

Особенности вращающихся бесселевых пучков, сформированных с помощью бинарных аксиконов

Н.Д. Осинцева^{а,б}, Б.О. Володкин^в, Б.А. Князев^{а,г}, В.С. Павельев^в, Ю.Ю. Чопорова^{а,г}

^а Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН, 630090, Новосибирск, Россия

^б Новосибирский государственный технический университет, 630073, Новосибирск, Россия

^в Самарский национальный исследовательский университет им. С.П. Королёва, 443086, Московское шоссе, 34, Самара, Россия

^г Новосибирский государственный университет, 630090, Новосибирск, Россия

Аннотация

Пучки с орбитальным моментом привлекают в настоящее время большое внимание. Большинство экспериментов с вращающимися пучками были выполнены с Лагер-Гауссовыми пучками в видимом и радиочастотном диапазонах спектра. Бесселевы пучки являются менее изученным, хотя некоторые из их особенностей являются принципиальными во многих приложениях. В этой статье, мы описываем бесселевы вихревые пучки с топологическими зарядами +1 и +2, образованные кремниевыми фазовыми аксиконами. В статье выполнены аналитические расчеты, сравнение результатов моделирования с экспериментальными результатами.

Ключевые слова: бесселевы пучки; вихревые пучки; бинарный аксикон

1. Введение

Всплеск интереса к орбитальному угловому моменту в оптике возник после публикации статьи Аллена и др. [1] в 1992 году, в которой было установлено, что лазерное излучение с лагер-гауссовским распределением амплитуды имеет четко выраженный орбитальный угловой момент, и был предложен эксперимент для преобразования ОУМ в механический вращающийся момент. За этим последовал всплеск публикаций в этой области, однако, на сегодняшний день имеется только пять публикаций [2-6], в которых описана генерация закрученных пучков в терагерцовом диапазоне. Парадоксально, что в основном рассматриваются исключительно лагер-гауссовы пучки, тогда как для многих практических приложений уникальные свойства бесселевых пучков представляют огромный интерес. В следующих разделах представлены аналитические расчеты, описывающие пучки, получаемые с помощью спиральных аксиконов, а также результаты экспериментов и численного моделирования.

2. Аналитическое описание

Рассмотрим задачу о дифракции электромагнитной волны на некоторой апертуре. Пусть плоская волна освещает транспарант в плоскости $\{r, \varphi\}$, тогда распределение амплитуды поля в плоскости $\{\rho, \theta\}$ на расстоянии z записывается с помощью интеграла Релея-Зоммерфельда в приближении дальней зоны дифракции в полярных координатах следующим образом:

$$E(z, \rho, \theta) = \frac{ik}{2\pi z} \exp(ikz) \int_0^a \int_0^{2\pi} E(0, r) h(r, \varphi) \exp\left[\frac{ik}{2z}(r^2 + \rho^2)\right] \exp\left[-\frac{ik}{z} r \rho \cos(\theta - \varphi)\right] r dr d\varphi, \quad (1)$$

где $E(0, r)$ - распределение амплитуды падающей волны, a - радиус транспаранта, а $h(r, \varphi)$ - фазовая функция транспаранта. Если на транспарант падает плоская волна с равномерным распределением интенсивности, то $E(0, r) = 1$. В нашем случае транспарантом является бинарный фазовый спиральный аксикон (рис. 1, а-с), рельеф которого показан на рис. 1, д. Его фазовая функция описывается уравнением $h(r, \varphi) = F(l\varphi - \kappa r)$, то есть спиралью Архимеда порядка l . Здесь κ - радиальное волновое число. Максимальная интенсивность в каждом порядке наблюдается при скачке фазы между впадинами и выступами, равном π . Решая это уравнение (1) через ряд Фурье получим, что дифракционный элемент при разложении по радиусу представляет собой набор кольцевых дифракционных решеток с возрастающей пространственной частотой. В экспоненциальной форме первый член разложения, который определяет дифракцию в первый порядок, имеет вид

$$\cos[l\varphi - \kappa r] = \frac{\exp[i(l\varphi - \kappa r)] + \exp[-i(l\varphi - \kappa r)]}{2} \quad (2)$$

дифракционная эффективность которого, согласно [2], равна 81%. В выражении (2) первый член описывает фазовую функцию положительного аксикона, а второй - отрицательного. Поскольку при формировании пучка мы не используем линзу, то пучок, дифрагирующий в -1-ый порядок, достаточно быстро расходится, поэтому далее мы берем в расчет только +1-ый порядок, дифракционная эффективность которого равна 40.5%. Остальные члены разложения несут мало

энергии, пучки, дифрагировавшие на них, пересекаются вблизи аксикона и не участвуют в формировании бесселева пучка конически сходящимися плоскими волнами первого порядка, поэтому в дальнейшем мы ими пренебрегаем.

Для любого фиксированного радиуса r_i функция $F(l\varphi - \kappa r)$ представляет собой меандр (рис. 1, d)

$$F(l\varphi) = \begin{cases} \frac{\pi}{2} & -\frac{\pi}{2l} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2l} \\ -\frac{\pi}{2} & \frac{\pi}{2l} \leq \varphi \leq \frac{3\pi}{2l} \end{cases} \quad (3)$$

с числом периодов на одном обороте, равном l . На рисунке умышленно изображена центральная часть с произвольным сдвигом первого кольца от оптической оси. При разложении по азимутальным гармоникам получим ряд, самый высокочастотный член которого имеет период $2\pi/l$. Все члены, кроме первого можно отбросить, поскольку, как уже говорилось, их энергия мала, по сравнению с первым. Выражение

$$E(z, \rho, \theta) = (-i)^{l-1} \frac{k}{z} \exp\left(ik\left(z + \frac{\rho^2}{2z}\right)\right) e^{il\theta} \int_0^a J_l\left(\frac{\kappa r \rho}{z}\right) \exp\left(-i\kappa r + \frac{ik}{2z} r^2\right) r dr \quad (4)$$

описывает поле плоской волны, прошедшей через аксикон, в парааксиальном приближении. Нам известно, что пучок, сформированный ограниченным по радиусу аксиконном, может сформировать бесселев пучок только на ограниченном промежутке. Рассмотрим, при каких условиях он формируется.

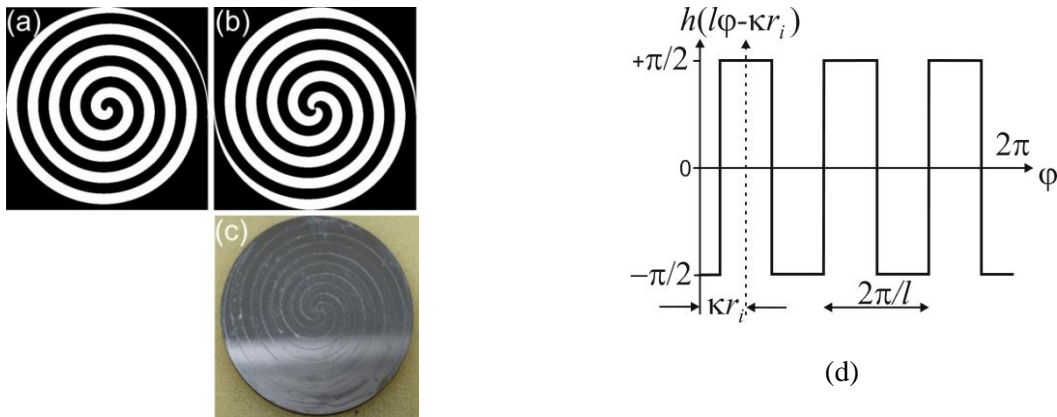


Рис. 1. Слева - фазовые функции (a и b) аксиконов и фотография кремниевого аксикона (c). Диаметр аксикона – 30 мм, период по радиусу $p_a = 2\pi / \kappa = 3.1$ мм. Глубина рельефа аксикона (29 мкм) рассчитана для длины волны 141 мкм. Справа – распределение фазы вдоль окружности радиуса r при произвольном значении κr для частного случая аксикона, формирующего закрученный пучок с топологическим зарядом $l = 3$.

3. Генерация

Нами были выполнены эксперименты по формированию пучков с орбитальным угловым моментом на Новосибирском лазере на свободных электронах (Новосибирский ЛСЭ). Пучок формировался с помощью кремниевого дифракционного оптического элемента, представлявшего собой бинарную фазовую пластинку со спиральными зонами (рис. 2). Пространственное распределение интенсивности сформированных пучков показано на рис. 3, где поперечные сечения в плоскостях $\{x, y\}$ записаны с помощью матричного микроболометрического приемника (ММБП), а распределение вдоль направления распространения пучка $\{x, z\}$ – результат численного моделирования. Моделирование выполнено с использованием интеграла Рэлея-Зоммерфельда. Детали вычислений описаны в работе [3]. Здесь и далее результаты численного моделирования во всех случаях очень хорошо совпадали с результатами экспериментов, что дало возможность исследовать многие особенности наших пучков, при длинах волн и геометриях, которые по тем или иным причинам были недоступны в экспериментах.

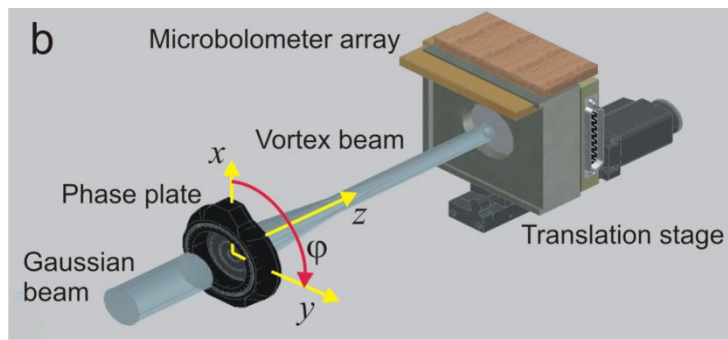


Рис. 2. Схема формирования бesselева пучка спиральным аксиконом.

То, что пространственное распределение интенсивности пучка очень близко к бesselеву, и что энергия пучка сохраняется в приосевой зоне на указанном расстоянии, подтверждается рис. 4., на котором приведены результаты интегрирования интенсивности внутри радиусов первого и второго темного колец (1 и 2), а также по всей площади кадра ММБП, для обоих пучков. На врезках показано распределение интенсивности по сечению, измеренное экспериментально, (красные точки) которое очень неплохо совпадает с функцией Бесселя, умноженной на слабо спадающую гауссову функцию (сплошная синяя линия). Заметим здесь, что характерный радиус бesselева пучка ЛСЭ в точке расположения аксикона, $w = 15$ мм, в нашем случае был равен радиусу апертуры аксикона.

Видно, что, в соответствии с рис. 4., полная энергия пучка сохраняется до расстояния примерно 250 мм и почти полностью теряется при $z = 340$ мм, хотя относительное распределение интенсивности по сечению практически не изменяется даже на этом расстоянии (рис. 3.).

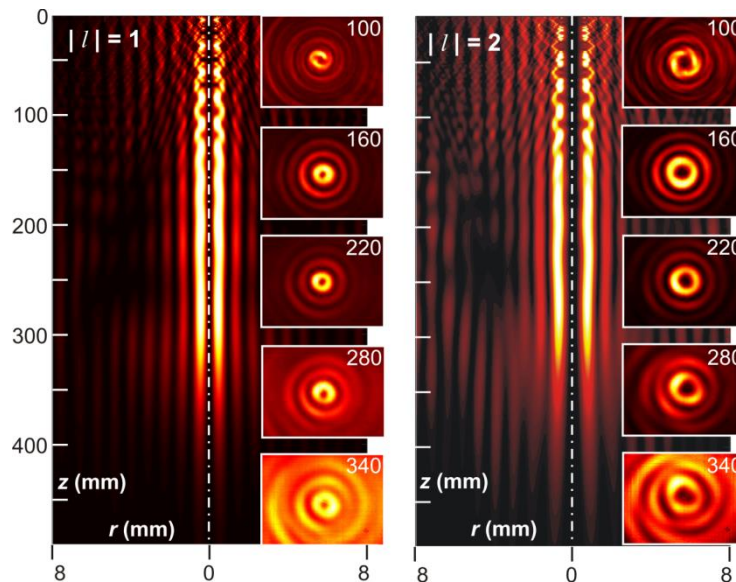


Рис. 3. Распределение интенсивности пучков с топологическими зарядами 1 и 2 в плоскостях $\{x,z\}$ (моделирование) и $\{x,y\}$ (эксперимент).

Чтобы рассчитать радиус колец бesselева пучка, возьмем интеграл в правой части выражения (4). Используем метод перевала. Аргумент экспоненты быстро меняется везде кроме стационарных точек, окрестность которых вносит основной вклад в интеграл. Стационарные точки r_0 находятся из условия нулевой производной в показателе экспоненты под интегралом: $-\kappa + kr_0/z = 0$, т. е.

$$r_0 = \frac{\kappa z}{k} = \frac{\kappa \lambda}{2\pi} z \quad (5)$$

Эта точка – простая, поскольку вторая производная не равна нулю. Если стационарная точка находится внутри интервала интегрирования $0 < r_0 < a$, что в нашем случае справедливо (при $\lambda = 130$ мкм и максимальном z , равном $Z_A = 360$ мм, величина $r_0 = 14.9$ мм), то функцию Бесселя можно вынести из интеграла, если она мало меняется на интервале $|r - r_0| < \sqrt{z/k}$, т. е. при $z/(k\rho) \gg \sqrt{z/k}$, или $\rho \ll \sqrt{z/k}$ (точка наблюдения ρ находится в первой зоне Френеля).

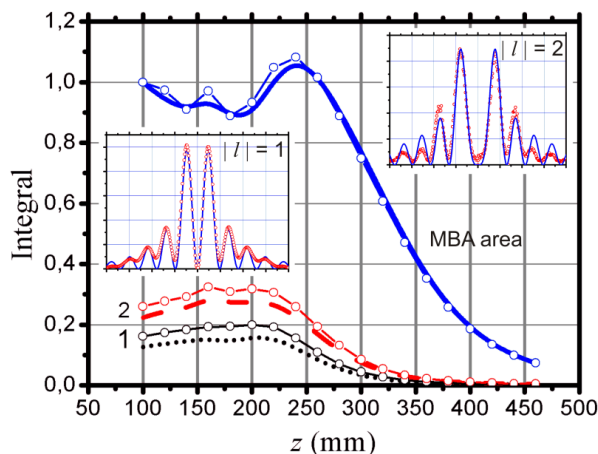


Рис. 4. Интегралы по площади интенсивностей внутри первого и второго темных колец и сечения пучков (врезки).

$$\int_0^a e^{i\left(-kr+k\frac{r^2}{2z}\right)} J_l\left(k\frac{\rho r}{z}\right) r dr \approx J_l\left(k\frac{\rho r_0}{z}\right) r_0 \int_0^a e^{i\left(-kr+k\frac{r^2}{2z}\right)} dr \quad \text{для } z < \frac{ka}{\kappa} = z_A \quad (6)$$

Таблица 1. Радиусы максимумов и минимумов первых колец Бесселевых пучков, сформированных спиральными бинарными аксиконами; четвертая строка – экспериментальные данные. Две нижние строки – длина витка оборота вектора Пойнтинга для первого кольца (см. ниже)

	I_1^{\max}	I_1^{\min}	I_2^{\max}	I_2^{\min}
$\kappa\rho$	1.84	3.83	3.05	5.14
ρ , мм	0.9	1.9	1.5	2.6
ρ , мм (эксп)	0.9	1.9	1.5	2.7
Δz_{calc} , мм	246		340	
Δz_{sim} , мм	225 ± 13		327 ± 42	

Дополнив показатель экспоненты под интегралом до полного квадрата, из (5) – (6) получим

$$E(z, \rho, \theta) = (-i)^{l-1} \sqrt{\frac{2\pi z \kappa^2}{k}} \exp\left(ik\left(\frac{z+\rho^2}{2z}\right)\right) \exp\left(-i\left(\frac{\kappa^2 z}{2k} + \frac{\pi}{4}\right)\right) J_l(\kappa\rho) e^{i l \theta} \quad (7)$$

Это решение относится к области, в которой сходящиеся плоские волны формируют (рис. 3) квазибесселев пучок. Для наших параметров выражение (7) справедливо до расстояния $z_A = 360$ мм, то есть в зоне существования сформированного бесселева пучка. Распределение интенсивностей пучка $I = E \cdot E^*$ тогда имеет вид

$$I(\rho, z) \approx \frac{2\pi z \kappa^2}{k} J_l^2(\kappa\rho), \quad k\rho^2 \ll z < ka / \kappa \quad (8)$$

Из выражения (8) следует, что диаметр колец пучка постоянен вдоль оси z , не зависит от длины волны и растет при увеличении величины топологического заряда, если период меандра по радиусу r_{period} сохраняется неизменным.

Используя табличные данные для значений переменной $\kappa\rho$, соответствующих максимумам и нулям квадратов бесселевых функций, найдем радиусы колец пучков (см. Таблицу 1), сформированных аксиконами, показанными на рис. 1. Видно, что вычисленные значения радиусов колец практически совпадают с измеренными экспериментально.

4. Особенности бесселевых пучков сформированных бинарными аксиконами

В статье [2] был исследован топологический заряд вращающихся пучков с помощью интерферометра Маха-Цендера. Были обнаружены спиральные интерференционные картины, которые были интерпретированы как

проявление расходимости пучка при больших расстояниях. Более детальные численные расчеты показали, что спиральные кольца появлялись по другой причине, по-видимому, связанной с отклонением фазовой структуры пучков от идеальных бesselевых вследствие особенностей из формирования спиральным аксиконом.

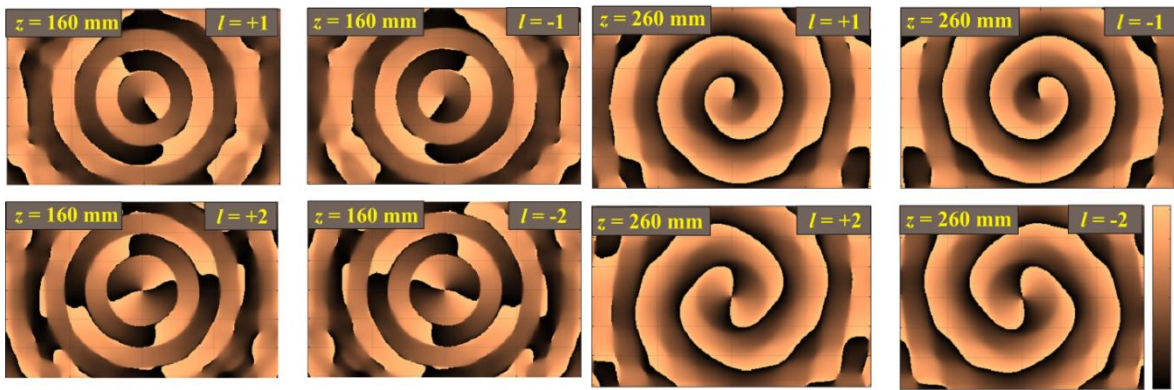


Рис. 5. Вычисленная фазовая структура пучка для $z = 160$ мм и $z = 260$ мм. При малых расстояниях распределение фазы соответствует бesselевой функции.

Видно, что с увеличением расстояния фазовое распределение, вначале почти идеально соответствующее распределению $\exp(il\varphi)$, приобретает вид закрученной спирали, оставаясь, впрочем, в пределах $\{0, 2\pi\}$. Очевидно, что это, скорее всего, связано с конкретной реализацией экспериментальной установки. Отметим, что число периодов спиральной решетки ограничено, всего 4.5 периода. Не вполне ясно также, насколько хорошо формируется пучок центральной частью решетки.

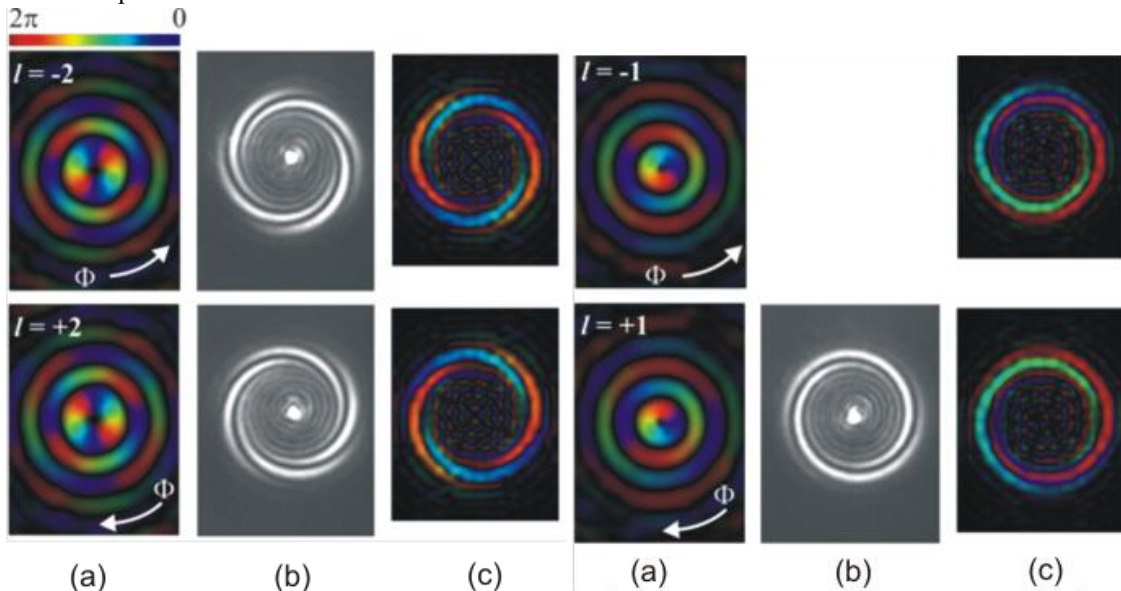


Рис. 6. (а) Вычисленные распределения интенсивности и фазы в пучках, сформированных бинарными спиральными фазовыми аксиконом с различными топологическими зарядами на расстоянии 160 мм от аксикона; стрелки показывают направление роста фазы, цветом обозначена фаза волны.

(b, c) Экспериментальное и вычисленное распределения интенсивности и фазы в фокусе линзы с фокусным расстоянием 100 мм.

Для проверки этого предположения мы рассчитали амплитудно-фазовое распределение в полученных пучках (рис. 6.,c), а также пространственный фурье-спектр (изображение пучка в фокусе линзы), сравнив последний с изображением, ранее записанным матричным микролометрическим приемником (рис. 6.,b). Фурье-спектр явно демонстрирует, что полученные нами пучки несколько отличаются от бesselевых: вместо идеального кольца, характерного для бesselевых пучков, мы имеем кольцо, составленное из "змеек". Распределение фазы в этих змейках, однако, соответствует распределению, ожидаемому для бesselевых пучков. Различие между моделированием и экспериментом заключается только в центральном пятне, наблюдаемом в эксперименте и отсутствующим в моделировании. Подчеркнем, что этот случай был, и пока остается, единственным, когда результаты моделирования не полностью совпадали с экспериментом.

Этот факт легко объяснить, если учесть, что в моделировании аксикон описывается как чисто фазовый транспарант. При этом игнорируется тот факт, что аксикон изготовлен из высокоомного кремния с показателем

преломления $n = 3.41$, а значит, почти 50% энергии пучка отражается от каждой поверхности. Для проходящего пучка, дифрагирующего на ступенчатой структуре и формирующего (почти) бесселев пучок, это не играет никакой роли, но отраженный от нее пучок (а это около 25% от пучка, вошедшего в пластинку) после двух отражений вновь попадает на структуру и снова дифрагирует, попадая в пространство, где формируется бесселев пучок. Пренебрежем повторными отражениями и рассмотрим, как этот пучок изменит выходящее из аксикона излучение.

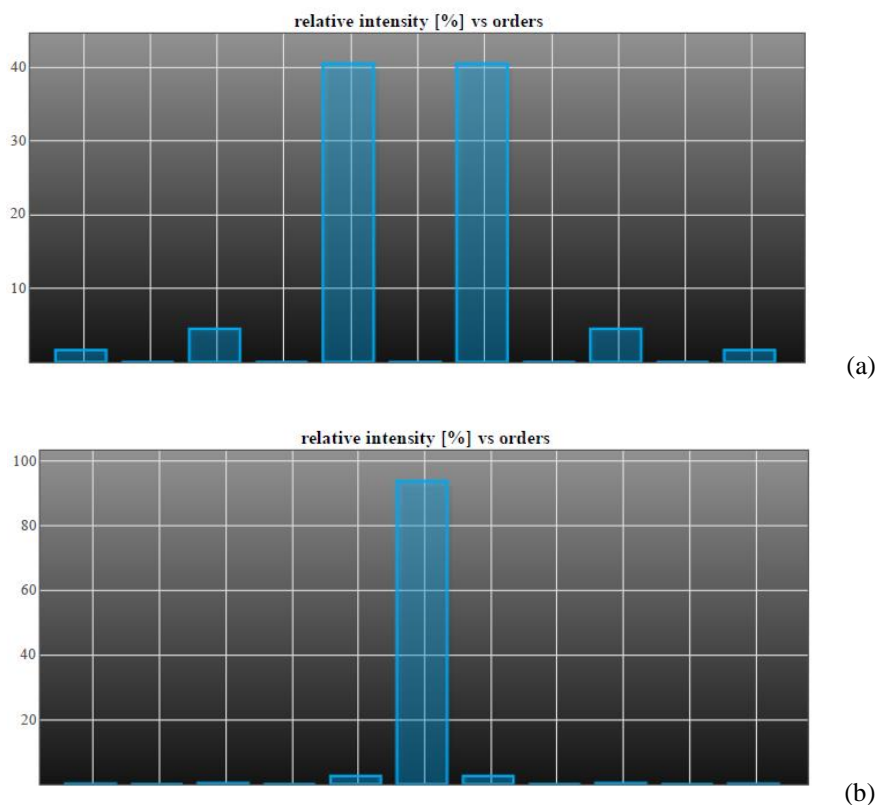


Рис. 7. (а) Спектр пространственных частот в случае идеальной бинарной фазовой решетки с фазовым скачком, равным π . (б) Спектр решетки, у которого фазовый скачок равен 3.84π .

Напомним, что чисто фазовая бинарная решетка со скачком фазы между уровнями

$$h = \lambda / 2(n-1) \tag{9}$$

формирует частотный спектр в k -пространстве, имеющий вид, показанный на рис. 6. Дифракционная эффективность генерации каждого из пучков плюс первого и минус первого порядков [7] равна 42%, а в остальные нечетные порядки дифрагирует очень малая доля энергии рис. 7. В четные порядки дифракция отсутствует. Учет френелевских потерь, конечно, сильно уменьшает эти значения. Рассмотрим теперь дифракцию волн, дважды отраженных от поверхностей. Оптическая разность хода в них отличается только тем, что один из них проходит воздушный промежуток длиной $L_1 = h$, а второй вместо этого оптическую длину $L_2 = 3\lambda n / 2(n-1)$ в кремнии. Тогда разность оптических длин составит

$$\Delta L_{12} = h(3n-1) \tag{10}$$

В наших аксиконах при $\lambda = 141$ мкм скачок фазы между уровнями составляет π , а разница фаз оказывается равной $\Delta\Phi = 2\pi\Delta L_{12} / \lambda = 3.84\pi$, то есть почти 4π ! Интерференция волн оказывается в этом случае конструктивной, и при дифракции практически вся энергия идет в нулевой порядок. Точный расчет [7] в этом случае приводит к результату, показанному на рис. 7. (б). 93.7% энергии (опять-таки за вычетом отражения) превращается в плоскую волну. Именно эта волна и ответственна за центральное пятно в фокусе линзы. Подчеркнем здесь, что в реальных экспериментах контроль над отраженными волнами абсолютно необходим, иначе можно неверно интерпретировать результаты. Для произвольной длины волны разность фаз между волнами, отраженными внутри, составит

$$\Delta\Phi = \frac{\lambda_0\pi(3n-1)}{\lambda(n-1)} \tag{11}$$

5. Заключение

Показано, что с помощью кремниевых бинарных фазовых аксионов со спиральной структурой зон можно сформировать бесселевы пучки с орбитальным угловым моментом высокой мощности, причем распределение амплитуды и фазы в поперечном сечении пучка при заданной величине топологического заряда не изменяется при изменении длины волны, что может быть использовано на практике, например, в системах зондирования или для формирования многоцветных пучков с фиксированной геометрией. Получены закрученные пучки со средней мощностью в непрерывной последовательности импульсов, равной 25 Вт при длине волны 141 мкм.

Благодарности

Эксперименты были выполнены на Новосибирском лазере на свободных электронах, модернизация которого поддержана грантом РФФ №14-50-00080, получение вращающихся пучков и эксперименты по прохождению через периодические структуры поддержаны грантом РФФИ № 15-02-06444. В работе использовано оборудование, принадлежащее Сибирскому центру синхротронного и терагерцового излучения.

Литература

- [1] Allen, L., Beijersbergen, M. W., Spreeuw, R. J. C. and Woerdman, J. P. // Phys. Rev. A – 1992 - Vol. 45. - P. 8185.
- [2] Knyazev, B. A., Choporova, Yu. Yu., Mitkov, M. S., Pavelyev, V. S., Volodkin, B. O. // Phys. Rev. Lett. -2015-Vol. 115. P. 163901.
- [3] Choporova, Yu. Yu., Knyazev, B. A., Mitkov, M. S. // IEEE Transactions on Terahertz Science and Technology. -2015-Vol. 5, № 5. - P. 836-844.
- [4] He, J. X., Wang, X., Hu, D., Ye, J., Feng, S., Kan, Q., Zhang, Y. // Opt. Express – 2013 -Vol. 21. – P. 20230.
- [5] Miyamoto, K., Suizu, K., Akiba, T., Omatsu, T.// Appl. Phys. Lett. – 2014 – Vol. 104. P. 261104.
- [6] Imai, R., Kanda, N., Higuchi, T., Konishi, K., Kuwata-Gonokami, M. // Optics Letters – 2014 – Vol. 39. – P. 3714.
- [7] Wei, X., Liu, C., Niu, L., Zhang, Z., Wang, K., Yang, Z., Liu, J. // Appl. Optics – 2015 - Vol. 54. – P. 10641.
- [8] http://www.holor.co.il/Diffractive_Optics_Products/Diffractive_Beam_Splitters/Diffraction_grating/Gratings.php