{s}_\xi + \tilde{\theta}_\xi])^{1/2}} = \frac{R(\xi)}{1 + g}.$$

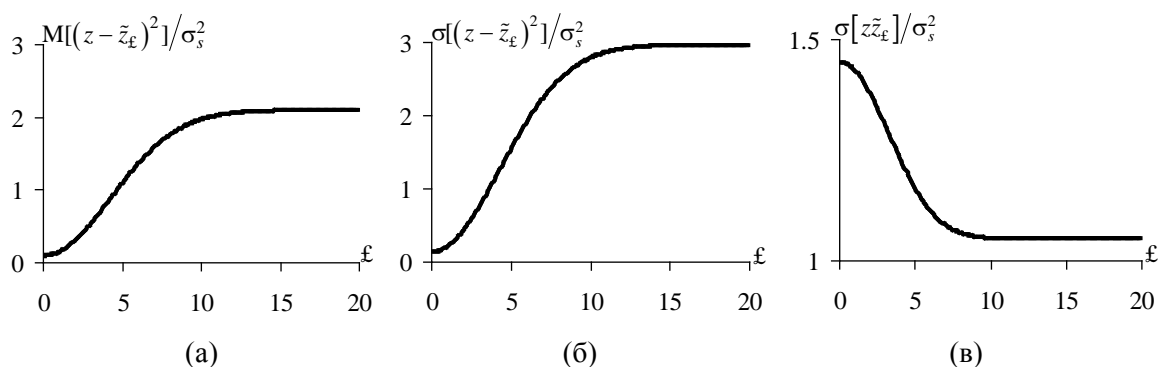


Рисунок 2. Нормированное МО (а), СКО квадрата разности (б) и ковариации (в) яркостей опорного и интерполированного отсчетов.

Нормированный график СКО ковариации $z \tilde{z}_f$ для приведенных выше условий показан на рисунке 2,в.

В силу дискретности изображений псевдоградиент ЦФ по заданному направлению может быть найден через конечные разности [12] либо как:

$$\beta = \frac{d\hat{J}}{d\xi} \approx \frac{\hat{J}(\xi + \Delta_\xi) - \hat{J}(\xi - \Delta_\xi)}{2\Delta_\xi}, \quad (4)$$

либо (если известна первая производная по переменной z) как:

$$\beta = \frac{d\hat{J}}{dz} \frac{dz}{d\xi} \approx \frac{d\hat{J}}{dz} \frac{(\tilde{z}_{\xi+\Delta_\xi} - \tilde{z}_{\xi-\Delta_\xi})}{2\Delta_\xi}, \quad (5)$$

где Δ_ξ - приращение по координате ξ для формирования конечной разности.

Конкретизируем выражения (4) и (5) для случаев использования в качестве ЦФ среднего квадрата межкадровой разности (СКМР), ковариации и коэффициента корреляции отсчетов.

4.1. Средний квадрат межкадровой разности яркости отсчетов

В этом случае для (4) и (5) соответственно получаем:

$$\beta_{\text{СКМР}} \approx \frac{(z - \tilde{z}_{\xi+\Delta_\xi})^2 - (z - \tilde{z}_{\xi-\Delta_\xi})^2}{2\Delta_\xi}, \quad \beta_{\text{СКМР}} \approx -\frac{(z - \tilde{z}_f)(\tilde{z}_{\xi+\Delta_\xi} - \tilde{z}_{\xi-\Delta_\xi})}{\Delta_\xi} \quad (6)$$

При условии (3) и вычислении $\beta_{\text{СКМР}}$ по выражениям (6) математическое ожидание $\beta_{\text{СКМР}}$

$$M[\beta_{\text{СКМР}}] = -\sigma_s^2 \Delta_\xi^{-1} (R(\xi + \Delta_\xi) - R(\xi - \Delta_\xi)). \quad (7)$$

Заметим, что при $\xi \rightarrow 0$ и $\xi \rightarrow \infty$ математическое ожидание стремится к нулю и не несет в себе полезной информации. Но при некотором значении ξ , соответствующем максимальной крутизне ЦФ, модуль $M[\beta_{\text{СКМР}}]$ достигает максимума. Пример графика зависимости нормированного $M[\beta_{\text{СКМР}}]$ от расстояния ξ приведен на рисунке 3,а. Из графика видно, что максимум модуля математического ожидания достигается примерно при $\xi = 5$.

Стохастическая составляющая псевдоградиента, которую будем характеризовать дисперсией ($D[\beta_{\text{СКМР}}]$), при принятой модели наблюдений изображений обусловлена, как уже отмечалось, аддитивными шумами и коррелированностью отсчетов z и \tilde{z} . Тогда:

$$D[\beta_{\text{СКМР}}] = \sigma^2[\beta_{\text{СКМР}}] = \sigma_s^4 \Delta_\xi^{-2} (4(AB + g^{-1}(A + B + g^{-1})) + C^2), \quad (8)$$

где: $A = 1 - R(\xi)$; $B = 1 - R(2\Delta_\xi)$; $C = R(\xi + \Delta_\xi) - R(\xi - \Delta_\xi)$. Графики зависимости нормированного СКО $\beta_{\text{СКМР}}$ от ξ при $g = 500$ (кривая 1), $g = 10$ (кривая 2) и $g = 5$ (кривая 3) приведены на рисунке 3,б.

В работе [11] показано, что в качестве условия нахождения оптимального ЕРР ξ_{op} может выступать максимум модуля отношения математического ожидания $(z - \tilde{z}_\xi)^2$ к его СКО:

$$\max |M[\beta/\sigma[\beta]]|. \tag{9}$$

Тогда с учетом (7) и (8) получаем условие:

$$\max |C(4(AB + g^{-1}(A + B + g^{-1})) + C^2)^{-1/2}|, \tag{10}$$

из которого можно найти ξ_{op} . Графики зависимости $M[\beta_{СКМР}]/\sigma[\beta_{СКМР}]$ от ξ при $g = 500$ (кривая 1), $g = 10$ (кривая 2) и $g = 5$ (кривая 3) приведены на рисунке 3,в, из которого видно, что с увеличением шумов значение ξ , при котором достигается условие (10) также увеличивается и составляет соответственно 1.1, 2.8 и 3.1.

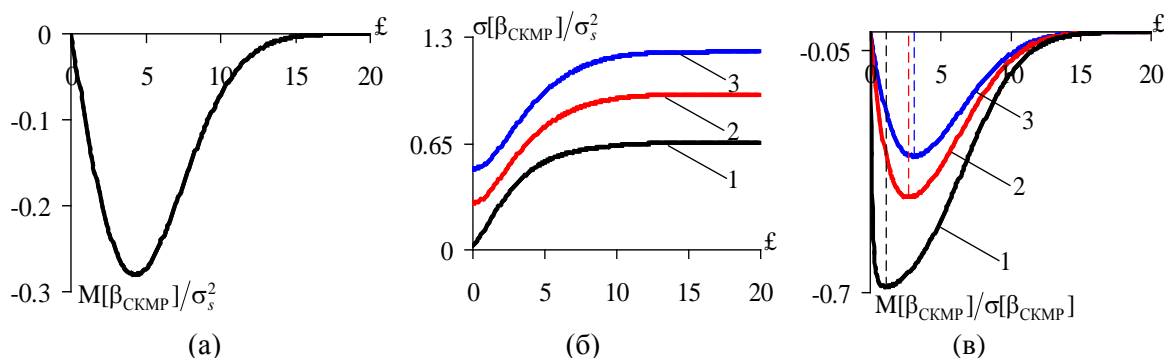


Рисунок 3. Нормированные МО (а), СКО (б) псевдоградиента СКМР и их отношение (в).

Из условия (10) получаем неявное уравнение для нахождения ξ_{op} :

$$2 \frac{dC}{d\xi} [AB + g^{-1}(A + B + g^{-1})] + C \frac{dR}{d\xi} [B + g^{-1}] = 0.$$

В частности, для Гауссовой АКФ изображений $R(\xi) = \exp(-(\xi/a)^2)$: $A = 1 - \exp(-(\xi/a)^2)$; $B = 1 - \exp(-(2\Delta_\xi/a)^2)$; $C = \exp(-(\xi + \Delta_\xi/a)^2) - \exp(-(\xi - \Delta_\xi/a)^2)$.

Таким образом, при выборе в качестве ЦФ СКМР отсчетов изображений $\tilde{Z}^{(1)}$ и $Z^{(2)}$ для нахождения ξ_{op} необходимо задать АКФ и отношение сигнал/шум изображений.

4.2. Ковариация яркости отсчетов

Найдем условия выполнения критерия (9) при использовании в качестве ЦФ произведения $z\tilde{z}_\xi$. В соответствии с (4) и (5) можно записать:

$$\beta_{cov} = \frac{d(z\tilde{z}_\xi)}{d\xi} = \frac{d(z\tilde{z})}{dz} \frac{dz}{d\xi} \approx \frac{z\tilde{z}_{\xi+\Delta_\xi} - z\tilde{z}_{\xi-\Delta_\xi}}{2\Delta_\xi}. \tag{11}$$

Применяя к (11) те же рассуждения, что и к выражениям (6), получаем математическое ожидание β_{cov} :

$$M[\beta_{cov}] = 0.5\sigma_s^2\Delta_\xi^{-1}C.$$

Пример графика зависимости нормированного $M[\beta_{cov}]$ от ξ приведен на рисунке 4,а, из которого видно, что максимум достигается при $\xi \approx 4.3$.

Для дисперсии β_{cov} с учетом (3) получаем:

$$D[\beta_{cov}] = 0.25(\Delta_\xi)^{-2}(2B + C^2 + 2g^{-1}(B + g^{-1})).$$

Графики нормированного СКО β_{cov} от ξ при $g = 500$ (кривая 1), $g = 10$ (кривая 2) и $g = 5$ (кривая 3) приведены на рисунке 4,б. Как видно из рисунка, максимум СКО β_{cov} не зависит от g и достигается при том же ξ_{op} , что и максимум $M[\beta_{cov}]$. Это же подтверждают и графики рисунка 4,в, которые при тех же условиях соответствуют отношению $M[\beta_{cov}]$ к СКО β_{cov} .

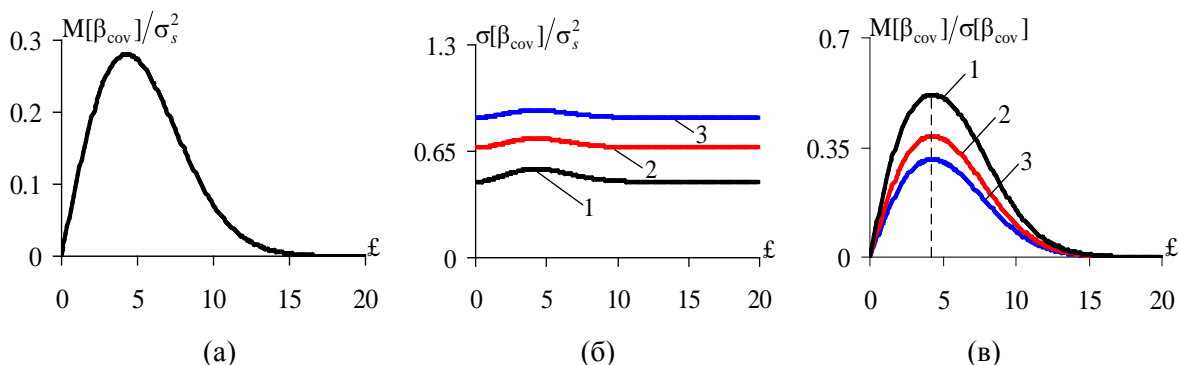


Рисунок 4. Нормированное МО (а), СКО (б) и их отношение (в) ковариации.

Соотношение для нахождения ξ_{op} можно получить, учтя, что значения ξ , при которых достигаются максимумы числителя и знаменателя в критерии (9), совпадают. Поэтому ξ_{op} может быть найдено, например, через приравнивание нулю первой производной $M[\beta_{cov}]$, откуда получаем неявное уравнение для нахождения ξ_{op} :

$$\frac{d}{d\xi} R(\xi_{op} - \Delta\xi) = \frac{d}{d\xi} R(\xi_{op} + \Delta\xi) \tag{12}$$

В частности, при Гауссовой АКФ изображений условие (12) приобретает вид:

$$\exp(4a^{-2}\xi_{op}\Delta\xi) = (\xi_{op} + \Delta\xi) / (\xi_{op} - \Delta\xi),$$

из которого, например, для АКФ радиуса корреляции 5 независимо от величины шума получаем $\xi_{op} \approx 4.3$.

Таким образом, при выборе в качестве ЦФ ковариации отсчетов изображений $\tilde{\mathbf{Z}}^{(1)}$ и $\mathbf{Z}^{(2)}$ для нахождения ξ_{op} необходимо задать только АКФ изображений.

4.2. Коэффициент корреляции яркости отсчетов

Найдем также условия нахождения ξ_{op} при выборе в качестве ЦФ коэффициента межкадровой корреляции ρ . Его оценка по локальной выборке:

$$\hat{\rho} = (\mu\sigma_z\sigma_{\tilde{z}})^{-1} \sum_{k=1}^{\mu} z_{\xi} \tilde{z}_{\xi k} = (\mu(1 + g^{-1})\sigma_s^2)^{-1} \sum_{k=1}^{\mu} z_{\xi} \tilde{z}_{\xi k}, \tag{13}$$

где: ξ_k – координаты оценок соответствующих отсчетов, приведенные к оси ξ ; $k = \overline{1, \mu}$. Математическое ожидание $M[\beta_{КМК}]$ и дисперсия $D[\beta_{КМК}]$ модуля градиента (13):

$$M[\beta_{КМК}] = 0.5(2\Delta\xi(1 + g^{-1}))^{-1}, \quad D[\beta_{КМК}] = 0.25\mu^{-1}(\Delta\xi)^{-2}(1 + g^{-1})^{-2}[2(1 + g^{-1})(B + g^{-1}) + C^2].$$

Тогда, в соответствии с (9) искомое условие для определения ξ_{op} принимает вид:

$$\max \left| \mu C \left((2(1 + g^{-1})(B + g^{-1}) + C^2)^{-1} \right) \right|. \tag{14}$$

Несложно показать, что условие (14) выполняется при том же ξ_{op} , что и условие (10), а найти ξ_{op} можно из уравнения (12). Соответственно при использовании в качестве ЦФ коэффициента

межкадровой корреляции изображений $\tilde{\mathbf{Z}}^{(1)}$ и $\mathbf{Z}^{(2)}$ для нахождения ξ_{op} достаточно задать только АКФ изображений.

5. Заключение

При псевдоградиентном оценивании параметров межкадровых геометрических деформаций изображений характер сходимости оценок параметров к оптимальным значениям зависит не только от ЦФ качества оценивания, вида псевдоградиента, распределения вероятностей и АКФ изображений и мешающих шумов, но и от плана локальной выборки отсчетов, используемых для нахождения псевдоградиента ЦФ на итерациях оценивания. Информация о геометрических деформациях содержится в ЕРР отсчетов опорного и деформированного изображений, входящих в выборку. Рассмотрена методика нахождения оптимального значения ЕРР, обеспечивающего извлечение максимума информации о рассогласовании исследуемых опорного и деформированного изображений и, соответственно максимум скорости сходимости вектора оценок параметров деформаций при используемых в псевдоградиентной процедуре ЦФ и виде псевдоградиента. В основу методики положено то обстоятельство, что оптимальному ЕРР соответствует максимум отношения модуля математического ожидания псевдоградиента ЦФ к его СКО. При этом оптимальное значение ЕРР инвариантно к используемому набору параметров модели деформаций.

Получены выражения для нахождения оптимального ЕРР для случаев использования в качестве ЦФ СКМР, ковариации и коэффициента межкадровой корреляции. Показано, что при применении СКМР оптимальное значение ЕРР определяется отношением сигнал/шум и АКФ изображений. При увеличении дисперсии шумов оптимальное значение ЕРР также увеличивается. Например, при Гауссовой АКФ деформированного изображения радиуса корреляции 5 при уменьшении отношения сигнал/шум от 500 до 5 оптимальное значение ЕРР изменяется от 1.1 до 3.1 шага сетки отсчетов. При выборе в качестве ЦФ ковариации и коэффициента корреляции оптимальное значение ЕРР не зависит от отношения сигнал/шум и определяется только АКФ изображений. В частности, при указанных выше параметрах АКФ оптимальное значение ЕРР составляет 4.3.

6. Благодарности

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и Правительства Ульяновской области в рамках научного проекта № 16-41-732053, а также гранта РФФИ № 16-01-00276.

7. Литература

- [1] Гонсалес, Р. Цифровая обработка изображений / Р. Гонсалес, Р. Вудс. – М.: Техносфера, 2012. – 1104 с.
- [2] Цыпкин, Я.З. Информационная теория идентификации / Я.З.Цыпкин – М.: Наука. Физматлит, 1995. – 336 с.
- [3] Tashlinskii, A.G. Pseudogradient Estimation of Digital Images Interframe Geometrical Deformations / A.G. Tashlinskii // Vision Systems: Segmentation & Pattern Recognition. – Vienna, Austria: I Tech Education and Publishing. – 2007. – . 465-494. DOI: 10.5772/4975.
- [4] Su, H.R. Non-rigid registration of images with geometric and photometric deformation by using local affine Fourier-moment matching / H.R. Su, S.H. Lai // Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. – 2015. – P. 2874-2882. DOI: 10.1109/CVPR.2015.7298905.
- [5] Stanier, S.A. Improved image-based deformation measurement for geotechnical applications / S.A. Stanier // Canadian Geotechnical Journal. – 2015. – Vol. 53(5). – P. 727-739. DOI: 10.1139/cgj-2014-0080.
- [6] Moritz, P. A linearly-convergent stochastic L-BFGS algorithm / P. Moritz, R. Nishihara, M.I. Jordan // Proceedings of the 19th International Conference on Artificial Intelligence and Statistics, AISTATS 2016. – Cadiz, Spain, 2016. – P. 249-258.

- [7] Shalev-Shwartz, S. Accelerated proximal stochastic dual coordinate ascent for regularized loss minimization / S. Shalev-Shwartz, T. Zhang // *Mathematical Programming.* – 2016. – Vol. 155(1). – P. 105-145. DOI: 10.1007/s10107-014-0839-0.
- [8] Minkina, G.L. Choice of the Objective Function for Pseudogradient Measurement of Image Parameters / G.L. Minkina, M.Yu. Samoilov, A.G. Tashlinskii // *Pattern Recognition and Image Analysis.* – 2007. – Vol. 17(1). – P. 136-139. DOI: 10.1134/S1054661811021069.
- [9] Ташлинский, А.Г. Апостериорная оптимизация псевдоградиентной процедуры оценивания межкадровых деформаций изображений / А.Г. Ташлинский, С.Н. Лазарев, О.А. Лазарева // *Инфокоммуникационные технологии.* – 2008. – Т. 6, № 1. – С. 72-75.
- [10] Ташлинский, А.Г. Адаптивное формирование объема локальной выборки в псевдоградиентных процедурах оценивания межкадровых геометрических деформаций изображений / А.Г. Ташлинский, Г.Л. Минкина, Г.В. Дикарина // *Вестник УлГТУ.* – 2006. – № 3. – С. 81-83.
- [11] Ташлинский, А.Г. Выбор конечных разностей при нахождении псевдоградиента целевой функции в процедурах оценивания межкадровых деформаций изображений / А.Г. Ташлинский, А.М. Хорева // *Радиотехника.* – 2012. – № 9. – С. 56-60.
- [12] Tashlinskii, A.G. The specifics of pseudogradient estimation of geometric deformations in image sequences / A.G. Tashlinskii // *Pattern recognition and image analysis.* – 2008. – Vol. 18(4). – P. 701-706. DOI: 10.1134/S1054661808040275.

Optimization of recurrent algorithms for parameters estimation of image interframe geometrical deformations by the convergence rate of parameter estimates

A.G. Tashlinskii ¹, G.L. Safina ²

¹Ulyanovsk State Technical University, Severnii Venetz, 32, Ulyanovsk, Russia, 432027

²National Research Moscow State University of Civil Engineering, Yaroslavskoe Shosse, 26, Moscow, Russia, 129337

Abstract. A criterion of recursion algorithms optimization for parameters estimation of image inter-frame geometrical deformations is proposed. It provides a maximum of the convergence rate of estimated parameters. Examples of the criterion application for image local sample plan optimization of stochastic gradient descent algorithms are considered. In the examples the mean square of the inter-frame difference, the covariance and the coefficient of the image inter-frame correlation are studied as objective cost functions. It is shown that using the mean square of the inter-frame difference to optimize the local sample plan requires a predetermination or a priori estimate of the signal-to-noise ratio and the autocorrelation function of images. When covariance and correlation coefficient are used, the optimization doesn't depend on the signal-to-noise ratio.

Keywords: image, interframe deformations, parameters estimation, unidentified adaptation, stochastic gradient descent, optimization.